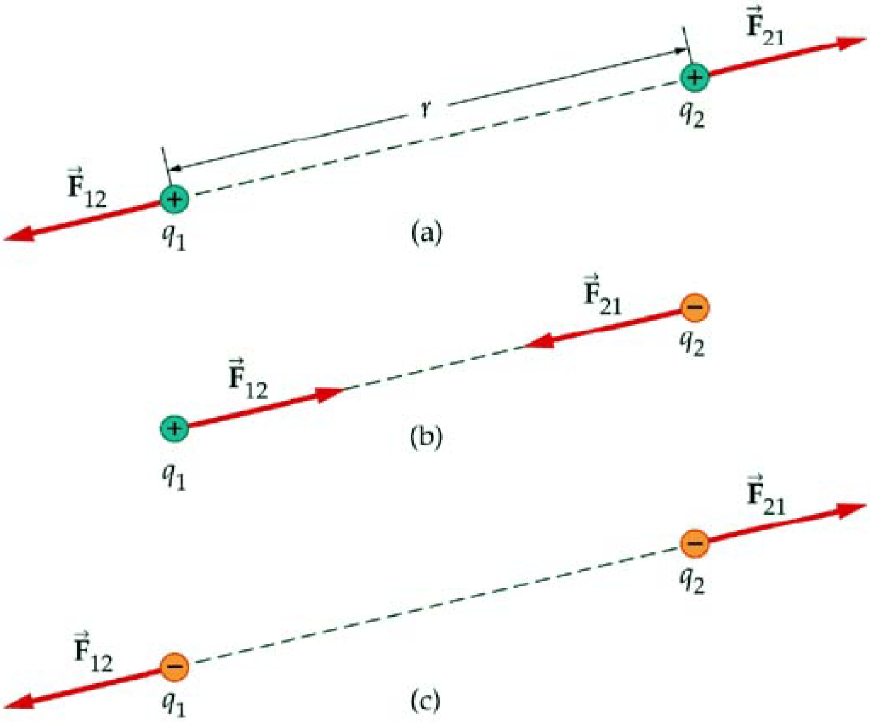
ЕЛЕКТРОСТАТИКА

Електричен заряд
Съществуват два вида електрични заряди: положителен и отрицателен. Означават се с $+q$ и $-q$ (или с главни букви Q). В SI мерната единица за заряд е Кулон. Означава се с буквата С.
Едноименните заряди се отблъскват, а разноименните се привличат.



Най-малкият заряд, който съществува в природата се нарича *елементарен електричен заряд*. Той е равен на заряда на електрона $e = 1{,}6.10^{-19}\,\mathrm{C}$. Всеки по-голям заряд е равен на цяло число заряди на електрона.
Закон за запазване на заряда: Алгебричната сума на зарядите в една затворена система се запазва.

Закон на Кулон
Точков заряд наричаме заредено тяло, чиито размери са много по-малки от разстоянието до други заредени тела.
Закон на Кулон: Силата, която си взаимодействат два точкови заряда с големини q_1 и q_2, намиращи се във вакуум на разстояние r е:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$k = 9.10^9\,\mathrm{N.m^2/C^2}$ е константа. Понякога тази константа се представя във вида $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, като $\pi = 3{,}14$. $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N.m^2)}$ се нарича електрична константа.

Законът на Кулон придобива вида $F = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

Ако зарядите взаимодействат в някаква среда, силата на взаимодействие намалява: $F = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}$. ε_r се нарича диелектрична проницаемост на средата и показва колко пъти намалява силата.

Ако взаимодействат не точкови заряди, а големи тела, мислено разделяме всяко тяло на малки части, които могат да се разглеждат като точкови заряди и сумираме силите, действащи между тези малки части.

> Пример. Два еднакви положителни заряда се намират на разстояние $r = 2\ \mathrm{m}$ и се отблъскват със сила $F = 9\ \mathrm{mN}$. Определете големината на зарядите.
>
> $F = 9\ \mathrm{mN} = 9.10^{-3}\ \mathrm{N}$.
>
> $$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = k\frac{qq}{r^2} = k\frac{q^2}{r^2} \qquad q^2 = \frac{Fr^2}{k}$$
>
> $$q = \sqrt{\frac{Fr^2}{k}} = \sqrt{\frac{9.10^{-3}.2^2}{9.10^9}} = \sqrt{4.10^{-12}} = 2.10^{-6}\ \mathrm{N} = 2\ \mu\mathrm{N}$$

Електрично поле

Всеки заряд създава в околното пространство електрично поле. Когато в това поле е поставен друг заряд, на него му действа електрична сила. Ние ще разглеждаме в този раздел само полета, създадени от неподвижни заряди. Такова електрично поле се нарича *електростатично поле.* Зарядът, с който проверяваме дали в една точка има електрично поле или не, се нарича пробен заряд $q_{пр}$.

Величината $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_{пр}}$ се нарича *интензитет на електричното поле*. Мерна единица N/C.

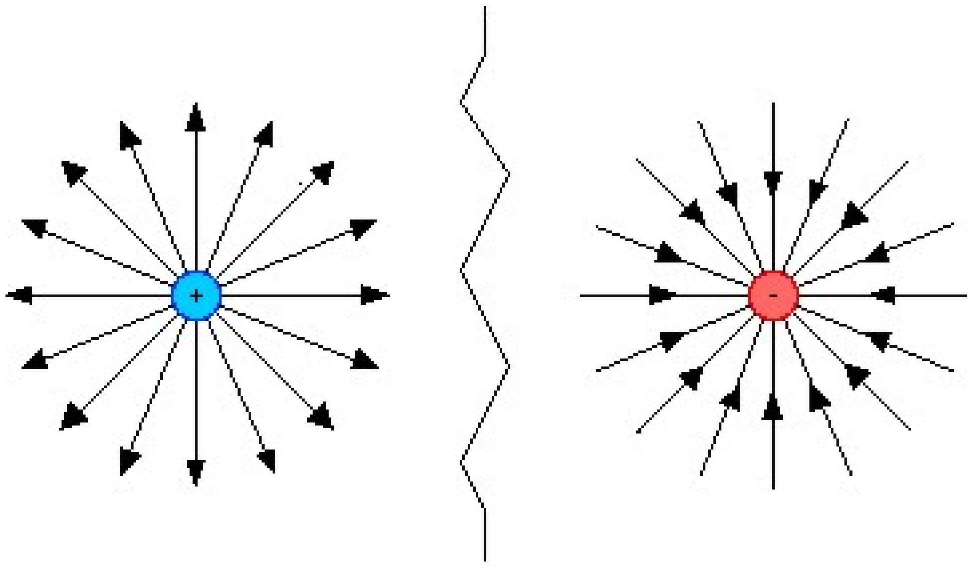
> Пример. Заряд с големина 2 mN е поставен в поле с интензитет 100 N/C. Определете силата, действаща на заряда.
>
> q = 2 mN = 0,002 N
>
> $$E = \frac{F}{q} \qquad F = qE = 0{,}002.100 = 0{,}2\ \mathrm{N}$$

За точков заряд q от закона на Кулон $F = k\dfrac{qq_{пр}}{r^2}$. Интензитетът на точков заряд е

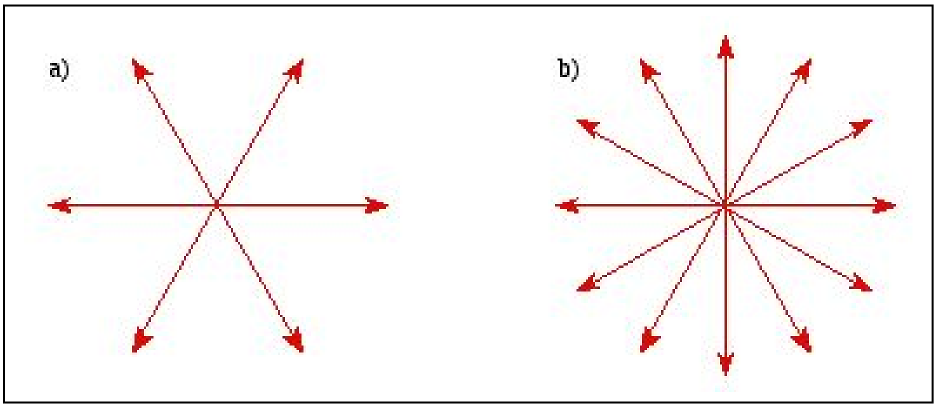
$$E = \frac{F}{q_{пр}} = k\frac{qq_{пр}}{q_{пр}r^2} = k\frac{q}{r^2}$$

Вижда се, че интензитетът не зависи от пробния заряд.

