Технически Университет - София
Факултет: „АВТОМАТИКА“,
Катедра: „СИСТЕМИ И УПРАВЛЕНИЕ“

Помагало за лабораторни упражнения

Т Е О Р И Я

Н А

У П Р А В Л Е Н И Е

П Ъ Р В А – Ч А С Т

д–р. инж. Александър Каменов Ищев

София 2005

Съдържание

1 Основни функции в MatLab **1**

1 Въведение . . . 1
2 Основни изрази???? . . . 2
2.1 Матрици . . . 2
3 Matlab2 . . . 3
3.1 Въвеждане на матрици . . . 4

3 Типови динамични звена. Времеви характеристики **7**

1 Цел на лабораторното упражнение . . . 7
2 Теоретични положения . . . 7
2.1 Типови динамични звена . . . 7
2.2 Типови входни сигнали и времеви характеристики . . . 8
3 Задачи на лабораторното упражнение . . . 8
3.1 Задача 1 . . . 8
3.2 Задача 2 . . . 9
3.3 Задача 3 . . . 9
3.4 Задача 4 . . . 9
4 Методични указания . . . 9
4.1 Указания към Задача 1 . . . 9
4.2 Указания към Задача 2 . . . 11
4.3 Указания към Задача 3 . . . 11
4.4 Указания към Задача 4 . . . 12
5 Съвети за изпълнението на упражнението . . . 12

4 Типови динамични звена. Честотни характеристики **13**

1 Цел на лабораторното упражнение . . . 13
2 Теоретични положения . . . 13
2.1 Типови динамични звена . . . 13
2.2 Честотни характеристики . . . 13
2.3 Логаритмични честотни характеристики . . . 14
3 Задачи на лабораторното упражнение . . . 15
3.1 Задача 1 . . . 15
3.2 Задача 2 . . . 16
4 Методични указания . . . 17
4.1 Указания към Задача 1 . . . 17
4.2 Указания към Задача 2 . . . 18
5 Съвети за изпълнението на упражнението . . . 18

5 Честотни характеристики на системи. 1
1 Цел на лабораторното упражнение . . . 1
2 Теоретични положения . . . 1
3 Задачи на лабораторното упражнение . . . 3
3.1 Задача 1 . . . 3
3.2 Задача 2 . . . 3
4 Методични указания . . . 3
4.1 Указания към Задача 1 . . . 3
4.2 Указания към Задача 2 . . . 5

6 Математически модели на линейни системи. Преобразуване на структурни схеми 7
1 Теоретична част . . . 7
1.1 Диференциални уравнения . . . 7
1.2 Предавателна функция . . . 8
1.3 Структурна схема . . . 8
1.4 Преобразуване на структурни схеми . . . 9
2 Задачи . . . 10
2.1 Задача 1 . . . 10
3 Методични указания . . . 10
4 Примерно решение . . . 10

8 Синтез на коригиращо звено. 13

А Решени задачи към Упражнение 5 1
1 Задача 33 . . . 1
1.1 Построяване на характеристиките на звената . . . 1
1.2 Построяване на асимптотична ЛАЧХ на системата . . . 2
1.3 Построяване на асимптотична ЛФЧХ на системата . . . 3
2 Задача 34 . . . 3

Б Обща задача 9
1 Задание . . . 9
2 Решение . . . 9
2.1 1 . . . 9
2.2 2 . . . 10
2.3 3 . . . 11

В Използвани команди 15

Упражнение 1

Основни функции в MatLab

1 Въведение

MATLAB представлява език за технически изчисления. Той включва в себе си изчисления, визуализация и програмиране на опростен програмен език. Той се използва лесно, т.к. задачите и решенията им са представени в стандартните им формулировки.

MATLAB е интерактивна система, чиито основен елемент е матрицата, чиято размерност не се задава предварително. Това позволява решаването на много технически изчислителни задачи, най-вече формулирани с матрици и вектори.

Основното предимства на MATLAB се състои в използването на готови решения на частни инженерни проблеми, наречени TOOLBOX-ове. Те позволяват лесното обучение и използване на специфични задачи. Някои от тези задачи са: обработка на сигнали, идентификация на системи, системи за управление [1], размити множества, невронни мрежи и симулиране на системи. В рамките на настоящият курс, ще бъдат разгледани класическите системи за управление.

Системата MATLAB се състои от пет основни елемента

Развойна среда Това е набор от средства който подпомагат използването на функциите и файловете на MATLAB. Много от тези средства са графични интерфейси. Това включва: работното поле на MATLAB и команден прозорец, командна история, редактор с дебъгер, разгледвач на помощна информация, работно пространство (прозорец за променливите в работното пространство), файлове, и папки за търсене.

Библиотека от математични функции Това е набор от готови изчислителни алгоритми, които включват в себе си както елементарни функции, като sin, cos, ..., комплексна аритметика и др., така и сложни алгоритми, като обръщане на матрица, намиране на собствени стойности и бърза трансформация на Фурие.

Програмен език на MatLab Това е език от високо ниво, като за основа е избрана матрицата. Езика съдържа много средства в областта на управлението, бази данни, входно изходна информация, и елементи на обектно ориентирано програмиране. С негова помощ могат да се съставят „малки програми“, които са

[1] съществуват разработени TOOLBOX-ове, за анализ н синтез както на класически системи за управление, така и на робастни системи, оптимални системи и много други

контекстно зависими, но се създават и изпълняват бързо, както и „големи програми“ („дурако-устойчиви“ програми), пълни и сложни приложения (които могат да се използват за създаването на нов TOOLBOX).

