

# Основни закони и формули

## I. КИНЕМАТИКА

### 1. Скорост и ускорение

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \equiv \dot{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \dot{\mathbf{v}}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \equiv \dot{\varphi}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \equiv \dot{\omega}$$

средна скорост

$$\bar{v} = \frac{l}{t} \quad (\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t})$$

### 2. тангентно и нормално ускорение

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \equiv \dot{v}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

### 3. Равнопроменливо движение (въртене)

$$a_\tau = const$$

$$v = v_0 + a_\tau \cdot t$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_\tau \cdot t^2$$

$$\varepsilon = const$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$$

$$\varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \varepsilon \cdot t^2$$

$$s = \rho \varphi$$

$$v = \rho \omega$$

$$a_\tau = \rho \varepsilon$$

$$v = \omega \times r$$

## II. ДИНАМИКА

### 1. Импулс

$$\mathbf{p} = \sum m_i \mathbf{v}_i = m \mathbf{v}_c$$

### I принцип

$$\mathbf{p} = const, \text{ ако } \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

### II принцип

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} \equiv \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{ext}, \quad \mathbf{F}^{in} = \mathbf{0}$$

Основно уравнение на Динамиката  $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$

### III принцип

$$\mathbf{F}_{ik} = -\mathbf{F}_{ki}$$

### 2. Работа и енергия

$$dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F_\tau ds$$

Мощност

$$P = dA / dt = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

### Кинетична енергия

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_k^{rot} = \frac{I\omega^2}{2}$$

### Потенциална енергия

$$E_p = mgh$$

$$E_p = -\gamma \frac{M}{r}$$

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

$$E_p = \frac{D\varphi^2}{2}$$

### Пълна енергия

$$E = E_k + E_p$$

$$\Delta E = A^{ext} + A_{nc}^{in}$$

В затворена консервативна система

$$E = const$$

### 3. Инерчен Момент

$$I = \sum m_i \rho_i^2$$

за цилиндър или диск

$$I = \frac{1}{2} m R^2$$

за пръстен

$$I = \frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2)$$

за кълбо

$$I = \frac{2}{5} m R^2$$

за тънък прът

$$I = \frac{1}{12} m l^2$$

$$I = \frac{1}{3} m l^2$$

Теорема на Щайнер

$$I = I_c + m a^2$$

4. Въртящ момент  
спрямо полюс

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

спрямо ос

$$M = \rho F r$$

5. Момент на импулса

спрямо полюс

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i$$

$$\mathbf{L} = \sum \mathbf{L}_i$$

спрямо ос

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{\parallel} + \mathbf{L}_{\perp}$$

$$\mathbf{L}_{\parallel} = I_{\parallel} \boldsymbol{\omega} = I \boldsymbol{\omega}$$

$$\mathbf{L}_{\perp} = \mathbf{I}_{\perp} \boldsymbol{\omega}$$

$$I_{\parallel} = I = \sum m_i \rho_i^2$$

особягащ момент

$$\mathbf{I}_{\perp} = -\sum m_i (\pm d_i) \cdot \rho_i$$

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \omega \cdot \mathbf{e}_{\parallel}$$

$$I = I_{\parallel} = \mathbf{e}_{\parallel} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{e}_{\parallel}$$

$$I_{\perp} = |\mathbf{I}_{\perp}|$$

$$I_{\perp} = \sqrt{(\mathbf{I} \cdot \mathbf{e}_{\parallel})^2 - (\mathbf{e}_{\parallel} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{e}_{\parallel})^2}$$