Електричното поле се изобразява с мислени линии, наречени *силови линии*. Векторът на интензитета във всяка точка е по допирателната към силовата линия. Те излизат от положителните заряди и влизат в отрицателните заряди. Стрелките показват посоката на интензитета.



По-силно поле се изобразява с по-гъсти силови линии (дясната фигура по-долу).



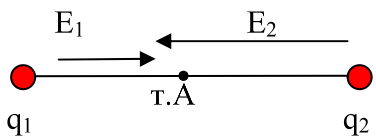
Принцип на суперпозицията: Всеки заряд създава електрично поле независимо от наличието на други заряди.

Нека няколко заряда създават електрично поле. Интензитетът на електричното поле в дадена точка е векторна сума от полетата създавани от всеки заряд поотделно.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum \vec{E}_i$$

Пример. Два заряда с големини $q_1 = +1\ \mu\text{C}$ и $q_2 = +2\ \mu\text{C}$ се намират на разстояние 2 m един от друг. Намерете интензитета на полето в т.А, намираща се в средата на отсечката, свързваща двата заряда.

$q_1 = +1\ \mu\text{C} = 10^{-6}\text{C}$ $\qquad$ $q_2 = +2\ \mu\text{C} = 2.10^{-6}\text{C}$



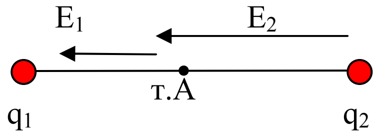
За точков заряд $E = k\dfrac{q}{r^2}$, като $r = 1$ m е разстоянието от всеки заряд до т.А.

$E_1 = k\dfrac{q_1}{r^2}$ $\qquad$ $E_2 = k\dfrac{q_2}{r^2}$. Тъй като и двата заряда са положителни, силовите линии излизат от заряда и посоките им в точка А са противоположни.

$$E = E_2 - E_1 = k\frac{q_2}{r^2} - k\frac{q_1}{r^2} = k\frac{q_2 - q_1}{r^2} = 9.10^9\,\frac{2.10^{-6} - 10^{-6}}{1^2} = 9.10^3\ \text{N/C}$$

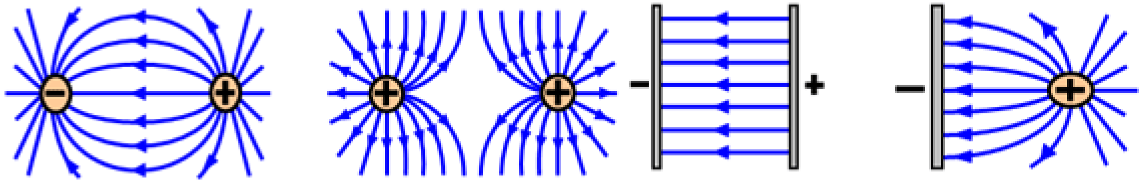
Пример. Как ще се промени резултатът от предния пример ако зарядът $q_1 = -1\,\mu\text{C}$?

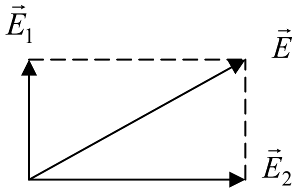
В този случай силовите линии влизат към заряда q_1.



$$E = E_2 + E_1 = k\frac{q_2}{r^2} + k\frac{q_1}{r^2} = k\frac{q_2 + q_1}{r^2} = 9.10^9\,\frac{2.10^{-6} + 10^{-6}}{1^2} = 27.10^3\,\text{N/C}$$

На долната фигура са показани силовите линии на полето на отрицателен и положителен заряд, два положителни заряда, две равномерно заредени равнини и равнина и точков заряд. В случая на две равномерно заредени равнини силовите линии са успоредни прави на равни разстояния една от друга. Във всяка точка на полето интензитета е един и същи. Такова поле се нарича *хомогенно (еднородно) поле*.





Пример. Две полета с интензитети $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ се наслагват в дадена точка, като двата вектора сключват прав ъгъл. Определете интензитета на полученото електрично поле.

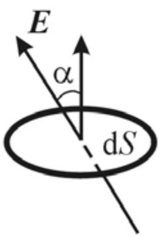
$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

По правилата за събиране на вектори, от фигурата се вижда, че по Питагоровата теорема големината на интензитета на полето е $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$.

Още веднаж най-важното за силовите линии:

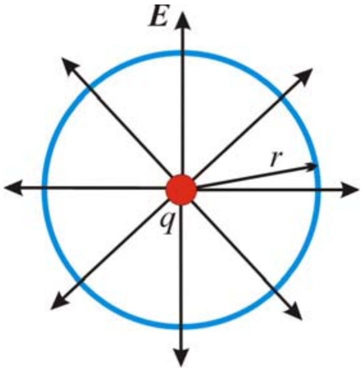
- Силовите линии показват посоката на интензитета на електричното поле
- Силовите линии излизат от + и влизат в –
- По-силно поле се изобразява, като силовите линии се чертаят по-нагъсто

Поток на интензитета



Разглеждаме малка повърхност с площ dS, поставена в електрично поле. α е ъгълът между перпендикуляра към повърхността и вектора $\vec{E}$. Поток на интензитета през повърхността dS наричаме величината $d\Phi_E = E.dS\cos\alpha$. Потокът на интензитета през по-голяма повърхност е сума от потоците през всички малки повърхности. Намира се чрез интегриране $\Phi_E = \int E.dS\cos\alpha$. Смисъл: Потокът на интензитета е равен на броя на силовите линии, пресичащи повърхността. При затворена повърхност силовите линии, които влизат в повърхността се вземат със знак минус, а тези, които излизат – със знак плюс.

Закон на Гаус (Теорема на Гаус)



Разглеждаме заряд q в центъра на сфера с радиус r. Интензитетът на полето на повърхността на сферата е $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Понеже зарядът е в центъра, векторът на интензитета навсякъде е перпендикулярен към повърхността на сферата и $\cos\alpha = \cos 90° = 1$ и $d\Phi_E = E.dS$ за всяка малка повърхност. Пълният поток през сферата е $\Phi_E = \int E.dS = E\int dS$. Тук сме изнесли E пред знака на интеграла, тъй като е константа на повърхността на сферата. $\int dS = S = 4\pi r^2$.

$\Phi_E = E4\pi r^2$ и като заместим $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ получаваме $\Phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$.

Ако заградим заряда с друга повърхност, броят на силовите линии, излизащи от повърхността ще бъде същия. Може да се докаже, че същия резултат ще се получи не само при сфера, а при произволна затворена повърхност.

Законът на Гаус гласи, че потокът на интензитета през затворена повърхност е равен на затворения в повърхността заряд разделен на ε_0.

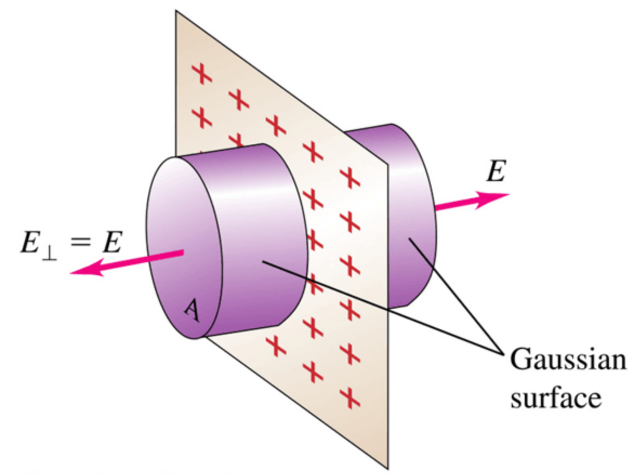
$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Ако имаме няколко заряда, затворени в повърхността $\Phi_E = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$.