Графики MATLAB притежава голям набор от средства за представяне на вектори и матрици във вид на графики, както и за надписване и разпечатване на такива. Тези средства включват функции от високо ниво за изчертаване на двумерна и тримерна визуализация, обработка на образи, анимация, и презентация, както и функции от ниско ниво, който позволяват напълно да се зададе желаният изглед, както и да се създаде ползвателски интерфейс за тяхното построяване.

Програмен интерфейс на MatLab Това е библиотека, която позволява писането на функции на „Си“ и „Фортран“, които да си взаимодействат с MATLAB

2 Основни изрази????

2.1 Матрици

В MATLAB матрица е правоъгълен масив съставен от числа. Специално значение имат матриците с един ред или един стълб, които представляват вектори и матрицата с един елемент, която представлява скалар.[2] Операциите в MATLAB са представени по възможно най-интуитивният начин. Докато в другите езици операциите се извършват над числа в MATLAB, те се извършват над матрици. Това е допълнително улеснение, което позволява да се правят пресмятанията бързо и лесно.

Както много други езици за програмиране MATLAB предоставя възможността за работа с математически изрази, но за разлика от другите езици, в него се използват операции над матрица, а не над числа. Основните елементи на тези изрази са:

- Променливи
- Числа
- Оператори
- Функции

2.1.A Променливи

MATLAB не изисква предварителна декларация или оказване на големина на променливата. Когато MATLAB срещне нова променлива той автоматично създава променливата и заделя подходящо място за нейното съхранение. Когато MATLAB срещне вече използвана променлива, той автоматично променя нейната стойност и ако е необходимо променя пространството за запис. Например

```
studenti_v_grupa_3 = 13
```

[2] В MATLAB има и друг начин да се запазят данни (както числа, така и други нечислена информация, но за начало е добре всичко да се представя като матрица.)

3

Ще създаде променлива с име studenti$_{vg}rupa_3$13.

Променливите в MATLAB са започват с буква следвана от произволен брой букви, числа и долни черти. MATLAB взима под внимание първите 31 символа от променливата. MATLAB прави разлика между големи и малки букви. Така например променливите A и a са различни. За да се види стойността на променливите е необходимо да се въведе нейното име.

2.1.Б Числа

2.1.В Оператори

+	сумиране
−	изваждане
*	умножение
/	деление
\	ляво деление
^	степенуване
'	транспониране
()	задава реда на изпълнение на операциите

2.1.Г Функции

3 Matlab2

MATLAB е програмен език, базиран на езиците „Frotran“ и „C“. За разлика от тях MATLAB е интерпретатор, а не компилатор. Т.е. той интерпретира командите ред по ред. Това го прави много удобен за инженерни изчисления. Друго съществено предимство на MATLAB се крие в така наречените TOOLBOX. Това са библиотеки с готови функции, които могат лесно да се използват в инженерната област и в частност в теорията на управлението.

Стартирането на MATLAB става от бутона start от task bar. След това от менюто Programs се избита по-менюто MATLAB 6.5 и отново се избира (този път програмата) MATLAB 6.5[4].

Най-лесният начин за запознаването с MATLAB е с помощтта на проба на неговите възможности. Много от функциите се разбират интуитуивно, но при затруднение е много полезно да се използва функцията help. Ако тази функция се използва самостоятелно MATLAB разпечатва списък с свойте toolbox. След написването на името на toolbox а след командата help на екрана се появява списък на функциите в този toolbox. Командата help, последвана от име на конкретна функция дава специфична информация за функцията и начина и на пременение. Друга полезха функция, която се използва за запознаване с възможностите на MATLAB е demo. demo фаел имат почти всички toolboxове.

[3] MATLAB използва само латински символи и поради това от тук нататък всички примери ще съдържат само такива.

[4] Ако използвате друга версия на програмната система MATLAB, номера след името и че се различава

3.1 Въвеждане на матрици

Името MATLAB идва от „MATRIX LABORATORY“. Това име подсказва, че основният елемент в езика е матрицата. Векторите се предатавят нато матрици с един ред или един стълб, а скалара като матрица с един елемент. Например реда

```
A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
```

ще даде следния резултат

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]

A =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

присвоява на променливата A матрица с три реда и три стълба ($A_{3\times3}$). Символа за присвояване е „=“. Променливата може да съдържа произволен брой символи, които задължително трябва да започват с буква[5], а после могата да се използват цифри и долно тире(„_“). MATLAB, запомня (, и съответно разпознава първите 31 символа). MATLAB е чувствителен към главни и малки букви (напр. променливите „A“ и „a“ се интерпретират като различни). В показаното описание квадратните скоби („[“ и „]“) се използват за да се обозначи, че става въпрос за матрица, като нейната размерност нетрябва да се задава предварително. Отделните елементи на матрицата се разделят с интервал или със запетая („,“), а точката и запетаята („;“) се използва за преминачане на нов ред. Ако не е необходимо да се изписва резултата от действието на екрана се поставя точката и запетаята („;“) на края на реда. Като разделител на редовере може и да се използва и преминаването на нов ред (натискане на клавиша „Enter“). Този начин е по-пригледен и се използва предимно при писането на програми. Например

```
>>B =[4     5     6
      7     8     9
      1     2     3];
```

ще състави променлива B. в работното пространство, но няма да я отпечата. Забележете, че символа за готовност на MATLAB „≫“ се появява само на първият ред, а след това MATLAB изчаква завършването на въвеждането на матрицата. Ако е необходимо да се провери съдържанието на променливата е достатъчно да се изпише нейното име и MATLAB ще разпетчати нейната стойност. Възможно е и да се достигне до части на матрица. Това става като се изпише променливата и след нея в скобки се оказват номерата съответно на стълба и реда. Двата номера се разделят с запетая. Например, елемента от втория ред трети стълб на променливата A се изписва

[5] MATLAB използва само латински символи и поради това от тук нататък всички примери ще съдържат само такива.

```
>> A(2,3)

ans =

     6
```

Забележете, че когато не се задава променлива на която да се присвои резултата, той се присвоява на променливата „ans“[6]. Ако е необходимо да се достигне до повече от едни лемента може да се използва двуеточие („:“), което означава всички елементи. Например

```
>> C=B(1:2,2:3)

C =

     5     6
     8     9
```

на променливата C се присвоява стойности от матрицата B от първи и втори ред и втора и трета колона. Ако трябва да се използва цял ред или колона се поставя само двуеточие. Например

```
>> D=B(2:end-1,:)

D =

     7     8     9
```

В показания пример е използвана функцията „end“, която връща като резултат крайната стойност. Също така е демонстрирано, че при избора на елемент е възможно и изчисляване на стойността.