6. Основно уравнение  
при въртене

спрямо неподвижен  
полюс

$$\dot{\mathbf{L}} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^{ext}, \quad \mathbf{M}^{in} = 0$$

$$\mathbf{L} = \text{const}, \text{ ако } \mathbf{M} = 0$$

спрямо подвижен  
полюс A

$$\dot{\mathbf{L}}_A = \mathbf{M}_A - m(\mathbf{v}_A \times \mathbf{v}_c)$$

$$\dot{\mathbf{L}}_A = \mathbf{M}_A, \text{ ако } \mathbf{v}_A \times \mathbf{v}_c = 0$$

$$\dot{\mathbf{L}}_C = \frac{d\mathbf{L}_C}{dt} = \mathbf{M}_C$$

спрямо ос

$$\dot{L} = \frac{dL}{dt} = M$$

$$I \varepsilon = M$$

$$L = L_{\parallel}, \quad M = M_{\parallel}$$

7. Жироскопи, прецесия и  
нутация

$$\omega' = \frac{lmg}{L}$$

$$\omega_L = \frac{L}{I_x}$$

III. Механика на флуидите

1. Флуидостатика

налягане (плътност  
на енергията)

$$p_x = \rho g h$$

Архимед

$$\mathbf{F}_A = -\rho V \mathbf{g}$$

2. Флуидодинамика

масов поток

$$\dot{m} = \rho S v$$

уравнение за непрекъснатост  
 $Sv = const$

уравнение на Бернули  
 $\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const$

Подемна сила  
 $L = C_L S \frac{\rho v^2}{2}$   
 $C_L = 2\pi \sin \alpha$

Челно съпротивление  
 $D = C_D S \frac{\rho v^2}{2}$   
 $C_D = C_{pr} + \pi \alpha^2$

IV. ТО  
 А. ЧТО  
 1. Кинематика  
 Трансформации на Лоренц

$$x = \gamma(x' + Vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma(t' + \beta x')$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\beta = \frac{V}{c} = V, c = 1$$

Скъсяване на дължината по направление на движението

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Забавяне на хода на движещи се часовници

$$\Delta t = \Delta t_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$d\tau = dt_0 = dt \sqrt{1 - \beta^2}$$

$d\tau$  – собствено време

интервал

$$ds = 1 \cdot d\tau = \sqrt{dt^2 - d\mathbf{r}^2}$$

4 мерно време-пространство

$$\mathbf{r} = (t, \mathbf{r})$$

$$ds = |d\mathbf{r}|$$

4 - скорост

$$\vec{u} = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right)$$

4 – ускорение

$$\vec{a} = d\vec{u} / d\tau$$

$$\vec{a} \perp \vec{u}$$

2. Динамика

$$\vec{p} = m \vec{u}$$

$$m = |\vec{p}|$$

I принцип

$$\vec{p} = \text{const}, \text{ ако } \vec{F} = \vec{0}$$

II принцип

$$d\vec{p} / d\tau = \vec{F}$$

$$m \vec{a} = \vec{F}$$

маса, енергия и импулс

$$\vec{p} = (E, \mathbf{p})$$

$$p_0 = E = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2}}$$

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2}} = E \cdot \mathbf{v}$$

$$m \equiv |\vec{p}| = \sqrt{E^2 - \mathbf{p}^2}$$

$$E_0 = m$$

$$T \equiv E_k = E - E_0$$

за система

$$M = \sum m_i + \sum T_i + U$$

$$M \neq \sum m_i$$

$U$  - енергия на взаимодействие

енергия на свързване

$$E_b = \sum T_i + U$$

Б. ОТО

$$\text{ако } \vec{F} = \vec{0}$$

$$d\vec{p} / d\tau = (\nabla \otimes \mathbf{p}) \cdot \mathbf{u} = \vec{0}$$

- движението е по геодезична линия

Вместо гравитация – изкривяване на време-пространството

$$\mathbf{G} = 8\pi\gamma\mathbf{T}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{R} - \frac{1}{2} Rg$$

