

# Класическа електронна теория за проводимостта на металите. Извод на законите на Ом и Джаул – Ленц на базата на класическата теория.

## Експериментални доказателства за електронната проводимост на металите. Класическа електронна теория на Друде

За да се обясни добрата електропроводност на металите, трябва първо да се установи какви са носителите на тока в тях. Първите експерименти в тази насока са проведени в началото на 20 век. Установено е, че носителите на тока не са атомите на металите, а частици, които са едни и същи във всички метали. Това е резултатът от опита на Рике, проведен през 1901-1902 г. Той е направил съставен проводник от два медни и един алуминиев цилиндър (поставен между медните), през които е пропускат ток в течение на една година. Претеглянето на цилиндрите преди и след експеримента не е показало разлика в масите на цилиндрите, което значи, че не са пренесени атоми от единия метал в другия. Следващият етап е определяне на масата и заряда на преносителите на тока, за да се установи, дали това не са наскоро откритите от Томсън електрони. Идеята на експериментите е проста – ако в метала има заредени частици, които са слабо свързани (носителите на тока в проводника трябва да са почти свободни, тъй като и много малка потенциална разлика между краищата предизвиква протичане на ток), те трябва да се преместят вътре в метала, ако ние го подложим на движение с голямо ускорение (например при рязко спиране). Това ще създаде токов импулс, който може да се установи с галванометър (амперметър с голяма чувствителност, който може да отчита слаби токове и в двете посоки). От големината на тока можем да определим отношението на големината на заряда към масата ( $e/m$ ), а от посоката на тока – знака на заряда. Оказало се, че зарядите са отрицателни, а  $e/m$  е много близко до съотношението за електрона. Така експериментално е доказано, че носителите на тока в металите са електроните.

На базата на резултатите от тези експерименти, Друде създава класическата теория за проводимостта на металите, която по-късно е усъвършенствана от Лоренц. Основното предположение в теорията на Друде е, че електроните в металите се държат като едноатомен идеален газ (16 въпрос). Между всеки два удара с йон от кристалната решетка те се движат свободно и изминават някакво средно разстояние  $l$ . Големината на скоростта им на движение е средната топлинна скорост  $u$ . Ако в проводника създадем електрично поле с постоянен интензитет  $E$ , електроните ще получат допълнителна кинетична енергия  $T$  и допълнителна скорост на насочено движение  $v$ . Тази скорост  $v$  се оказва много по-малка от топлинната  $u$  ( $u \sim 10^5$  m/s, докато  $v \sim 10^{-3}$  m/s, дори и при максималните токове, които можем да създадем). Допълнителната кинетична енергия, която получават електроните, зависи от максималната скорост на насочено движение  $v_{\max}$ , която те получават в края на свободния си пробег:

$$(1) T = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 .$$

Второто предположение на теорията е, че електроните предават цялата допълнителна енергия на йона при удар с него т.е. след удара скоростта  $v=0$  и електрона започва да се ускорява в полето без начална скорост.

Третото предположение (приближение) е, че всички електрони се движат с една и съща топлинна скорост т.е. не се отчита разпределението на електроните по скорости. В такъв случай времето между два удара  $\tau$  е едно и също за всеки електрон и между всеки два удара:

$$(2) \tau = \frac{l}{u+v} \approx \frac{l}{u} ,$$

тъй като  $v \ll u$  и тогава  $u+v \approx u$ . За единица време всеки електрон изпитва средно  $z$  удара с йони от кристалната решетка:

$$(3) z = \frac{1}{\tau} = \frac{u}{l} .$$

От тези три основни предположение може да се изведат основните експериментално получени закони за електричния ток – законът на Ом и законът на Джаул-Ленц, както и други експериментално получени съотношения за основни характеристики на металите.