[6] „ans“ е съкращение от английската дума „answer“, която означава отговор.

Упражнение 3

Типови динамични звена. Времеви характеристики

1 Цел на лабораторното упражнение

Целта на упражнението е запознаване с типовите динамични звена и изследване на техните времеви характеристики.

2 Теоретични положения

2.1 Типови динамични звена

Всяка дробно рационална предавателна функция на линейна система

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n} \tag{3.1}$$

може да се разложи до вида:

$$W(p) = \frac{k p^\gamma \prod_{i=1}^{\chi} (T_i p + 1) \prod_{i=1}^{\eta} (T_i^2 p^2 + 2\xi_i T_i p + 1)}{p^\nu \prod_{i=1}^{\chi} (T_i p + 1) \prod_{i=1}^{\sigma} (T_i^2 p^2 + 2\xi_i T_i p + 1)} \quad , \tag{3.2}$$

т.е. да се представи като последователно свързване от шест типови динамични звена:

1. *Интегриращо звено* – $W(p) = \frac{k}{p}$
2. *Апериодично звено* – $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$
3. *Колебателно звено* – $W(p) = \frac{k}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$
4. *Идеално диференциращо звено* – $W(p) = kp$
5. *Идеално форсиращо звено* – $k(Tp + 1)$
6. *Идеално форсиращо звено от втори ред* – $k(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1)$

Параметрите k, T и ξ на типовите динамични звена се наричат: k – коефициент на пропорционалност; T – времеконстанта; ξ – коефициент на затихване ($\xi < 1$).

2.2 Типови входни сигнали и времеви характеристики

За изследването на линейни системи се използват типови входни сигнали. Те се избират по такъв начин, че реакцията на изхода, така наречените времеви характеристики, да предоставят максимална информация за качеството на системата.

В това упражнение се разглеждат два типови входни сигнала: единична стъпаловидна функция и делта функция.

Единичната (стъпаловидна) функция има стойност нула, до нулевият момент от време и стойност единица след това:

$$1(t) = \begin{cases} 0\,, & \text{при} \quad t < 0 \\ 1\,, & \text{при} \quad t \geq 0 \end{cases} \quad ,$$

Този сигнал е идеализация на някои реални въздействия като например включване на системата.

Реакцията на системата при нулеви начални условия и входен сигнал единична функция се нарича *преходна функция* и се означава с $h(t)$.

Делта функцията, или единичната импулсна функция, има стойност нула, освен за нулевият момент от време, когато има стойност безкрайност.

$$\delta(t) = \begin{cases} 0\,, & \text{при} \quad t \neq 0 \\ \infty\,, & \text{при} \quad t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} \delta(t)dt = 1 \qquad \text{при} \quad \epsilon > 0 \qquad . \tag{3.3}$$

С помощта на този импулс системата се извежда от установената си стойност и се наблюдава нейното `свободно движение` (без външно въздействие). Делта функцията симулира кратковременно въздействие, но очевидно е физически нереализируема, т.к. на практика не може да бъде подаден безкрайно голям входен сигнал.

Реакцията на системата при нулеви начални условия и входен сигнал от вида делта функция се нарича *тегловна функция* и се означава с $w(t)$.

3 Задачи на лабораторното упражнение

3.1 Задача 1

С помощта на `MatLab` да се изследва влиянието на параметрите на типовите звена върху техните преходни функции. За целта е необходимо да се построят преходните функции поне за три стойности на всеки параметър.

Изследванията включват:

1. *Интегриращо звено* $W(p) = \frac{k}{p}$
   - Да се изследва влиянието на коефициента на пропорционалност (k);
2. *Апериодично звено* $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$
   - Да се изследва влиянието на коефициента на пропорционалност (k);

- Да се изследва влиянието на времеконстантата (T);

3. *Колебателно звено* $W(p) = \frac{k}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$

   - Да се изследва влиянието на коефициента на пропорционалност (k);
   - Да се изследва влиянието на времеконстантата (T);
   - Да се изследва влиянието на коефициента на затихване (ξ) при $0 < \xi < 1$;
   - Да се построи преходната функция за $\xi = 0$ и $\xi < 0$;

◇ Да се коментират резултатите от всяко изследване.

◇ Да се коментират разликите в поведението на отделните звена

3.2 Задача 2

Да се изследват преходните функции на звената от Задача1 в средата на SIMULINK.

3.3 Задача 3

С помощта на MATLAB да се изследва влиянието на параметрите на типовите звена върху техните тегловни функции. Изследванията да се извършат за всички звена от Задача1.

3.4 Задача 4

Да се изследват тегловните функции на звената от Задача1 в средата на SIMULINK.