$\mathbf{G}$  – тензор на Хилберт-Айнщайн

**R** – тензор на Ричи  
**T** – тензор на енергията и импулса  
**g** – метрика

## V. Термодинамика

### 1. Идеален газ

$$v = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu} = \frac{V}{V_\mu}$$

$$1. pV = \nu RT$$

$$2. p = \frac{\rho RT}{\mu}$$

$$3. p = nkT$$

### изотермен

$$pV = const,$$

$$T = const$$

### изохорен

$$\frac{p}{T} = const,$$

$$V = const$$

### изобарен

$$\frac{V}{T} = const,$$

$$p = const$$

### адиабатен

$$pV^\kappa = const,$$

$$\delta Q = 0$$

### Основно у-е на МКТ

$$p = \frac{2}{i} n < \varepsilon >$$

$$(p = nkT)$$

### следствия

$$< \varepsilon > = \frac{i}{2} kT$$

$$< \varepsilon_1 > = \frac{1}{2} kT$$

$$U = N < \varepsilon > = \nu \frac{i}{2} RT$$

### Разпределение на Болцман

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}$$

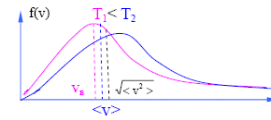
$$p = p_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}$$

### Разпределение на Максвел

$$f(v) = A 4\pi v^2 e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}}$$

$$A = \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2}$$

$$dn(v) = f(v) dv$$



$$v_s = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

$$< v > = \int_0^\infty v \cdot f(v) dv = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \approx 1,13 v_s$$

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1,22 v_s$$

### I. принцип на ТД

$$\delta Q = dU + \delta A$$

### Топлоемност

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \text{ топл. на ТДС}$$

$$c = \frac{C}{\nu} \text{ за 1 kmol}$$

$$c' = \frac{C}{m} \text{ за 1 kg}$$

### Приложение на I. пр. на ТД към изопроцеси на ид. газ

$$c_p = \frac{i+2}{2} R$$

$$c_V = \frac{i}{2} R$$

$$c_p - c_V = R$$

$$k = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i+2}{i}$$

### за изохорен процес

$$\delta A = pdV = 0$$

$$\delta Q = dU = \nu \frac{i}{2} R dT$$

$$c_V = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{i}{2} R$$

### за изобарен процес

$$\delta Q = dU + pdV$$

$$\delta Q = \nu \left( \frac{i}{2} + 1 \right) R dT$$

$$c_p = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{i+2}{2} R$$

за изотермен процес

$$dU = \nu c_V dT = 0$$

$$\delta Q = dA = p dV$$

$$dA = \nu RT \frac{dV}{V}$$

$$A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

за адиабатен процес

$$\delta Q = 0, \quad \delta A = -dU$$

$$pV^\kappa = \text{const}$$

2. Реален газ

$$(p + \frac{\nu^2 a}{V^2})(V - \nu b) = \nu RT$$

$$U = \nu c_V T - \frac{\nu^2 a}{V}$$

ТД потенциалы

$$H = U + pV$$

$$F = U - TS$$

$$G = H - TS$$

$H$  – енталпия

$F, G$  – св. енергия

на Хелмхолц и Гибс

Энтропия

$$S = k \ln \Omega$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

II. принцип на ТД

$dS \geq 0$  за самопроизволен пр.

Топлинни машини

Цикъл на Карно

$$\eta_C = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$\eta \leq \eta_C$  за реална топл.

Машина

Ефективност на охлаж.

$$K = \frac{Q_2}{|A|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

3. Явления на пренос

Топлопроводност

Закон на Фурие

$$I_q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \rho \bar{v} \bar{\lambda} c'_V$$

Вискозитет

закон на Максвел

$$I_p = -\eta \frac{du}{dy}$$

$$\eta = \frac{1}{2} \rho \bar{v} \bar{\lambda}$$

Дифузия

закон на Фик

$$I_n = -D \frac{dn(x)}{dx}$$

$$D = \frac{1}{2} \bar{v} \bar{\lambda}$$

$$\lambda = \eta c'_V = D \rho c'_V$$

VI. Электромагнетизъм

Закон на Кулон

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, \text{ за м.з.}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}, \text{ за м.з.}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$$

