Интерференция на вълни. Стоящи вълни

Интерференция на вълни

Досега разглеждахме случаи, когато в дадена среда се разпространява само една вълна (от един източник). Ако в средата се намират два или повече източника, в някои точки от пространството около тях вълните се пресичат, т.е. тези точки ще участват едновременно в няколко трептения. Като имаме предвид векторното представяне на трептенията, можем да използваме принципа на суперпозицията за получаване на резултантните трептения на частиците в тези точки, т.е. за вълните също е валиден принципът на суперпозицията. След точките на наслагването всяка от вълните продължава разпространението си в своята посока независимо от другите. Опитът показва, че при пресичането на две или повече вълни те не взаимодействат помежду си и поведението на всяка от тях е такова, каквото би било и в отсъствие на другите (това се отнася само за среди, които не променят свойствата си от разпространяващите се в тях вълнови процеси).

Ще разгледаме най-простия случай – когато в дадена точка се наслагват трептения, породени от две плоски хармонични вълни

$$y_1 = A_1 \cos\Phi_1 = A_1 \cos\left(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1\right)$$
$$y_2 = A_2 \cos\Phi_2 = A_2 \cos\left(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2\right),$$

разпространяващи се в еднородна среда, т.е. в тази точка трябва да съберем две хармонични трептения. Ако тези трептенията са в една посока, можем лесно да получим амплитудата на резултантното трептене:

(1) $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\Phi}$.

Виждаме, че амплитудата $\boldsymbol{A}$ на резултантното трептене зависи от фазовата разлика на двете вълни в тази точка:

(2) $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \left(\omega_1 - \omega_2\right)t + \left(k_2x_2 - k_1x_1\right) + \left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$.

Ако фазовата разлика $\boldsymbol{\Delta\Phi}$ зависи от времето $\boldsymbol{t}$, във всеки момент от време и във всяка точка от средата $\mathbf{cos\Delta\Phi}$ ще се изменя непрекъснато от минималната си стойност $\mathbf{-1}$ до максималната $\mathbf{1}$ и средното му значение за всеки краен интервал от време ще бъде $\mathbf{0}$. Тогава $\boldsymbol{A^2}$ (а следователно и енергията на вълната в единица обем $\boldsymbol{w\sim A^2}$) ще има една и съща стойност във всички точки от средата – $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ (съответно за интензитета $\boldsymbol{I}$ на вълната ще получим – $\boldsymbol{I=I_1+I_2}$). Ако тази фазова разлика (2) не зависи от времето, вълните се наричат кохерентни. Виждаме от (2), че това е възможно само ако двете вълни имат еднакви честоти ($\boldsymbol{\omega_1=\omega_2=\omega}$, $\boldsymbol{\omega=2\pi f}$). Тъй като средата е еднородна, скоростите на разпространение на двете вълни (фазовите скорости) също трябва да са равни – $\boldsymbol{v_1=v_2=v}$. Но в такъв случай и вълновите числа на двете вълни трябва да са равни – $\boldsymbol{k_1=k_2=k}$. Тогава (2) ще придобие вида:

(3) $\Delta\Phi = k\left(x_2 - x_1\right) + \left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$,

т.е. фазовата разлика на двете кохерентни вълни зависи само разликата в пътищата на вълните до дадената точка $\boldsymbol{\Delta=x_2-x_1}$. Двете константи $\boldsymbol{\varphi_1}$ и $\boldsymbol{\varphi_2}$ зависят само от началния момент на двете трептениия, породили вълните $\boldsymbol{y_1}$ и $\boldsymbol{y_2}$ (това са началните фази на тези трептения), и са едни и същи за всички точки от средата. Ако можем да синхронизираме двата източника така, че да започнат трептенията си в един и същ момент, началните им фази $\boldsymbol{\varphi_1}$ и $\boldsymbol{\varphi_2}$ ще бъдат равни и (3) ще се опрости:

(4) $\Delta\Phi = k\left(x_2 - x_1\right) = k\Delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta$

Ако за дадена точка от средата $\boldsymbol{\Delta}$ има такава стойност, че $\boldsymbol{\Delta\Phi=2m\pi}$, $\mathbf{cos\Delta\Phi=1}$ и амплитудата $\boldsymbol{A}$ на резултантното трептене (1) и интензитетът $\boldsymbol{I}$ на вълната в тази точка във всеки момент от време ще бъдат:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = A_1 + A_2 > \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} > I_1 + I_2,$$

т.е. в тази точка се наблюдава усилване на трептенията (и следователно увеличаване на енергията в тази област) в сравнение с наслагването на некохерентни вълни. В точките, в които $\boldsymbol{\Delta}$ има такава стойност, че $\boldsymbol{\Delta\Phi=(2m+1)\pi}$, $\mathbf{cos\Delta\Phi=-1}$, амплитудата на резултантното трептене (1) и интензитетът $\boldsymbol{I}$ на вълната във всеки момент от време ще бъдат:

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2-2A_1A_2}=\left|A_1-A_2\right|<\sqrt{A_1^2+A_2^2}$$
$$I=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}<I_1+I_2$$