4 Методични указания

4.1 Указания към Задача 1

В MATLAB преходната функция се построява посредством функцията `step`. Функцията `step` има два задължителни входни параметъра. Това са съответно числителят и знаменателят на предавателната функция. Пример е `step(num,den)`, където променливите `num` и `den` са използвани за означаване съответно на числителя и на знаменателя. Те представляват вектори, които съдържат коефициентите по намаляваща степен на p и трябва да са дефинирани предварително (например $4p^2 + 3p + 6$ ще се представи като $4p^2 + 3p^1 + 6p^0$ и ще се запише в MATLAB като `den=[4 3 6]`).

4.1.A Примерна реализация в MatLab

Описание на примера

По-долу е показана примерна реализация в MATLAB с която се получават преходните функции на апериодично звено $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$ при три различни стойности на времеконстантата T: $T = 1$ $[s]$, $T = 3$ $[s]$, $T = 7$ $[s]$ и при $k = 1$, при което предавателните функции са съответно $W_1(p) = \frac{1}{1p+1}$, $W_2(p) = \frac{1}{3p+1}$ и $W_3(p) = \frac{1}{7p+1}$.

Реализация в MATLAB

Въвеждане на коефициента (1) в числителя на предавателната функция:

```
num=[1]
```

Въвеждане на полином $p+1$ в знаменателя на предавателната функция:

```
den=[1 1]
```

Извикване на функцията `step` за изчисляване и построяване на преходната функция:

```
step(num,den)
```

Въвеждане на функцията `hold on`, с която се реализира задържане на графиката. С нейна помощ на една фигура ще бъдат поставени и трите графики:

```
hold on
```

Въвеждане на нов полином $3p+1$ в знаменателя на предавателната функция:

```
den=[3 1]
```

Повторно изпълнение на функцията `step` за изчисляване и построяване на втората преходна функция:

```
step(num,den)
```

Въвеждане на нов полином $7p+1$ в знаменателя на предавателната функция:

```
den=[7 1]
```

Изчисляване и построяване на преходната функция за третата стойност на времеконстантата:

```
step(num,den)
```

Прекратяване на действието на функцията `hold on`, с което се подготвя MATLAB за следващо изследване:

```
hold off
```

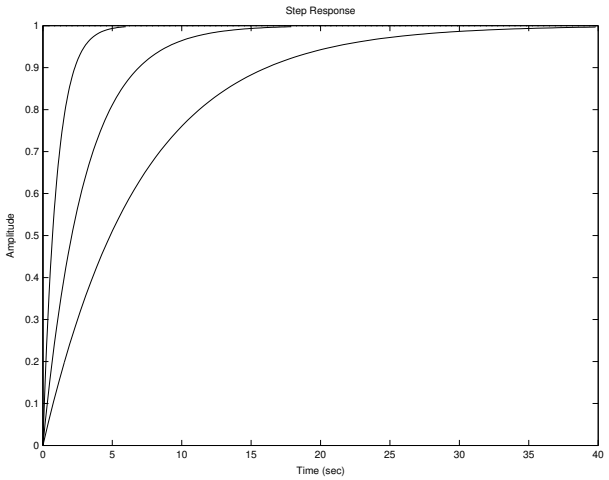
Получен резултат

Получените резултати – преходните функции за трите времеконстанти са показани на фиг. 3.1

Извод

На базата на резултатите, могат да се направят изводите:

- При увеличаване на времеконстантата се увеличава и времетраенето на преходния процес.
- Преходният процес почти приключва за време равно на четири времеконстанти ($4T$) на апериодичното звено.



Фигура 3.1: Влияние на времеконстантата върху преходната функция на апериодично звено.

4.2 Указания към Задача 2

За да се направи схема на SIMULINK е необходимо:

- В командният прозорец на MATLAB да се напише `Simulink`;
- Да се отвори нов прозорец, като от менюто `File` се избере последователно `New` и `Model`;
- От библиотеката `Sources` да се пренесе в новия прозорец блокът `Step`;
- От библиотеката `Contnuous` да се пренесе в новия прозорец блокът `Ttransfer Fnc)` (в по-старите версии на MATLAB библиотеката е `Linear`);
- От библиотеката `Sinks` да се пренесе в новия прозорец блокът `Scope`;
- Да се свържат последователно блоковете.
- В отделните блокове да се зададат подходящи параметри за извършването на изследванията от Задача1.

Предупреждение: Да не се забрави промяната на параметрите. От менюто `simulation parameters`, като особено важно е да се настрои `stop time` напр. 20 sec.

4.3 Указания към Задача 3

Задача 3 се решава по подобен начин на задача 1. Разликата е само в изчисляването на тегловните функции, като това става с помощта на функцията `impulse`. Синтаксисът на функцията `impulse` е идентичен с този на функцията `step`.

4.4 Указания към Задача 4

За изпълнението на тази задача е необходимо да се преработи схемата на SIMULINK от Задача2. Заменя се единичната функция с реален импулс, който, както и идеалната делта функция, има площ единица (1). Възможни са два варианта:

- От библиотеката `Sources` да се копира `Pulse Generator`, като му се настроят параметрите по такъв начин, че периодът между два импулса (`period (secs)`) на импулса да е по-голям от времетраенето на преходната функция и произведението на ширината на пулса (`pulse width %`) и на неговата височина `Amplitude` да е равна на 1. Например при (`period (secs)`) - 10: `pulse width %` 1 и `Amplitude` 10 (или `pulse width %` 0.1 и `Amplitude` 100).

- За съставянето на импулса да се използват два блока `Step` и един блок `Sum` от библиотека `Math Operations` (в по-старите версии на MATLAB библиотеката е `Linear`). На суматора да се зададат параметри „+−“. Двата блока `Step` да имат едни и същи параметри `Initial value`, например 0, `Final value` например 10 или 100, а разликата между параметрите им `Step time` да е съответно 0.1 или 0.01 (желателно е блока `Step`, който влиза в входа с „+“ на блока `Step`, да има стойност 0, а другият блок да има стойност съответно 0.1 или 0.01).