Принцип за суперпозицията

$$\mathbf{E} = \sum \mathbf{E}_i$$

$$\varphi = \sum \varphi_i$$

Връзка

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi$$

Теорема на

електростатиката

$$\oint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q^{in}}{\epsilon_0}$$

$$\oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

Поле на равномерно заредена  $\infty$  повърн.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Поле м/у 2 равномерно заредени  $\infty$  повърн.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Поле на равномерно заредена сф. повърн.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, r \geq R$$

$$E = 0, r \leq R$$

Поле на равномерно заредено кълбо

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, r \geq R$$

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r, r \leq R$$

Ел. дипол

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l}$$

Дипол в ел. поле

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

$$E_p = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

$$\mathbf{F} = -\nabla E_p$$

Поляризация

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}_i}{\Delta V} = n \langle \mathbf{p} \rangle = \rho' \langle \mathbf{l} \rangle$$

Връзки

$$\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

В диелектрик

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q_{in}$$

$$\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = q'_{out} = -q'_{in}$$

Граница диел. Метал

$$\sigma = D_n$$

$$\sigma' = -\sigma \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}$$

Капацитет

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Капацитет на усп. и посл. св. конд.

$$C = \sum C_i$$

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Енергия на зар. конд.

$$E_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Плътност на тока

$$\mathbf{j} = \rho_- \mathbf{v}_- + \rho_+ \mathbf{v}_+$$

$$\rho = nq$$

В метал

$$\mathbf{j} = env$$

Големина на тока

$$I = jS_{\perp} = \dot{q}$$

Е.Д.Н

$$\epsilon = \frac{A^*}{q} = \oint_C \mathbf{E}^* \cdot d\mathbf{l}$$

Напрежение

$$U = \frac{A}{q} = -\Delta\varphi \pm \epsilon$$

Закон на Ом

$$I = \frac{U}{R}$$

$$R = \rho \frac{l}{S_{\perp}}$$

локално

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{E}}{\rho}$$

за цялата верига

$$I = \frac{\epsilon}{R+r}$$

Работа и мощност

$$A = Q = qU = IUt$$

$$P = \dot{A} = IU$$

локално

$$p = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = E^2 / \rho$$

Закон на Ампер

$$\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Закон на Био-Савар-Лаплас

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

Магнитно поле на прав проводник с ток

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_1 + \sin \beta_2)$$

$$\mathbf{B}_{\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Магнитно поле на кръгов проводник

$$B = B_{\parallel} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{r^3}$$

$$B_C = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Магнитно поле на тор и соленоид

$$B = n\mu_0 I$$

Магнитно поле на движещ се заряд

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}'}{c^2}$$

$$\mathbf{E}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

### Сила на Лоренц

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

### Теорема на магнитостатиката

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_C I_C$$

### Магнитен дипол

$$\mathbf{p} = IS$$

### Намагнитеност

$$\mathbf{J} = n < \mathbf{p} > = nI' < \mathbf{S} >$$

#### Връзки

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{H}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{J})$$

$$\mu_r = 1 + \kappa$$

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

### Теореме на Ампер в среда

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_C I_C$$

### Закон на Фарадей

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

### Уравнения на Максвел

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

### Допълнителни у-я

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \frac{\mathbf{E}}{\rho}$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

### VII. Трептения и вълни

#### Хармонично трептене

$$s = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$

#### Уравнение на харм. тр.

$$\ddot{s} + \omega^2 s = 0$$

#### Енергия на х.тр.

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2 \Phi$$

$$E_p = \frac{ks^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2 \Phi$$

#### Физическо махало

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

### Математично махало

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

### Пружинно махало

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

### Торзионно махало

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{I}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$$

### Ел. тр. кръг

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC}$$

### Експ. зат. трептения

$$s = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} < \omega_0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

### Уравнение на експ. з. тр.

$$\ddot{s} + 2\beta\dot{s} + \omega^2 s = 0$$

$$\beta = \frac{r}{2m}$$

### Логаритмичен декремент

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T$$

### Доброкачественост

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{2\beta}$$

### Принудени трептения

$$\ddot{s} + 2\beta\dot{s} + \omega^2 s = f_0 \cos \omega t$$

$$s = A \cos(\omega t - \varphi)$$

$$f_0 = \frac{F}{m}$$

### Амплитуда и фаза

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

### Резонанс

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$A_r = \frac{f_0}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