и ще наблюдаваме отслабване на трептенията (намаляване на енергията в тези области) в сравнение с наслагването на некохерентни вълни. Явлението, при което се наблюдава преразпределение на енергията на вълните в средата, вследствие наслагването на две или повече кохерентни вълни се нарича интерференция. Точките, в които се наблюдава усилване на трептенията (увеличаване на енергията и интензитета на вълната), се наричат интерференчни максимуми, а тези, в които се наблюдава отслабване на трептенията (намаляване на енергията и интензитета на вълната) – интерференчни минимуми. Местоположението на тези точки се определя само от разликата **Δ** в пътищата на двете (или повече) вълни от източника до съответната точка. Лесно можем да получим условията за минимум и максимум от (4). Интерференчен максимум се наблюдава в тези точки, за които **$\Delta\Phi=2m\pi$**:

$$\Delta\Phi=2m\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$
$$\Delta=2m\frac{\lambda}{2}=m\lambda$$

т.е. в тези точки, за които разликата в пътищата на вълните е четно число полувълни. В точките, за които **$\Delta\Phi=(2m+1)\pi$**, ще наблюдаваме интерференчен минимум:

$$\Delta\Phi=\left(2m+1\right)\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$
$$\Delta=\left(2m+1\right)\frac{\lambda}{2}$$

т.е. точките, за които разликата в пътищата на вълните е нечетно число полувълни.

Стоящи вълни

Ще разгледаме един интересен в практическо отношение случай на интерференция – когато се наслагват две плоски кохерентни бягащи вълни с еднакви амплитуди, които се разпространяват в противоположни посоки. Явлението се наблюдава при отражение на вълна от преграда, която е перпендикулярна на посоката на разпространение на вълната, и се нарича стояща вълна. Нека да определим резултата от интерференцията на две такива вълни – y_1 и отразената вълна y_2, разпространяващи се в двете противоположни посоки на оста **X** (допускаме, че в средата, в която се разпространяват вълните, няма загуба на енергия):

$$y_1=A\sin\left(\omega t-kx\right)$$
$$y_2=A\sin\left(\omega t+kx\right),$$

като в случая сме избрали за начален момент на трептенето моментът, в който източникът на трептенията (с координата $x=0$) преминава през равновесното си положение (при $t=0\rightarrow y_1=0$). Резултантното трептене в произволна точка с координата x съгласно принципа на суперпозицията е:

(5) $y=y_1+y_2=2A\cos kx\sin\omega t=\pm A^*\sin\omega t$,

откъдето следва, че в резултат на интерференцията на двете вълни във всяка точка от средата с фиксирана координата x ще се извършва хармонично трептене със същата честота **ω**, но с друга амплитуда

$$A^*=\left|2A\cos kx\right|=\left|2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right|,$$

която зависи само от координатата x. В точките от средата, в които $\cos(2\pi x/\lambda)=0$, $y=0$, т.е. в тях няма трептения ($A^*=0$). В точките, където $\cos(2\pi x/\lambda)=\pm1$, амплитудата на трептенията е максимална, т.е. $A^*=2A$. Точките от средата, за които е изпълнено условието:

(6) $\dfrac{2\pi x}{\lambda}=\pm\left(2m+1\right)\dfrac{\pi}{2}$

се наричат възли на стоящата вълна ($A^*=0$), а тези, за които

(7) $\frac{2\pi x}{\lambda}=\pm 2m\frac{\pi}{2}=\pm m\pi$

– върхове на стоящата вълна (***A**=2*A***). От (6) и (7) непосредствено следва, че за всеки връх е изпълнено $\boldsymbol{x=\pm m\lambda/2}$, а за всеки възел $\boldsymbol{x=\pm(m+1/2)\lambda/2}$. Лесно може да се покаже, че разстоянието между съседните възли или върхове е равно на **λ/2**, а между всеки възел и връх **– λ/4**.

Характерните особености на стоящата вълна в сравнение с бягащата са няколко:

- В стоящата вълна амплитудите на трептене са различни в различните точки ($\boldsymbol{A^*=f(x)}$). Съществуват възли и върхове на трептенията. В бягащата вълна всички амплитуди са еднакви (***A*** не зависи от ***x***);
- В областта, заключена между два съседни възела, всички точки от средата трептят с еднаква фаза; при преход към съседната такава област фазите на трептенията се изменят с **π** (знакът пред **sinω*t*** се променя съгласно (5) от „+” на „–” или обратно: от „–” на „+”, $\boldsymbol{-\sin\omega t=\sin(\omega t\pm\pi)}$). Следователно точките от двете страни на даден възел трептят с противоположни фази. В бягащата вълна фазите на трептене зависят от координатата ***x*** на точката ($\boldsymbol{\Phi(t)=(\omega t-kx)}$);
- При стоящата вълна не се пренася енергия, тъй като двете наслагващи се вълни пренасят еднаква енергия в две противоположни посоки (амплитудите на двете вълни са еднакви); при бягащата вълна се пренася енергия в посока на разпространението ѝ.