5 Съвети за изпълнението на упражнението

- За по-бързото провеждане на изследванията може те да използвате клавиша ↑. С тази команда се викат предишния написан команден ред (за по-предишни командни редове натиснете клавиша ↑ съответен брой пъти). Възможно е и написването на един или няколко символа и натискането на клавиша ↑, като по този начин се извиква командата започваща с този/тези символи. Например „`s` ↑“ ще даде командният ред започващ с `s`. Този ред е `step(num,den)` (виж програмата по-горе).

- Не е необходимо да отидете на края на реда за да натиснете клавиша `Enter`, с което да изпълните съответният команден ред.

- За още по-бързото провеждане на изследванията, можете да обедините редовете за въвеждане на числителят, знаменателят и командата `step` (Например по следният начин `step([1],[3 1])`).

- Интегриращото звено се представя като $W(p) = \frac{k}{Tp} = \frac{k}{Tp+0}$. Т.е. в MATLAB знаменателят се записва като `den=[T 0]` (Времеконстантата трябва да е дефинирана по-рано).

Предупреждение При представянето на колебателното звено ($W(p) = \frac{k}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$) често се прави грешка, като се предполага че пред p^2 седи член T. Той е T^2.

Упражнение 4

Типови динамични звена. Честотни характеристики

1 Цел на лабораторното упражнение

Целта на това упражнение е запознаване с честотните характеристики на типовите динамични звена. Тези характеристики и особено наборът от асимптотичн логаритмични честотни характеристики на звената се използват в следващите упражнения за теоретично построяване на честотните характеристики на линейни системи.

2 Теоретични положения

2.1 Типови динамични звена

За по-удобна работа, към набора от шестте типови звена от предишното упражнение, се добавя още едно звено – *пропорционално звено*. То има предавателна функция $W(p) = k$.

2.2 Честотни характеристики

Честотните характеристики може да бъдат определени чрез реакцията на системата при синусоидално входно въздействие

$$u(t) = u_A \sin(\omega t) \qquad . \tag{4.1}$$

Тук u_A е амплитудата на входния сигнал, а ω е неговата честота. Реакцията на изхода на системата е от вида

$$y(t) = y_A \sin(\omega t + \varphi) \qquad , \tag{4.2}$$

където y_A е амплитудата на изходния сигнал, а φ е фазовото му отместване. Входният и изходният сигнал имат една и съща честота.

Отношението на амплитудата на изходния сигнал към амплитудата на входния сигнал се нарича *амплитудно-честотна характеристика* и се означава с $A(\omega)$

$$A(\omega) = \frac{y_A}{u_A} \qquad . \tag{4.3}$$

Фазовото отместване на изходния сигнал по отношение на входния се нарича *фазово-честотна характеристика* и се означава с $\varphi(\omega)$. И двете характеристики зависят от честотата ω на входния сигнал.

Честотните характеристики могат да се дефинират и като се използва комплексна форма на запис на входния и изходния сигнали:

$$u = u_A e^{j(\omega t)} \tag{4.4}$$
$$y = y_A e^{j(\omega t+\varphi)} \tag{4.5}$$

Отношението на тези два сигнала се нарича *амплитудно-фазова характеристика* (АФХ):

$$W(j\omega) = \frac{y_A e^{j(\omega t+\varphi)}}{u_A e^{j(\omega t)}} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad . \tag{4.6}$$

Тя може да бъде изчислена и теоретично от предавателната функция

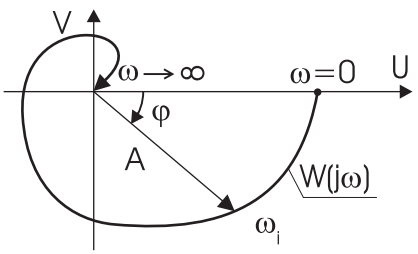
$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n} \quad , \tag{4.7}$$

след заместване на комплексната променлива p с имагинерната $j\omega$

Амплитудно - фазовата характеристика е комплексна функция на честотата ω. При изчисляване на АФХ е удобно да бъдат отделени нейната реална и имагинерна части:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \quad . \tag{4.8}$$

Реалната част $U(\omega)$ от АФХ се нарича *реална честотна характеристика*, а имагинерната част $V(\omega)$ – *имагинерна честотна характеристика*. За графичното изобразяване на АФХ се използва Декартова координатна система, в която U и V се нанасят съответно по абсцисната и ординатната оси – фиг. 4.1.



Фигура 4.1: АФХ на система

2.3 Логаритмични честотни характеристики

Построяването на честотните характеристики е съпроводено с голям обем изчисления. Съществено облекчаване се получава при логаритмичните еквиваленти на амплитудната и фазовата характеристики.