## Резонанс на скоростта

$$\omega_r = \omega_0$$

$$v_{\max} = \omega_0 A$$

## Вълни:

### 1. едномерна

$$\xi = A \cos(\omega t - kx)$$

$$k = \frac{\omega}{v}$$

### 2. плоска

$$\xi = A \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

$$\mathbf{k} = k \cdot \mathbf{n}, \quad |\mathbf{n}| = 1$$

### 3. сферична

$$\xi = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr)$$

### 4. цилиндрична

$$\xi = \frac{A}{\sqrt{\rho}} \cos(\omega t - k\rho)$$

## Вълново уравнение

$$\Delta \xi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta \equiv \nabla^2$$

## Скорости:

### 1. фазова

$$v = \frac{\omega}{k}$$

### 2. групова

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

### 3. на трептене

$$\dot{\xi} \equiv \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

## Дисперсия

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} \\ = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

$$v_g \leq c$$

## Интерференция

$$A = \begin{cases} A_1 + A_2 = \max \\ |A_1 - A_2| = \min \end{cases}$$

$$\text{ako } \Delta \Phi = \begin{cases} 2m\pi \\ (2m+1)\pi \end{cases}$$

## кохерентни вълни

1.  $\omega_1 = \omega_2$

2.  $\Delta \varphi = \text{const}$

## Стоящи вълни:

От възел до възел  $\lambda/2$

От пик до пик  $\lambda/2$

От възел до пик  $\lambda/4$

при отр. от пл. среда  
се губи  $\lambda/2$

## Скорост на надл. вълни

$$v_{\parallel} \approx \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

## Скорост на напр. вълни

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{E}{\rho 2(1+\mu)}}$$

Във флуид  $v_{\perp} = 0$

## За опъната струна

$$v_{\perp} = \sqrt{\frac{F}{\rho_1}}$$

## Скорост на звука

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}}, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

## Енергитични съотн.

$$\varepsilon_k = \varepsilon_p = \bar{\varepsilon} \sin^2 \Phi$$

$$\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p = 2\bar{\varepsilon} \sin^2 \Phi$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\rho \omega^2 A^2}{2}$$

## Енерг. поток

$$\bar{\Phi} = \bar{\varepsilon} S_{\perp} v_g = \bar{J} S_{\perp}$$

## Интензитет

$$I = \frac{\bar{\Phi}}{S_{\perp}} = \bar{\varepsilon} v_g = \bar{J}$$

## Ел.магн. вълни

$$\mathbf{J} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \varepsilon \mathbf{v}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_m$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\varepsilon E^2 + \mu H^2)$$

$$v = v_g = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

$$I = \bar{J} = \bar{\varepsilon} \cdot v$$

## Интерференция на светлината

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1 + \begin{cases} 0 \\ \pm \lambda/2 \end{cases}$$

$$\delta = \begin{cases} 2m \frac{\lambda}{2} & \max \\ (2m+1) \frac{\lambda}{2} & \min \end{cases}$$



## Дифракция:

### 1. от процеп

$$\delta = \Delta = a \sin \theta_m$$

$$= \begin{cases} 2m \frac{\lambda}{2} & \text{min} \\ (2m+1) \frac{\lambda}{2} & \text{max} \end{cases}$$

### 2. от дифр. решетка

$$d \sin \theta_m = m \lambda \quad \text{max}$$

$$Nd \sin \theta'_m = m' \lambda \quad \text{min}$$

$$m' \neq mN$$

## Разрешаваща

способност на д.р.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = mN$$

## Дифракция на Х-лъчи

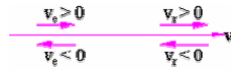
$$\delta = \Delta = 2d \sin \theta_m = m \lambda \quad \text{max}$$

## Ефект на Доплер

### 1. класически

$$v = v_0 \frac{v - v_r}{v - v_e}$$

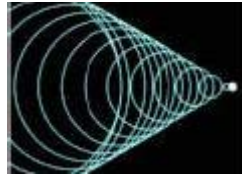
$$\lambda = \lambda_0 \frac{v - v_e}{v - v_r}$$



$$v \approx v_0 (1 + (v_e - v_r) / v)$$

ако  $v_e$  и  $v_r \ll v$

ако  $v_e \geq v$



$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{v}{v_e} = \frac{1}{M}$$

### 2. релативен - надлъжен

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}$$

ако  $\theta = 0$ ,

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} > \omega_0$$

синьо отместване.