### Извод на основните закони за електричния ток – закон на Ом и закон на Джаул – Ленц.

Нека в проводник да е създадено електрично поле с постоянен интензитет  $E$ . Под действие на полето електроните започват да се ускоряват без начална скорост. Тъй като интензитета на полето е постоянен, силата също ще бъде постоянна, а следователно и ускорението на електроните ще бъде постоянно (4 въпрос):

$$F = eE = ma,$$

$$(4) a = \frac{eE}{m}.$$

В такъв случай електроните се движат праволинейно равноускорително без начална скорост и скоростта им  $v_{\max}$  в края на пробегата след време  $t=\tau$  (в момента на удара с йон от кристалната решетка) ще бъде (3 въпрос):

$$(5) v_{\max} = at = \frac{eE}{m} \tau = \frac{eEl}{mu}.$$

Използвахме получените съотношения (2) и (4). Скоростта на електрона се изменя линейно по време на свободния му пробег между два удара, затова средната скорост на насочено движение  $v$  ще бъде половината от максималната:

$$v = \frac{el}{2mu} E = kE.$$

Получихме връзката между скоростта  $v$  и интензитета на полето  $E$ , за която казахме в 29 въпрос, че трябва да съществува. Виждаме и колко е стойността на коефициента  $k$ :

$$k = \frac{el}{2mu}.$$

Като заместим  $v$  във формулата за плътността на тока (29 въпрос) ще получим закона на Ом в диференциална форма:

$$j = nev = \frac{ne^2l}{2mu} E = \sigma E.$$

Виждаме, че специфичната проводимост  $\sigma$  (за метални проводници) е константа, която зависи само от веществото на проводника, а не от приложеното поле:

$$(6) \sigma = \frac{ne^2l}{2mu}.$$

Според второто предположение, електроните отдават цялата допълнителна енергия (1), която са получили от полето на йоните от кристалната решетка. Това повишава вътрешната енергия на метала, а следователно и температурата му. За да се запази топлинното равновесие с околната среда, тази енергия трябва да се излъчи под формата на топлина. Количеството топлина  $Q$ , отделено за единица време в целия проводник (топлинната мощност  $P$ ) ще се дава от произведението на броя на електроните в проводника  $N$ , броя на ударите на един електрон за единица време  $z$  (3) и енергията  $T$ , която отдава един електрон за един удар (1), като максималната му скорост се дава от (5):

$$\frac{dQ}{dt} = P = NzT = N \frac{u}{l} \frac{1}{2} \frac{me^2l^2}{m^2u^2} E^2 = N \frac{e^2l}{2mu} E^2.$$

Тогава специфичната топлинна мощност  $p$  (мощността отделена в единица обем) ще бъде:

$$p = \frac{P}{V} = \frac{N}{V} \frac{e^2l}{2mu} E^2 = \frac{ne^2l}{2mu} E^2 = \sigma E^2.$$

Концентрацията  $n=N/V$  (броят електрони в единица обем). Получихме закона на Джаул-Ленц в диференциална форма.

### Недостатъци на класическата теория на Друде-Лоренц

Сериозни недостатъци на класическата електронна теория се появяват още при опита ѝ за усъвършенстване от Лоренц, който отчел факта, че не всички електрони се движат с еднакви скорости. Оказало се, че усъвършенстваната теория по-лошо се съгласува с експерименталните факти.

Друг сериозен проблем възниква в самата теория, при обяснението на линейната зависимост на специфичното електрично съпротивление  $\rho$  от температурата. Според (6) и изводите, направени в 16 въпрос за зависимостта между скоростта на молекулите на идеалния газ и температурата на газа

$$\frac{1}{2} mu^2 = \frac{3}{2} kT :$$

$$u^2 \sim T \Rightarrow u \sim \sqrt{T}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \sim u \sim \sqrt{T} .$$

Този резултат противоречи на експерименталния факт (29 въпрос), че зависимостта на електричното съпротивление  $R$  (а следователно и на  $\rho$ ) от температурата е линейна (т.е.  $\rho \sim T$ ).

Класическата електронна теория на Друде-Лоренц не може да даде задоволително количествено обяснение и на други експериментални факти – топлинните капацитети на металите, свободния пробег на електроните в метала и др. Все пак тя дава качествено обяснение на много важни закономерности т.е. тя може да се използва като основа на по-съвършена теория. По-точни количествени оценки на наблюдаваните експериментални факти са направени в квантовата теория за проводимостта на металите.