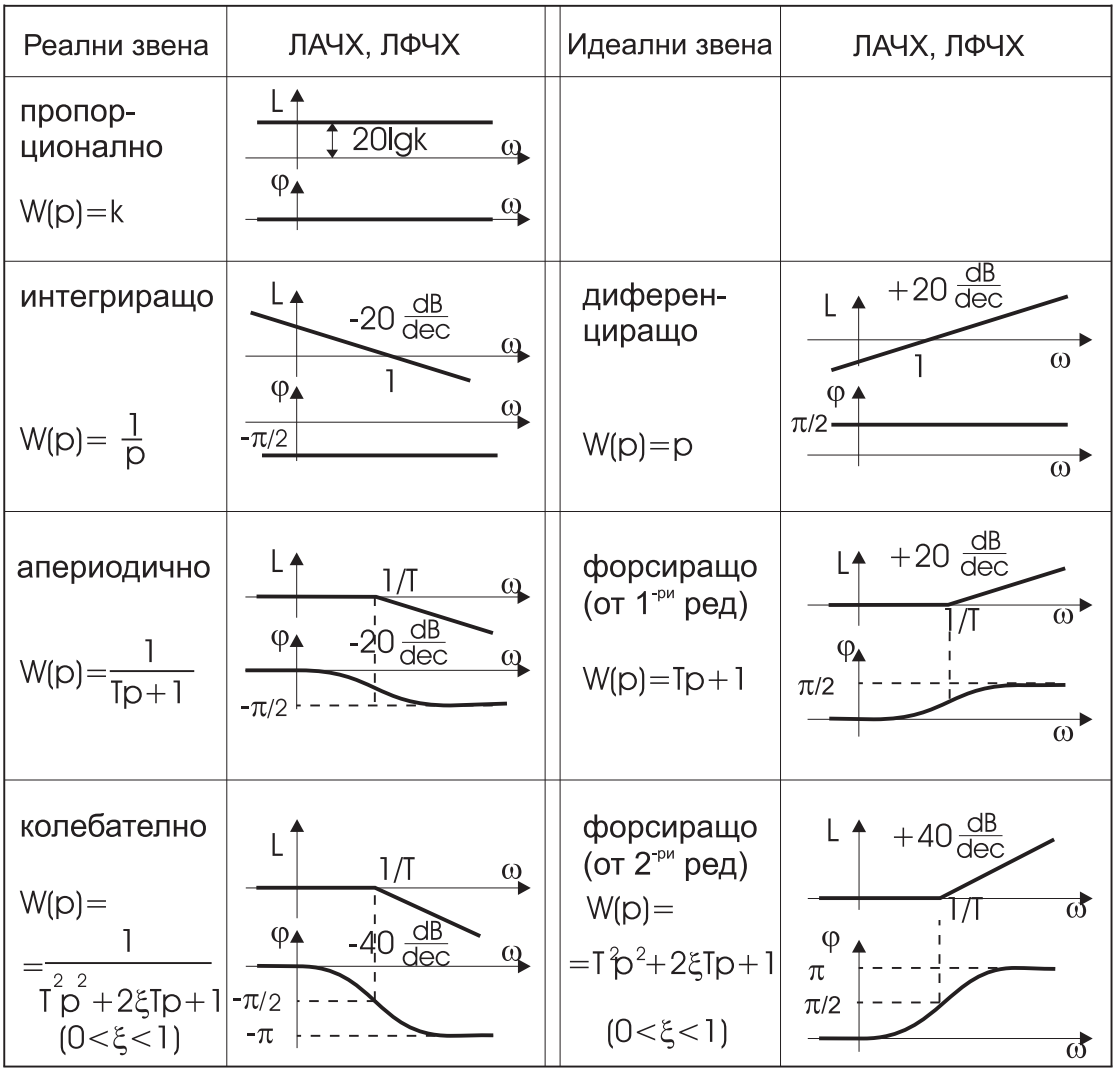
Логаритмична амплитудно - честотна характеристика (ЛАЧХ) се нарича функцията

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega). \tag{4.9}$$

Логаритмична фазово - честотна характеристика (ЛФЧХ) се нарича фазово честотната характеристика $\varphi(\omega)$, построена, както и ЛАЧХ, в координатна система с логаритмичен мащаб по оста на честотата.

Асимптотичните ЛАЧХ и видът на ЛФЧХ на типовите динамични звена са показани на фиг. 4.2

Фигура 4.2: Асимптотични ЛАЧХ и ЛФЧХ на типови звена



3 Задачи на лабораторното упражнение

3.1 Задача 1

С помощта на MatLab да се изследва влиянието на параметрите на типовите звена върху техните АЛЧХ и ЛФЧХ . За целта е необходимо да се построят ЛАЧХ и ЛФЧХ поне за три стойности на всеки параметър.

Изследванията включват:

1. *Пропорционално звено* $W(p) = k$
   - Да се изследва влиянието на коефициента на пропорционалност (k);
2. *Интегриращо звено* $W(p) = \frac{1}{p}$
   - Да се построят ЛАЧХ и ЛФЧХ на звеното;
3. *Идеално диференциращо звено* $W(p) = p$
   - Да се построят ЛАЧХ и ЛФЧХ на звеното;
4. *Апериодично звено* $W(p) = \frac{1}{Tp+1}$
   - Да се изследва влиянието на времеконстантата (T);
5. *Идеално форсиращо звено* $W(p) = Tp + 1$
   - Да се изследва влиянието на времеконстантата (T);
6. *Колебателно звено* $W(p) = \frac{1}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$
   - Да се изследва влиянието на времеконстантата (T);
   - Да се изследва влиянието на коефициента на затихване (ξ) при $0 < \xi < 1$;
7. *Идеално форсиращо звено от втори ред* $W(p) = T^2p^2 + 2\xi Tp + 1$
   - Да се изследва влиянието на времеконстантата (T);
   - Да се изследва влиянието на коефициента на затихване (ξ) при $0 < \xi < 1$;

◇ Да се направи сравнение между получените резултати и теоретичните асимптотични характеристика на звената

◇ Да се сравнят резултатите и да се коментират разликите между характеристиките на реалните звена и на идеалните звена

◇ Да се сравнят резултатите и да се коментират разликите между характеристиките на съответни реални и на идеалните звена

- ○ между интегриращо звено и идеално диференциращо звено;
- ○ между апериодично звено и идеално форсиращо звено;
- ○ между колебателно звено и идеално форсиращо звено от втори ред.