Ако имаме един заряд извън затворената повърхност $\Phi_E = 0$, тъй като броят на силовите линии, които влизат в повърхността е равен на броя на силовите линии, които излизат от нея. (напомням, че силовите линии започват и завършват върху заряди)

Приложения на закона на Гаус.

Разглеждаме безкрайна равномерно заредена равнина. Търсим полето, което създава тази равнина. Поради това, че равнината е безкрайна и равномерно заредена, интензитетът на полето е еднакъв навсякъде и перпендикулярен към равнината. Разглеждаме цилиндрична повърхност, обхващаща част от равнината и прилагаме закона на Гаус:



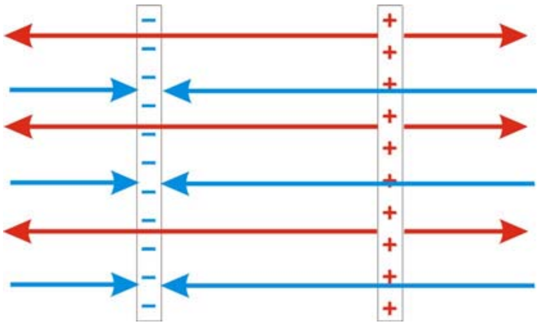
$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

като q е зарядът, затворен в цилиндъра.

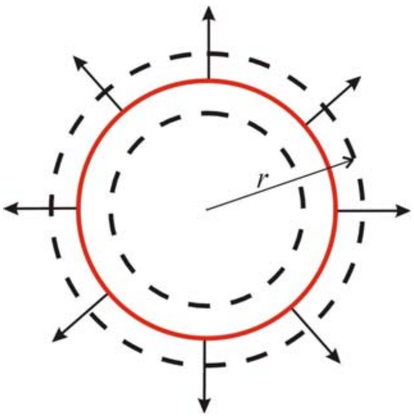
От дефиницията за поток $\Phi_E = \int E.dS\cos\alpha$. Разделяме този интеграл на интеграл по околните стени и интеграл по основите. На околните стени интегралът е нула, тъй като E и перпендикулярът към стената на цилиндъра сключват ъгъл 90º и $\cos 90° = 0$. Остава интегралът по двете основи на цилиндъра, който е $\Phi_E = \int E.dS \cos 0 = E\int dS = 2EA$. Тук А е лицето на основата на цилиндъра, а множителя 2 идва от това, че основите са 2. Като заместим в закона на Гаус $2EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$ или $E = \frac{q}{2A\varepsilon_0}$. Величината $\sigma = \frac{q}{A}$ се нарича повърхнинна плътност на заряда. (това е зарядът на единица площ от равномерно заредената равнина). Краен резултат

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Като следващо приложение ще разгледаме две безкрайни заредени равнини, едната с положителен заряд с повърхнинна плътност $+\sigma$, а другата с отрицателен заряд с $-\sigma$.



Силовите линии, които излизат от положително заредената равнина са оцветени с червено, а силовите линии, които влизат в отрицателната равнина са оцветени в синьо. Вижда се, че между двете равнини всички силови линии са насочени в една посока – наляво. Тъй като всяка равнина създава поле $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, насочено наляво, то общия интензитет на полето ще бъде $E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$. От фигурата се вижда още, че извън областта между равнините двете полета са насочени в противоположни посоки и сумата им е нула. Краен резултат: Полето между двете равнини е $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, а извън тази област полето е нула.



Като следващо приложение ще разгледаме равномерно заредена със заряд q сфера (червената линия на фигурата). Прилагаме закона на Гаус за една сфера със същия център, но по-голям радиус (външния пунктир на фигурата) $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$ като $\Phi_E = \int E.dS \cos\alpha$. Тъй като сферата е равномерно заредена E навсякъде е едно и също и $\cos\alpha = \cos 0 = 1$.

$$\Phi_E = \int E.dS = E\int dS = E.4\pi r^2$$

Тук сме използвали, че $S = 4\pi r^2$ е лице на сфера.

$\Phi_E = E.4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$ и

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$

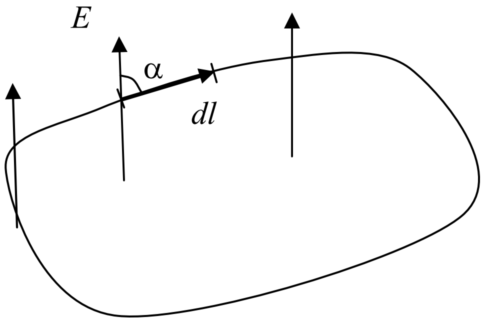
Вижда се, че получихме същия резултат като за точков заряд, поставен в цвнтъра на сферата.

Сега прилагаме закона на Гаус за една сфера със същия център, но по-малък радиус (вътрешния пунктир на фигурата) $\Phi_E = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$. Тъй като в тази сфера няма затворен заряд $q = 0$ и $\Phi_E = 0$. Следователно $\Phi_E = 0 = \int E.dS$ и $E = 0$.

Краен резултат:

- В равномерно заредена сфера полето е нула
- Извън сферата полето е като създадено от точков заряд в центъра на сферата

Циркулация на вектора на интензитета на електричното поле

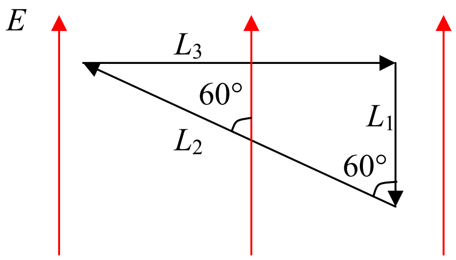


Разглеждаме един контур (затворена линия), поставен във външно електрично поле. Разделяме контура на малки участци $d\vec{l}$, толкова малки, че може да се приемат за праволинейни. Всеки участък сключва с електричното поле $\vec{E}$ някакъв ъгъл α. За всеки участък образуваме произведението $\vec{E}.d\vec{l} = Edl\cos\alpha$. Сумата от всички такива участъци по контура се нарича циркулация на електричното поле $\Gamma = \sum \vec{E}.d\vec{l} = \sum Edl\cos\alpha$.

Когато разглеждаме безкрайно малки участъци, сумата се заменя с интеграл $\Gamma = \oint \vec{E}.d\vec{l} = \oint Edl\cos\alpha$. Кръгчето на знака за интеграла се слага за да напомня, че интегрирането става по затворен контур.

Като пример ще разгледаме циркулацията по затворен контур с форма на правоъгълен триъгълник с ъгли 30, 60 и 90 градуса, поставен в хомогенно поле.

От чертежа се вижда, че $L_1 = L_2\cos 60°$.



$\Gamma = \oint Edl\cos\alpha = \int\limits_{L_1} Edl\cos\alpha_1 + \int\limits_{L_2} Edl\cos\alpha_2 + \int\limits_{L_3} Edl\cos\alpha_3$. Тъй като полето е хомогенно E е постоянно и можем да го изнесем пред знака за интеграла. Ъгълът между полето и $d\vec{l}$ също е постоянен по всяка от страните на триъгълника.

$$I_1 = \int\limits_{L_1} Edl\cos\alpha_1 = E\int\limits_{L_1} dl\cos 180° = -E\int\limits_{L_1} dl = -EL_1$$

$$I_2 = \int\limits_{L_2} Edl\cos\alpha_2 = E\int\limits_{L_2} dl\cos 60° = E\cos 60°\int\limits_{L_2} dl = EL_2\cos 60°$$

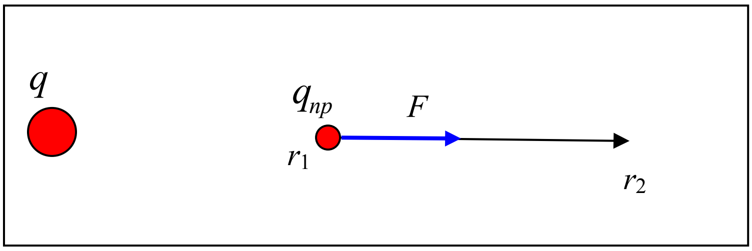
$$I_3 = \int_{L_3} Edl\cos\alpha_3 = \int_{L_3} Edl\cos 90° = \int_{L_3} Edl0 = 0$$

$$\Gamma = I_1 + I_2 + I_3 = -EL_1 + EL_2\cos 60° + 0$$

но $L_1 = L_2 \cos 60°$, заместваме и $\Gamma = -EL_2\cos 60° + EL_2\cos 60° + 0 = 0$

Може да се покаже, че същия резултат се получава за контур с произволна форма. Крайният резултат е:
Циркулацията на електричното поле, създадено от неподвижни заряди (електростатично поле) е равна на нула.