ако  $\theta = \pi$ ,

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} < \omega_0$$

червено отместване.

## - напречен

ако  $\theta = \pi / 2$ ,

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2} < \omega_0$$

червено отместване.

## VIII. Кванти

Изл. на а.ч.т.

изл. способност

$$r_{v,T} = P_{v,v+dv,T} / dv$$

погл. способност

$$a_{v,T} = P_{\text{погълната}} / P_{\text{наднала}} / P_{v,v+dv,T}$$

$$a_{v,T} = 1 \text{ за а.ч.т.}$$

$$a_{v,T} = \text{const} < 1 \text{ за сиво т.}$$

## Закон на Кирхов

за а.ч.т.

$$\frac{r_{v,T}}{a_{v,T}} = \varepsilon_{v,T} \text{ е}$$

универсална функц.

## Закон на Стефан-Болцман

$$\varepsilon_T = \int_0^\infty \varepsilon_{v,T} dv = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \text{K}^4$$

## Закон на Вин

$$\lambda_m = \frac{b}{T}$$

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$$

## Закон на Планк

$$\varepsilon_{v,T} = \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$\hbar = h / 2\pi$$

$$hc = 1241 \text{ eV.nm}$$

## Фотоефект

$$\varepsilon_\gamma = hv = A + \varepsilon_k$$

$$\varepsilon_k = eU_s$$

$$\text{за } v < v_0 = A / h$$

няма фотоефект

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} = \hbar(k, \mathbf{k})$$

$$m_\gamma \equiv |\vec{p}| = 0$$

## Ефект на Комптън

$$\Delta \lambda = \lambda_f - \lambda_i$$

$$= \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_C = h / mc = 2,424 \text{ pm}$$

### Уравнение на Шрьодингер

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U \Psi$$

$$dP = |\Psi|^2 dV = \Psi \cdot \Psi^* dV$$

### Основни кв.м.оператори

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \nabla$$

$$\hat{t} = t, \quad \hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}$$

### Съотн. на неопр.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2$$

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar / 2$$

### Стационарно у-е на Шрьодингер

$$\Delta \varphi + \frac{2m}{\hbar} (E - U(\mathbf{r})) \varphi = 0$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \varphi(\mathbf{r}) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} E \cdot t}$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 = |\varphi(\mathbf{r})|^2$$