3.2 Задача 2

- С помощта на MatLab да се построят АФХ на реалните типови звена и да се съпоставят с съответните ЛАЧХ и ЛФЧХ.
- Да се изследва влиянието на коефициента на затихване (ξ) на колебателното звено върху неговата АФХ.

4 Методични указания

Програмната реализация за изпълнение на задачите в това упражнение е много близка до тази от предишното упражнение.

4.1 Указания към Задача 1

В MatLab ЛАЧХ и ЛФЧХ се построяват посредством функцията `bode`. След изпълнението на функцията се изчертава фигура, разделена на две части. В горната част се построява ЛАЧХ, а в долната ЛФЧХ. Синтаксисът на функцията `bode` е същия както на функциите `step` и `impulse`. Отново има два задължителни входни параметъра, съответно числителя и знаменателя на предавателната функция.

4.1.A Примерна реализация в MatLab

Описание на примера

Направено е изследване на колебателно звено ($W(p) = \frac{1}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$), като е изследвано влиянието на коефициента на затихване ξ ($\xi = 0.5,\ 0.2,\ 0.05$).

Реализация в MatLab

Въвеждане на числителя и на знаменателя за първата предавателна функция:

```
num=[1]
den=[1 1 1]
```

Извикване на функцията `bode` за изчисляване и построяване на ЛАЧХ и ЛФЧХ:

```
bode(num,den)
```

Задържане на графиката и промяна на знаменателя за реализиране на втората предавателна функция

```
hold on
den=[1 0.4 1]
```

Повторно изпълнение на функцията `bode` за изчисляване и построяване на вторите ЛАЧХ и ЛФЧХ:

```
bode(num,den)
```

Промяна на знаменателя за реализирането на третата предавателна функция

```
den=[1 0.01 1]
```

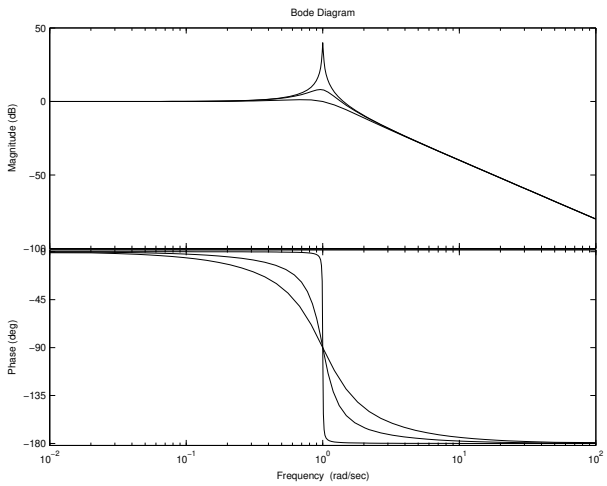
Изчисляване и построяване на ЛАЧХ и ЛФЧХ за третата стойност на коефициента на затихване:

```
bode(num,den)
hold off
```

Получен резултат

Получените резултати – ЛАЧХ и ЛФЧХ за трите на коефициенти на затихване са показани на фиг. 4.3

Извод



Фигура 4.3: Влияние на на коефициента на затихване върху честотните характеристики на колебателно звено

- Асимптотичните ЛАЧХ и ЛФЧХ съвпадат с експерименталните, за ниските и високите честоти. За честотите около *спрягащата честота* ($\omega_{\text{СП}} = \frac{1}{T}$) се получават разлики, зависещи от коефициента на затихване ξ.
- При много макли коефициенти на затихване ($\xi < 0.2$) се получава голям пик на ЛАЧХ около спрягащата честота, а стръмността на ЛФЧХ се увеличава.

4.2 Указания към Задача 2

Задача 2 се решава по подобен начин на задача 1. Разликата е само в изчисляването на АФХ, като това става с помощта на функцията `nyquist`. Синтаксисът на функцията `nyquist` е идентичен с този на функцията `bode`.

5 Съвети за изпълнението на упражнението

- Съветите от от предишното упражнение се отнасят и за това.
- За по-добър резултат може да се използва задаване на честотата.

  функцията `logspace` съставя вектор от честоти, равномерно разпределени в логаритмичен мащаб. Тази функция има три параметъра, като първите два задават интервала (задават се само степени на 10), а третия параметър задава броя точки. Например от 10^{-2} до 10^2 и равномерно да се избират 500 точки става с командата:

  ```
  w=logspace(-2,2,500);
  ```

  Във формата на функцията `bode` се добавя вектора, съдържащ желаните честоти (за които се изчисляват и построяват ЛАЧХ и ЛФЧХ)

  ```
  bode(num,den,w)
  ```

Упражнение 5

Честотни характеристики на системи.

1 Цел на лабораторното упражнение

Целта на това упражнение е запознаване с честотните характеристики на системи. Изследването включва: теоретично построяване на асимптотичните ЛАЧХ и ЛФЧХ; оценка на вида на АФХ на система; построяване на честотните характеристики с MatLab.