Работа на електростатичното поле
Умножаваме израза за циркулацията с големината на един пробен заряд q: $q\Gamma = q\oint \vec{E}.d\vec{l} = \oint q\vec{E}.d\vec{l} = \oint \vec{F}.d\vec{l} = 0$. От дефиницията на величината работа от механиката $A = \int \vec{F}.d\vec{r}$. От сравняването на двата израза се вижда, че работата на електричните сили за пренасянето на заряд по затворен контур е нула. Такива сили се наричат консервативни и за тях може да се въведе потенциална енергия. Работата на консервативните сили не зависи от вида на траекторията, а само от началното и крайното положение.
Ще покажем на каво е равна потенциалната енергия в един прост пример. Разглеждаме точков положителен заряд. В полето, създадено от този заряд поставяме пробен заряд $q_{пр}$. Под действие на Кулоновата сила на отблъскване този заряд се премества от положение r_1 до положение r_2. От закона на Кулон:



$$F = k\frac{qq_{пр}}{r^2}$$

От дефиницията за работа

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}.d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} Fdr\cos\alpha$$

Тъй като посоките на силата и преместването съвпадат $\alpha = 0, \quad \cos\alpha = 1$ и

$$A = \int_{r_1}^{r_2} Fdr = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{qq_{пр}}{r^2}dr = -k\frac{qq_{пр}}{r}\Bigg|_{r_1}^{r_2} = -\left(k\frac{qq_{пр}}{r_2} - k\frac{qq_{пр}}{r_1}\right)$$

Може да се докаже, че работата би имала тази стойност не само при движение по права линия, но и при всякакъв вид на траекторията.

Потенциалната енергия на точков заряд се дава от $W(r) = k\dfrac{qq_{пр}}{r}$

Пример. Да се намери потенциалната енергия на заряд $q_1 = 1\ \mu\text{C}$ поставен в полето на точков заряд с големина $q_2 = -1\ \text{mC}$ на разстояние $r = 1\ \text{m}$ от него.

$q_1 = 1\ \mu\text{C} = 1.10^{-6}\text{C}$ $\qquad$ $q_2 = -1\ \text{mC} = -1.10^{-3}\ \text{C}$

$$W(r) = k\frac{q_1q_2}{r} = 9.10^9\,\frac{1.10^{-6}.(-1).10^{-3}}{1} = -9\ \text{J}$$

$$A = -(W_2 - W_1)$$

Потенциал

Потенциалната енергия $W(r) = k\dfrac{qq_{пр}}{r}$ зависи от големината на пробния заряд. Въвежда се величината ***потенциал*** на полето, която зависи само от големината на зарядите, които създават полето.

Потенциал: $\varphi = \dfrac{W}{q_{пр}}$

За точков заряд потенциалът е: $\varphi = \dfrac{W}{q_{пр}} = k\dfrac{q}{r}$

Мерната единица за потенциал е волт V.

Пример. Заряд $q = 1\ \mu\text{C}$ поставен в точка от полето с потенциал $\varphi = 1000\ \text{V}$. Определете потенциалната енергия на заряда. $q = 1\ \mu\text{C} = 1.10^{-6}\,\text{C}$ $\varphi = \dfrac{W}{q}$ $\quad W = q\varphi = 1.10^{-6}.1000 = 0{,}001\ \text{J}$

Пример. Какъв потенциал създава точков заряд с големина $q = -10\ \text{mC}$ на разстояние $r = 0{,}01\ \text{m}$ от него. $q = -10\ \text{mC} = -10.10^{-3}\ \text{C}$ $\varphi = k\dfrac{q}{r} = 9.10^{9}\,\dfrac{(-10).10^{-3}}{100} = -9.10^{5}\,\text{V}$

Разликата в потенциалите на две точки се нарича напрежение $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Мерна единица – волт.

Като използваме дефиницията за потенциал $\varphi = \dfrac{W}{q_{пр}}$

$$U = \frac{W_1}{q_{пр}} - \frac{W_2}{q_{пр}}$$

От $A = -(W_2 - W_1)$ се вижда, че $U = \dfrac{A}{q_{пр}}$. Оттук може да запишем дефиницията за напрежение като: *Напрежението е равно на работата за пренасяне на заряд между две точки от полето, разделена на големината на заряда.*

Пример. Заряд $q = 1\ \mu\text{C}$ е пренесен от точка с потенциал $\varphi_1 = 1000\ \text{V}$ до точка с потенциал $\varphi_2 = -2000\ \text{V}$. Определете извършената работа. $q = 1\ \mu\text{C} = 1.10^{-6}\,\text{C}$ Първо намираме напрежението между двете точки: $U = \varphi_1 - \varphi_2 = 1000 - (-2000) = 3000\ \text{V}$ $U = \dfrac{A}{q_{пр}}$; $\quad A = q_{пр}U \quad A = 1.10^{-6}.3000 = 0{,}003\ \text{J}$

Потенциалната енергия на заредена частица може да премине в кинетична енергия на частицата. За затворена система, в която действат само електростатични сили, законът за запазване на енергията има вида:

$$E_k + W = const.$$

Пример. Частица със заряд $q = 1\ \text{mC}$ и маса $m = 0{,}02\ \text{kg}$ в началото е неподвижна в точка с потенциал $\varphi_1 = 2000\ \text{V}$. Под действие на електрично поле частицата започва да се движи и достига до точка с потенциал $\varphi_2 = 1000\ \text{V}$. Намерете скоростта на частицата в тази точка.

$q = 1\ \text{mC} = 10^{-3}\ \text{C}$

В началото потенциалната енергия е $W_1 = q\varphi_1$, а кинетичната енергия е $E_{k1} = 0$.

В края потенциалната енергия е $W_2 = q\varphi_2$, а кинетичната енергия е $E_{k2} = \dfrac{mv^2}{2}$.

Прилагаме закона за запазване на енергията:

$$E_{k1} + W_1 = E_{k2} + W_2$$

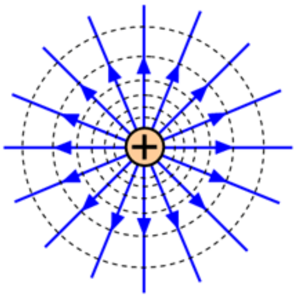
$$0 + q\varphi_1 = \frac{mv^2}{2} + q\varphi_2$$

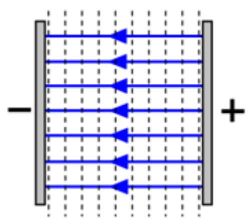
$$\frac{mv^2}{2} = q\varphi_1 - q\varphi_2;$$

$$v = \sqrt{\frac{2(q\varphi_1 - q\varphi_2)}{m}} = \sqrt{\frac{2q(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}} = \sqrt{\frac{2.10^{-3}(2000-1000)}{0{,}02}}$$

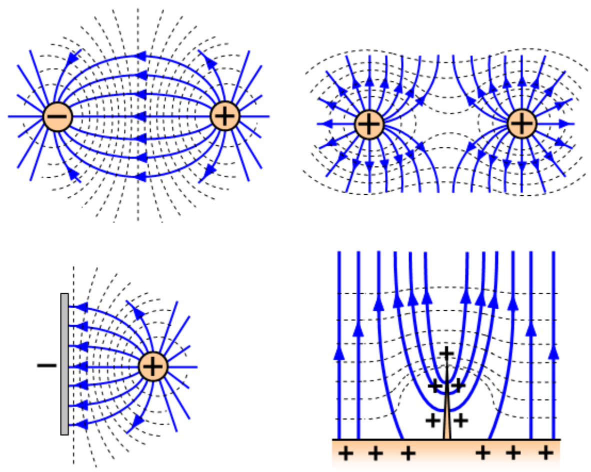
$$v = \sqrt{\frac{2}{0{,}02}} = \sqrt{100} = 10\ \text{m/s}$$

Точките с еднакъв потенциал се наричат *еквипотенциални повърхнини*. Чертаят се с пунктирана линия. Те са винаги перпендикулярни на силовите линии. Примери:





За точков заряд еквипотенциалните повърхнини са концентрични сфери (окръжности на фигурата вляво), а за хомогенно поле – успоредни равнини.