### Водороден атом квантуване на момента на импулса

$$J = \sqrt{j(j+1)} \hbar$$

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

$$L_z = \pm m_l \hbar$$

$$j = 0; 0,5; 1; 1,5; 2; \dots; n-1/2$$

$$s = 1/2$$

$$l = 0; 1; 2; \dots; n-1$$

$$m_l = \pm(0; 1; 2; \dots; l)$$

$$n = 1; 2; 3; \dots$$

### квантуване на енергията

$$E_n = E_1 / n^2$$

$$E_1 = -m_e e^4 / 8 \epsilon_0^2 \hbar^2$$

$$= -13,6 eV$$

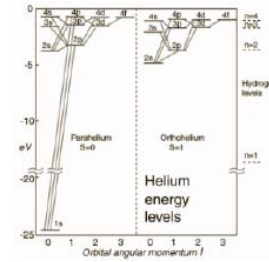
### Водородоподобен атом

$$E_1 = -m Z^2 e^4 / 8 \epsilon_0^2 \hbar^2$$

$$= -Z^2 13,6 eV$$

$$E_n = E_1 / n^2$$

### Спектри



### Квантуване на магнитния момент Магнетон на Бор

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$$

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{j(j+1)}$$

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)}$$

$$\mu_s = g \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{s(s+1)}$$

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2m} m_l$$

$$\mu_{s_z} = \pm \frac{e\hbar}{2m}$$

### Атомно ядро

$$m_p = 938,26 MeV$$

$$m_n = 939,55 MeV$$

$$1 a.e.m = 1u = 931,50 MeV$$

### масово число $A=Z+N$

### Енергия на свързване

$$E_b = Z m_H + (A - Z) m_n - m_a$$

### Специфична енергия на свързване

$$\epsilon_b = E_b / A$$

### Радиоактивност

### Видове радиоактивност

### Естествена радиоактивност

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

$$A = |\dot{N}| = \lambda N$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$a = A / m = a_0 e^{-\lambda t}$$

**Естествена радиоактивност:**

$a \rightarrow X_1 + X_2 + \dots + X_n$  , най-често разпадатът е на две частици  $a \rightarrow X_1 + X_2$

$$\vec{p}_a = \vec{p}_1 + \vec{p}_2, \quad p_a = (m_a, 0) \quad \text{Закон за запазване на енергията, импулса и масата}$$

$$p_a = p_1 + p_2 + 2 \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 = p_1 + p_2 + 2 p_1 \cdot p_2 \cdot (\vec{p}_a - \vec{p}_1)$$

$$m_a^2 = -m_1^2 + m_2^2 + 2m_a E_1 \Rightarrow$$

$$E_1 = \frac{m_a^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m_a}$$

$$E_2 = \frac{m_a^2 + m_2^2 - m_1^2}{2m_a}$$

$$T_1 = E_1 - m_1 = \frac{(m_a - m_1)^2 - m_2^2}{2m_a} = \frac{Q^2 + 2Qm_2}{2m_a}$$

$$T_2 = E_2 - m_2 = \frac{(m_a - m_2)^2 - m_1^2}{2m_a} = \frac{Q^2 + 2Qm_1}{2m_a}$$

$m_a \geq m_1 + m_2$     **необходимо условие, но не винаги е достатъчно**

тип	$\Delta Z$	$\Delta A$	схема
$\alpha$ -разпад	- 2	- 4	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} X + {}^4_2 \text{He}$
$\beta^-$ -разпад	+1	0	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} X + e^- + \tilde{\nu}_e$
$\beta^+$	- 1	0	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} X + e^+ + \nu_e$
K-захват	- 1	0	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} X + \nu_e + x - \text{лъчн}$
$\gamma$	0	0	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_Z X + \gamma$
1p	- 1	- 1	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-1}_{Z-1} X + {}^1_1 \text{H}$
2p	- 2	- 2	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-2}_{Z-2} X + 2{}^1_1 \text{H}$
1n	0	- 1	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-1}_Z X + n$
2n	0	- 2	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-2}_Z X + 2n$
Ядрено делене	$\sim \frac{Z}{2}$	$\sim \frac{A}{2}$	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1} X + {}^{A_2}_{Z_2} X, \quad A_1 \approx A_2$

**Изкуствена радиоактивност – след сблъсък на две частици:**

$a + b \rightarrow X_1 + X_2 + \dots + X_n$

$a + b \rightarrow X_1 + X_2$     **най-често**

$$\vec{p}_{in} = \vec{p}_{out}$$

$$(p_a + p_b)^2 = p_{out}^2 \geq (\sum m_k)^2$$

$$m_a^2 + m_b^2 + 2m_a E_a \geq (\sum m_k)^2 \Rightarrow$$

$$E_a^{\min} = \frac{(\sum m_k)^2 - m_a^2 - m_b^2}{2m_b}$$

$$T \geq T_a^{\min} = -Q \frac{\sum m_k + m_a + m_b}{2m_b}, \quad Q = \sum m_k - m_a - m_b$$

**Q>0 – екзотермична реакция**

**Q=0 – еластично разсейване**

**Q<0 – ендотермична реакция**