(resourcefulphysics.org)

Ако полето се създава от няколко заряда, потенциалът в дадена точка е сума от потенциалите, създавани от всеки заряд: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots$.

Връзка между интензитет и потенциал

Разглеждаме поле на точков заряд. Интересуваме се само от изменението на потенциала и интензитета в посока *x*.

$\varphi = k\dfrac{q}{x}$ и $E_x = k\dfrac{q}{x^2}$

Намиране производната $\dfrac{d\varphi}{dx} = -k\dfrac{q}{x^2}$. Вижда се, че тази производна е равна на $-E_x$.

$E_x = -\dfrac{d\varphi}{dx}$. Аналогично за другите компоненти:

$$E_y = -\frac{d\varphi}{dy}$$

$$E_z = -\frac{d\varphi}{dz}$$

Съкратено тези три равенства се записват като $\vec{E} = -grad\varphi$. Този резултат е валиден за всяко електростатично поле (не само за създадено от точкови заряди).

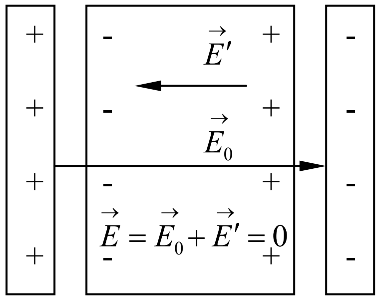
Пример. Потенциалът на електростатично поле се дава от израза $\varphi = 3x^2 - y - 5z^4$. Намерете компонентите на вектора на интензитета на полето.

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx} = -6x$$

$$E_y = -\frac{d\varphi}{dy} = 1$$

$$E_z = -\frac{d\varphi}{dz} = 20z^3$$

Проводници в електрично поле



Характерна особеност на всички проводници е наличието на *свободни* електрични заряди в тях. При внасяне на проводник във външно електростатично поле с интензитет $\vec{E}_0$, свободните му положителни заряди се преместват по посока на $\vec{E}_0$, а свободните му отрицателни заряди – в обратна посока на $\vec{E}_0$. В резултат на това *върху повърхността* на проводника възникват противоположни заряди, наречени *индуцирани заряди*. Индуцираните заряди създават в проводника електрично поле с интензитет $\vec{E}'$, посоката на което е обратна на посоката на външното поле $\vec{E}_0$. Този процес продължава до момента, когато двете полета се уравновесят. Оттук следва, че резултантното поле $\vec{E}$ в проводника е равно на нула, т.е.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

При отстраняване на проводника от външното поле индуцираните заряди изчезват.

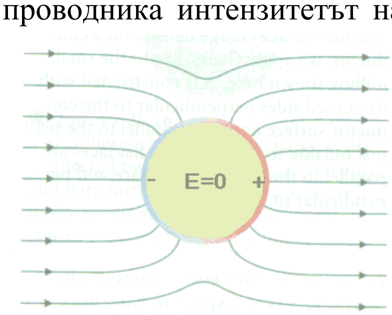
От $E_x = -\dfrac{d\varphi}{dx} = 0$ за всяка от компонентите на интензитета следва, че

$$\varphi = \text{const}$$

Описаното явление се нарича *електростатична индукция*. Открито е от Фарадей (1836 г.) и позволява изграждането на т. нар. *електростатична защита* – заземени метални мрежи или екрани, обвиващи определен обект. При възникване на индуцирани заряди в защитата, те изтичат в Земята и по този начин се предпазва защитавания обект, например двупроводна кабелна линия, високопланинска станция, електронен прибор и др.

В резюме особеностите на проводник във външно електростатично поле са:

- в проводника възникват индуцирани заряди, разположени по повърхността му; плътността на тези заряди е най-голяма в изпъкналите части на проводника;
- интензитетът на полето $\vec{E}$ вътре в проводника е равен на нула; вън от проводника интензитетът на полето е $\vec{E}_0$ и е перпендикулярен на повърхността му;



- потенциалите на всички точки в проводника са равни.

Капацитет на единичен проводник.

При внасяне на електричен заряд Q_1 в проводник, той се разпределя по неговата повърхност така, че вътре в проводника електричното поле да бъде $\vec{E} = 0$, а потенциалът φ - постоянен. При внасяне на допълнителен заряд Q_2, той се разпределя по същия начин, но потенциалът φ на проводника нараства и т.н. Опитно е установено, че отношението на внесения електричен заряд Q към потенциала φ на проводник е постоянна величина за този проводник, т.е.

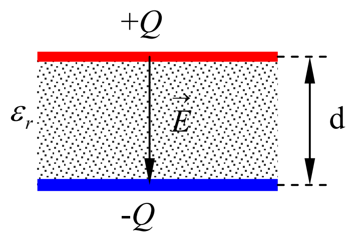
$$\frac{Q}{\varphi} = \mathrm{const} = \mathrm{C}$$

Тази постоянна величина се нарича *капацитет на проводник C*. В SI [C] = C/V = F(фарад). Капацитет C = 1 F има този проводник, при който внасянето на заряд Q = 1 C води до нарастване на потенциала му с φ = 1 V.

Единичните проводници имат много малък капацитет. Например сферичен проводник с радиус на Земята (R = 6371 km) има капацитет $C \approx 700\ \mu\mathrm{F}$. За практиката са необходими устройства, способни да натрупват върху себе си голям електричен заряд Q при малък потенциал φ спрямо околните тела.

Кондензатор

Кондензатор се нарича система от два проводника: 1) разделени от диелектрик; 2) заредени с равни по големина и противоположни по знак заряди +Q и -Q и 3) с такава форма и разположение, при която електричното поле е съсредоточено между проводниците. Понеже електричното поле $\vec{E}$ е съсредоточено между плочите на кондензатора, неговите силови линии винаги започват от едната плоча (с +Q) и завършват на другата плоча (с -Q).



Капацитет C на кондензатор се нарича величината, числено равна на заряда Q, който трябва да се пренесе от единия проводник до другия, за да се промени тяхната потенциална разлика $\varphi_1 - \varphi_2$ с 1 V, т.е.

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U} \tag{3.43}$$

$\varphi_1 - \varphi_2 = U$ е напрежение между двата проводника.

Ще разгледаме плосък кондензатор – двата проводника са две успоредни плочи. От закона на Гаус в този случай $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, като $\sigma = \frac{Q}{S}$ и $E = \frac{Q}{S\varepsilon_0}$ е повърхнинната плътност на заряда. Тук S е площта на плочата. От $E = -\frac{d\varphi}{dx}$ за хомогенно поле може да се запише $E=-\frac{d\varphi}{dx}=-\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}=-\frac{\varphi_2-\varphi_1}{d}=\frac{\varphi_1-\varphi_1}{d}=\frac{U}{d}$, d - разстоянието между плочите. От $E=\frac{Q}{S\varepsilon_0}$ и $E=\frac{U}{d}$ следва, че $\frac{Q}{S\varepsilon_0}=\frac{U}{d}$ и $C=\frac{Q}{U}=\varepsilon_0\frac{S}{d}$. Ако отчетем и диелектрика между плочите с диелектрична проницаемост ε_r:

$$C=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}$$

Пример. Всяка от плочите на кондензатор е заредена със заряд с големина $q=0{,}001\ \mathrm{C}$. Потенциалът на едната плоча е $\varphi_1=500\ \mathrm{V}$, а на другата $\varphi_2=-500\ \mathrm{V}$. Определете капацитета на кондензатора. $U=\varphi_1-\varphi_2=500-(-500)=1000\ \mathrm{V}$. $C=\frac{q}{U}=\frac{0{,}001}{1000}=10^{-6}\,\mathrm{F}=1\,\mu\mathrm{F}$

Енергия на зареден кондензатор.

Зареждането на кондензатора може да се представи като процес, при който от едната плоча на кондензатора последователно се отнемат точкови заряди dQ и се пренасят на другата плоча на кондензатора.

От $U=\frac{A}{Q}$ елементарната работа, извършена за пренасяне на заряд dQ е

$$dA=UdQ=dW$$

От $C=\frac{Q}{U}$ следва $U=\frac{Q}{C}$ и $dW=\frac{Q}{C}dQ$. Оттук след интегриране за потенциалната енергия на зареден кондензатор се получава $W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$. Като използваме, че $C=\frac{Q}{U}$ можем да запишем последното равенство и в други форми:

$$W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}CU^2$$

Енергия на електростатично поле

От горните изрази и $C=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}$ за енергията на електростатичното поле между плочите на плосък кондензатор се получава

$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}U^2\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\left(\frac{U}{d}\right)^2Sd$$

Тъй като $U/d=E$, а $Sd=V$ е обемът на диелектрика между плочите, то

$$W=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2V$$

Обемната плътност на енергията(енергия на единица обем) на полето е

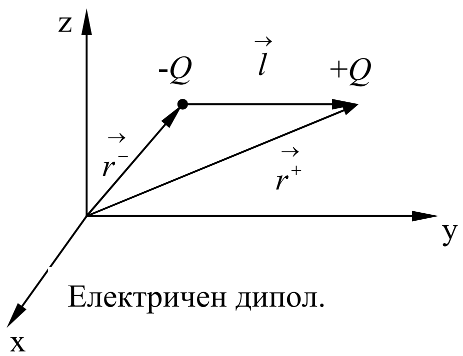
$$w=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$$

Този израз е изведен за кондензатор, но е в сила за всяко електрично поле.

Диелектрици в електрично поле

Полярни и неполярни молекули. При внасяне на диелектрик (изолатор) в електрично поле, то действа върху всички положителни и отрицателни заряди на неговите молекули. Всяка молекула да се разглежда като *електричен дипол*, т.е. като система от два равни по големина и противоположни по знак електрични заряди $+Q$ и $-Q$, разположени на разстояние l един от друг.

Величината



Електричен дипол.

$$\vec{p} == Q\vec{l}$$

се нарича *диполен момент* на молекулата. Векторът $\vec{l}$ винаги е насочен от отрицателния към положителния зарядов център и съвпада с оста на дипола.

Молекула, на която ефективните зарядови центрове *съвпадат,* т.е. $\vec{p} = 0$, се нарича *неполярна*. Такива са молекулите на водорода, азота, въглеводородите и др.

Молекула, на която ефективните зарядови центрове *не съвпадат*, т.е. $\vec{p} \neq 0$, се нарича *полярна*. Такива са молекулите на водата, хлороводорода и др.

При внасяне на *неполярна* молекула в електрично поле нейните зарядови центрове $+Q$ и $-Q$ се отместват един спрямо друг, т.е. тя се превръща в полярна молекула. Придобитият *електричен момент* $\vec{p}$ е пропорционален на интензитета на полето $\vec{E}_0$, т.е.

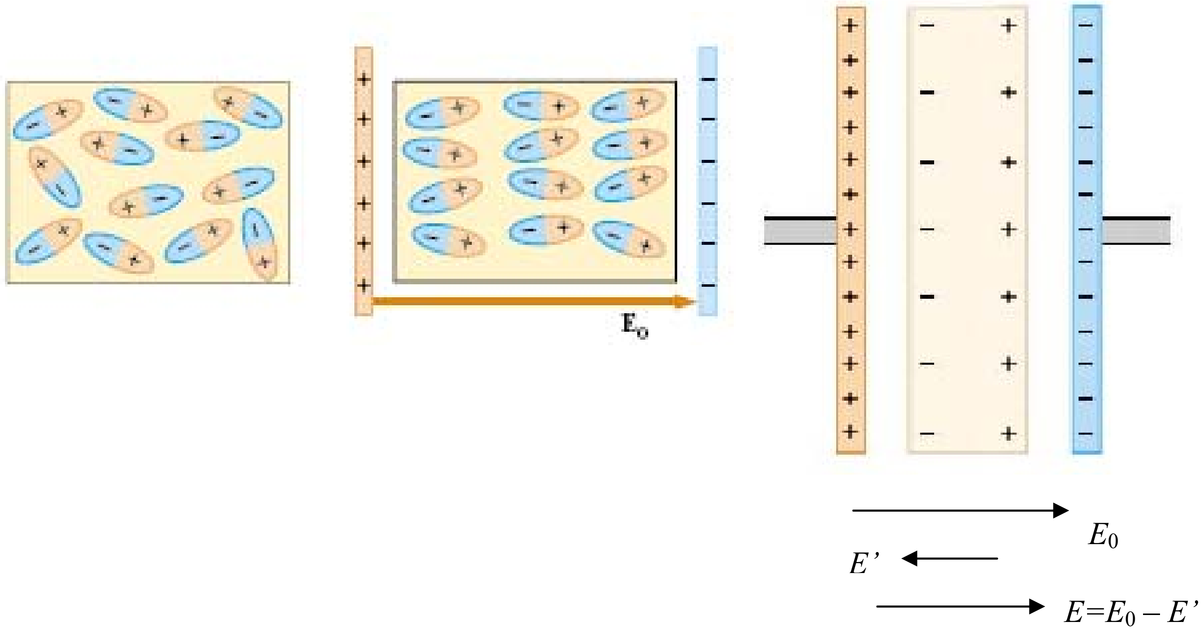
$$\vec{p} = \beta\varepsilon_0 \vec{E}_0$$

Тук коефициентът на пропорционалност β се нарича *поляризуемост* на молекулата, а ε_0 е електричната константа.

При отсъствие на електрично поле $\vec{E}_0$ сумарният електричен момент на диелектрика е равен на нула, защото електричните моменти $\vec{p}_i$ на диелектрик:

- с неполярни молекули са равни на нула;
- с полярни молекули са разпределени хаотично поради топлинното движение на молекулите и взаимно се компенсират.

При внасяне в електрично поле диелектрикът се *поляризира*, т.е. той преминава в състояние, при което електричните моменти на диполите са различни от нула във всеки обемен елемент на диелектрика. Електричните диполи се ориентират по посока на полето.



Степента на поляризация на диелектрика се определя с величината *електрична поляризация P*. По определение

$$\vec{P} = \lim_{V \to 0} \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i}{V} \right)$$

където n е броят на молекулите в обема V на диелектрика, $\vec{p}_i$ - електричният момент на i–я електричен дипол (молекула). За еднороден диелектрик с обемна плътност на молекулите n_V, намиращ се в хомогенно електрично поле, електричната поляризация е

$$\vec{P} = n_V \vec{p}$$

за електричната поляризация се получава

$$\vec{P} = n_V \beta \varepsilon_0 \vec{E}_0$$

Резултантното електрично поле в диелектрика е равно на векторната сума от външното поле и полето, създавано от молекулите на диелектрика:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

Може да се докаже, че $E' = \dfrac{P}{\varepsilon_0}$. Понеже посоките на $\vec{E}_0$ и $\vec{E}'$ са противоположни, големината на интензитета на резултантното поле е:

$$E = E_0 - E'$$

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{n_V \beta \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - n_V \beta E$$

Оттук $$E_0 = (1 + n_V \beta) E = \varepsilon_r E$$

или $$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

Величината $\varepsilon_r = 1 + n_V\beta$ се нарича *относителна диелектрична проницаемост* на диелектрика. Тя показва колко пъти интензитетът на полето E в диелектрика е по-слаб от интензитета на външното поле E_0 . В SI ε_r е безразмерна величина.

Векторната величина $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$ се нарича *електрична индукция*.

Някои особени видове диелектрици

Сегнетоелектрици. Сегнетоелектрици се нарича група от кристални диелектрици, при които в отсъствие на електрично поле възниква спонтанна (самоволна) ориентация на диполните моменти на изграждащите ги молекули.

Специфичните особености на сегнетоелектриците спрямо другите диелектрици са:

1) имат хиляди пъти по-голяма стойност на относителната диелектрична проницаемост ;

2) зависимостта на електричната индукция $\vec{D}$ от интензитета на външното електрично поле $\vec{E}_0$ не е линейна за малки и средни стойности на E_0; при големи стойности на E_0 настъпва насищане;

3) при отстраняване на външното електрично поле $\vec{E}_0$ в сегнетоелектриците се наблюдава *остатъчна поляризация*;

Пиезоелектричен ефект. При механични деформации на някои *кристали без център на симетрия* (например кварц, сегнетова сол, турмалин и др.) те се поляризират. Това явление се нарича *прав пиезоелектричен ефект*.

Обратният пиезоелектричен ефект представлява възникване на механични деформации в пиезокристали под действие на външно електрично поле.

Трептенията на кристала са най-интензивни, когато честотата на високочестотното променливо електрично поле съвпада със собствената честота на трептене на пиезокристала.

Електрети. Диелектрици, чиято поляризация остава и след премахване на предизвикалата я причина, се наричат електрети. Когато поляризацията е резултат от осветяване, те се наричат фотоелектрети. Фотоелектретите са открити и изучени от българския физик акад. Георги Наджаков.

Електричен ток

Електричен ток се нарича всяко насочено движение на електрични заряди. Насоченото движение на заряди се поражда при определени условия в метали, течности, газове, полупроводници и др.

Посока на тока: от плюс към минус.

Големина на тока се нарича скаларната величина I, равна на първата производна по времето на заряда Q, преминаващ през напречното сечение S на проводника, т.е.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

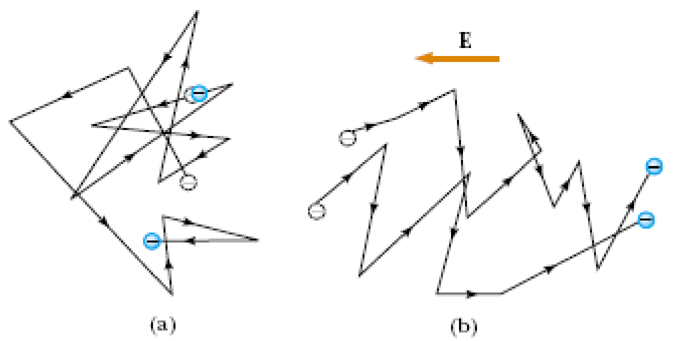
В SI $[\,I\,]$ = A (ампер).

Токът се нарича *постоянен*, когато неговата големина и посока не се изменят с времето. За постоянен ток

$$I = \frac{Q}{t},$$

където Q е електричният заряд, преминаващ през повърхността S за време t.

При отсъствие на електрично поле електричните заряди участват само в хаотично топлинно движение със скорост $\vec{u}$. Поради това средният брой заряди,преминали през повърхността S отляво надясно е равен на средния брой заряди, преминали през повърхността S отдясно наляво. Големината на тока от хаотичното топлинно движение на зарядите е равна на нула. При наличие на електрично поле върху хаотичното топлинно движение на зарядите със скорост $\vec{u}$ се наслагва и насоченото движение със скорост $\vec{v}$, породено от полето $\vec{E}$.



На фигура а) хаотично движение на два електрона; на фигура b) насочено движение на двата електрона във външно поле.

Разпределението на електричния ток по сечението S се характеризира с векторната величина *плътност на тока* $\vec{j}$. Посоката на плътността на тока $\vec{j}$ съвпада с посоката на скоростта на положителните заряди $\vec{v}^{+}$ (т.е. с посоката на тока), а нейната големина се определя по формулата

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}},$$

където $dS_{\perp}$ е проекцията на елементарната повърхност dS, перпендикулярна на посоката на $\vec{j}$, dI - големината на тока през и $dS_{\perp}$.

Големината на тока в проводника се определя чрез интегриране, т.е.

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

За ток с постоянна плътност

$$I = jS$$

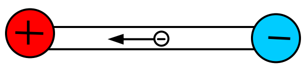
Пример. През проводник със сечение $S = 1\ \mathrm{mm}^2$ за време $t = 5\ \mathrm{s}$ преминава заряд $Q = 0{,}1\ \mathrm{C}$. Намерете големината и плътността на тока.

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{0{,}1}{5} = 0{,}02\ \mathrm{A}$$

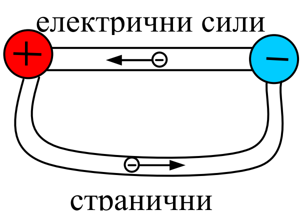
$$S = 1\ \mathrm{mm}^2 = 1.10^{-6}\,\mathrm{m}^2$$

$$j = \frac{I}{S} = \frac{0{,}02}{10^{-6}} = 20000\ \mathrm{A/m}^2$$

Електродвижещо напрежение.



Разглеждаме две тела, едното положително заредено, другото отрицателно. Когато свържем двете тела с метален проводник, електрони от отрицателното тяло ще започнат да се движат към положителното под действие на електричните (Кулонови) сили. По проводника протича електричен ток. Токът ще протича докато има разлика в потенциалите на двете тела, което обикновено става за части от секундата. Ако искаме токът да протича непрекъснато, трябва да вземаме електроните достигнали до положителното тяло и да ги връщаме на отрицателното, срещу действието на електричните сили. Ясно е, че това не може да стане под действие на електричните сили, нужни са някакви други сили, които се наричат странични сили.

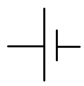


Тези странични сили могат да бъдат резултат от някаква химична реакция (в акумулаторите и батериите), действие на магнитни сили (в генераторите) и др.

Работата на страничните сили за пренасяне на заряд срещу силите на електричното поле, разделена на големината на пренесения заряд се нарича електродвижещо напрежение (ЕДН). $\varepsilon = \dfrac{A_{странични}}{q}$

(Напомням, че обикновеното напрежение е равно на работата на електричните сили върху заряда $U = \dfrac{A}{q}$)

Мерната единица за ЕДН е волт V. Източниците на ЕДН се означават в схемите така:

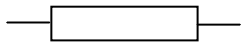


Закони на постоянния електричен ток

Ом (1826г.) установява експериментално, че за даден еднороден проводник отношението на приложеното в краищата му напрежение U към големината на протичащия в него постоянен ток I е постоянна величина, т.е.

$$\frac{U}{I} = const = R$$

Тази *const* Ом нарича *електрично съпротивление* R. Зависимостта се нарича *закон на Ом за част от веригата*. Друг запис: $I = \dfrac{U}{R}$.

В SI $[R]$ = V/A = Ω (Ом). Означение в схемите: 

Съпротивлението R зависи от веществото и размерите на еднородния проводник. За цилиндричен проводник с дължина l и напречно сечение S

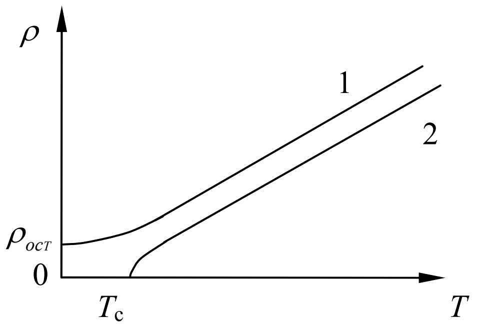
$$R = \rho\frac{l}{S}$$

където ρ е *специфичното електрично съпротивление*. В SI [ρ] = Ω·m.

Специфичното съпротивление ρ зависи от химичните свойства на веществото и физичните условия, при които се намира проводникът. За повечето метали зависимостта на ρ от температура T има вида

$$\rho = \alpha\rho_0 T\ ,$$

където $\alpha \approx 1/273{,}15\ \mathrm{K}^{-1}$, а ρ_0 е специфичното съпротивление на проводника при температура $T = 273{,}15\ \mathrm{K}$.

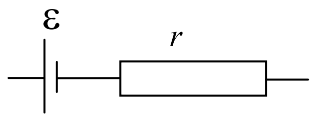


Зависимост на специфичното съпротивление ρ от температура T: 1-за повечето метали, 2-за някои метали и сплави, $\rho_{ост}$ -остатъчно специфично съпротивление, T_c температура на

На фигурата е представена опитно установената зависимост на ρ от T. Остатъчното специфично съпротивление $\rho_{ост}$ се поражда от примесите и остатъчните механични напрежения в проводника.

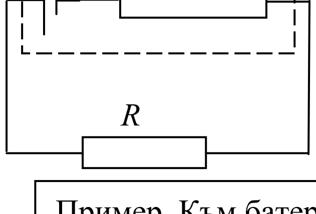
Камерлинг Онес (1911г.) открива явлението *свръхпроводимост* – пълното изчезване на ρ на някои метали при определена температура T_c, наречена *температура на преминаване в свръхпроводящо състояние*. Веществата, притежаващи свойството свръхпроводимост, се наричат *свръхпроводници*. За чисти метали T_c = (0,35 – 9,2) K, а за някои сплави T_c може да има и по-високи стойности. Свръхпроводниците губят своите свойства под действие на *силен* ток I или *силно* магнитно поле.

Всеки източник (например батерия) има и свое вътрешно съпротивление r. Затова по-правилно е източника да се представя:



За затворена верига, в която има включен източник е в сила законът на Ом за цялата верига:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$



Тук r е вътрешното съпротивление на източника, а R е общото съпротивление на веригата, включена към източника. С прекъсната линия е даден източника.

Пример. Към батерия с ЕДН 1,5 V и вътрешно съпротивление $r = 1\,\Omega$ е включен резистор с неизвестно съпротивление. През резистора протича ток $I = 0{,}5$ A. Определете съпротивлението на резистора.

$I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$ $\qquad$ $R + r = \dfrac{\varepsilon}{I}$ $\qquad$ $R = \dfrac{\varepsilon}{I} - r = \dfrac{1{,}5}{0{,}5} - 1 = 2\,\Omega$

От закона на Ом за цялата верига $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$ се вижда, че токът ще е максимален, когато $R = 0$ и $I_{\max} = \dfrac{\varepsilon}{r}$. Това се нарича режим на късо съединение. Получава се когато клемите на източника се свържат директно една с друга. При източници с малко вътрешно съпротивление токът може да достигне много високи стойности и това да доведе до повреда на източника.

Напрежението на клемите на източника е равно на напрежението върху R (виж. фигурата). От $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$ получаваме $IR = \varepsilon - Ir$. Тъй като $U = IR$ за напрежението на клемите на източника получаваме $U = \varepsilon - Ir$. Вижда се, че напрежението е максимално, когато токът е равен на нула – режим на празен ход ($U = \varepsilon$). С нарастване на тока напрежението спада. В горния пример от $U = \varepsilon - Ir$ намираме $U = 1{,}5 - 0{,}5.1 = 1\ \mathrm{V}$. Накратко: напрежението на батерията е 1,5 V само, когато от нея не се черпи ток. Ако започнем да черпим ток, напрежението намалява. Оттук можем да дадем още една дефиниция на електродвижещо напрежение: *ЕДН наричаме напрежението на клемите на източник, когато от него не се черпи ток.*

Работа и мощност на тока

Нека малък заряд dQ е пренесен между две точки с потенциална разлика (напрежение) U, при което е извършена работа dA. От дефиницията за напрежение: $U = \dfrac{dA}{dQ}$ или $dA = UdQ$. От дефиницията за големина на тока $I = \dfrac{dQ}{dt}$ $dQ = Idt$. Заместваме и получаваме $dA = UIdt$. Работата за по-голям интервал от време получаваме чрез интегриране: $A = \int_{t_1}^{t_2} UIdt$. За постоянен ток $A = UIt$.

Мощността по определение е $P = \dfrac{dA}{dt} = \dfrac{UIdt}{dt} = UI$

> Пример. Нагревателят на електрическа печка има съпротивление $R = 22\ \Omega$ и е включен към източник на напрежение $U = 220\ \mathrm{V}$. Определете тока през нагревателя и отделената мощност.
>
> От закона на Ом $I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{220}{22} = 10\ \mathrm{A}$ $\qquad P = UI = 220.10 = 2200\ \mathrm{W}$

В нагревателните уреди работата на електричните сили преминава в топлина: $dQ = dA = UIdt$. От закона на Ом $U = IR$ и получаваме

$$dQ = I^2 Rdt$$

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 Rdt$$

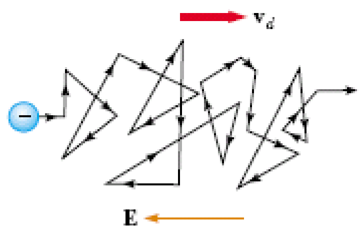
за постоянен ток $Q = I^2 Rt$

Горните три равенства са различни форми на запис на *закона на Джаул-Ленц* за топлината отделяне в един проводник при протичане на ток.

Пример. Токът през проводник със съпротивление $R = 10\ \Omega$ се изменя по закон $I = 3t$. Определете отделеното количество топлина интервала време от $t_1 = 3$ s до $t_2 = 5$ s.

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt = \int_3^5 (3t)^2 10 dt = \int_3^5 9t^2 10 dt = 90\int_3^5 t^2 dt = 90\frac{t^3}{3}\Bigg|_3^5 = 90\left(\frac{5^3}{3} - \frac{3^3}{3}\right) = 2940\ \text{J}$$

Класическа електронна теория за проводимостта на металите



Разглеждаме метален проводник, в краищата на който е подадено напрежение. Електроните се движат към плюса, като се удрят в неподвижните атоми и при всеки удар променят посоката и скоростта си (виж фигурата). Означения: e -заряд на електрона, m -маса на електрона, n -концентрация на електроните, τ -средно време между два удара, v -скорост на хаотичното движение, λ - среден свободен пробег на електрона между два удара, l -дължина на проводника.

На електрона във външно електрично поле действа сила $F = eE$. От $F = ma$ получаваме $a = \dfrac{eE}{m}$. Това ускорение води до поява на насочена скорост u, която нараства с времето. Когато електронът се удари в някой атом, тази скорост става нула. Максималната стойност на насочената скорост се достига непосредствено преди удара: $u_{\max} = a\tau = \dfrac{eE\tau}{m}$. Тъй като насочената скорост се изменя от 0 до $u_{\max}$, като средна стойност на насочената скорост ще вземем $\bar{u} = \dfrac{1}{2}u_{\max} = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE\tau}{m}$.

Броят на електроните, които ще преминат през напречното сечение на проводника за време dt е $n\bar{u}\,dt\,S$. Те пренасят заряд $dQ = en\bar{u}\,dt\,S$. По дефиниция големината на тока е

$I = \dfrac{dQ}{dt} = \dfrac{en\bar{u}\,dt\,S}{dt}$ или

$$I = en\bar{u}S$$

заместваме $\bar{u} = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE\tau}{m}$ и получаваме $I = \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2E\tau}{m}nS$. За средното поле $E = \dfrac{U}{l}$ и

$I = \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2\tau}{m}nS\dfrac{U}{l} = \dfrac{U}{R}$, като $R = \dfrac{2ml}{e^2\tau nS}$ е съпротивлението на проводника. По този начин изведохме закона на Ом. *Извод: съпротивлението се дължи на ударите на електроните с атомите.* Ако ударите са малко, времето τ между два удара е голямо и съпротивлението е малко.

От $R = \dfrac{2ml}{e^2\tau nS}$ и $R = \rho\dfrac{l}{S}$ виждаме, че специфичното съпротивление е $\rho = \dfrac{2m}{e^2\tau n}$.

От $I = en\bar{u}S$ и $I = jS$ определяме плътността на тока $j = en\bar{u}$ или $j = \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2\tau n}{m}E$.

Ако означим $\sigma = \frac{1}{2}\frac{e^2\tau n}{m}$ можем да запишем $j = \sigma E$. Величината σ се нарича специфична проводимост. Тя е реципрочна на специфичното съпротивление $\sigma = \frac{1}{\rho}$. Макар и рядко се използва величината проводимост $G = \sigma\frac{S}{l} = \frac{1}{R}$. Мерната единица за тази величина е сименс S. (носи името на създателя на Siemens).