2 Теоретични положения

Обикновено предавателната функция на системата може да бъде представена като произведение от предавателни функции на типови динамични звена. Аналогична е и връзката на АФХ на системата с АФХ на отделните звена

$$W(j\omega)=A_1(\omega)e^{j\varphi_1(\omega)}A_2(\omega)e^{j\varphi_2(\omega)}\cdots A_k(\omega)e^{j\varphi_k(\omega)}=A_1(\omega)A_2(\omega)\cdots A_k(\omega)e^{j(\varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)+\cdots+\varphi_k(\omega))} \tag{5.1}$$

От този израз следва, че общата амплитудно–честотна характеристика е произведение от амплитудно честотните характеристики на звената, а общата ЛАЧХ и ЛФЧХ са:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = L_1(\omega)+L_2(\omega)+\cdots+L_k(\omega) \tag{5.2}$$

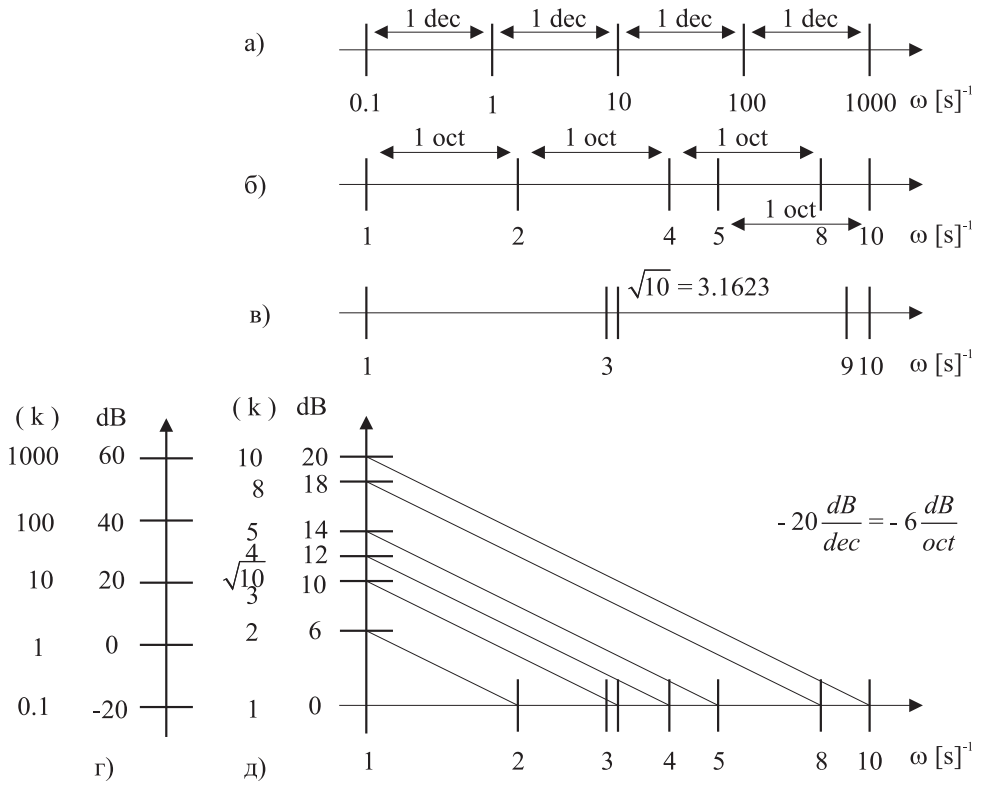
$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)+\cdots+\varphi_k(\omega) \quad . \tag{5.3}$$

Абсцисна ос

Най-лесно на ръка се построяват логаритмичните честотни характеристики. При тях се използва логаритмичен мащаб на абсцисна ос, по която се нанася честотата. Обикновено тази ос се разделя на декади фиг. 5.1а: *Декада е всеки интервал, който съответства на десетократно изменение на честотата*

От фиг. 5.1а се вижда, че декадите имат постоянна дължина. Например разстоянието между честотите $1[s^{-1}]$ до $10[s^{-1}]$ е същото като от $10[s^{-1}]$ до $100[s^{-1}]$, като $100[s^{-1}]$ до $1000[s^{-1}]$, ... Това разбира се е вярно и за намаляването на честотата, т.е. разстоянието от честотата $1[s^{-1}]$ до $0.1[s^{-1}]$ е същото като от $0.1[s^{-1}]$ до $0.01[s^{-1}]$, ...

За по-точно построяване на честотните характеристики се използва и по-малка, от декадата, величина. Такава величина е октавата (фиг. 5.1б). *Октава е всеки интервал, който съответства на двукратно изменение на честотата*



Фигура 5.1: Оси и наклони

От фиг. 5.1б се вижда, че октавите също имат постоянна дължина, например разстоянието от честота $1[s^{-1}]$ до $2[s^{-1}]$ е същото като от $2[s^{-1}]$ до $4[s^{-1}]$, като от $4[s^{-1}]$ до $8[s^{-1}]$,... като от $5[s^{-1}]$ до $10[s^{-1}]$, ... Дължината на една октава е малко по-малка от една трета от дължината на декадата. Това свойство (на логаритмичната скала на честотите) се отнася и за други отношения. Така например разстоянието от честота $1[s^{-1}]$ до $3[s^{-1}]$ е същото като от $3[s^{-1}]$ до $9[s^{-1}]$ и е равно приблизително на половин декада. (Точната среда на декадата (между $1[s^{-1}]$ и $10[s^{-1}]$) е $\sqrt{10} = 3.1623[s^{-1}]$ (виж. фиг. 5.1в).

Ординатна ос

На десетократна промяна (увеличаване или намаляване на (коефициента на пропорционалност) k) съответства промяна (увеличаване или намаляване) на L с 20 dB. На фиг. 5.1г, за по-точно построяване, може да се отчете, че $20 \log 2 = 6.06\ dB$, т.е. двукратна промяна на k се отразява в промяна на L с 6 dB и, че 10 dB отговарят на промяна на k с $\sqrt{10}$ фиг. 5.1г.

Наклони на ЛАЧХ

Асимптотичните ЛАЧХ могат да имат наклони (в съответните си честотни диапазони) само кратни на 20 $\frac{dB}{dec}$ (т.е. 0, ± 20, ± 40, ± 60, ... $\frac{dB}{dec}$) Трябва да се отчита, че наклон от $20\frac{dB}{dec} \Leftrightarrow 6\frac{dB}{oct}$. За по-големи наклони връзката е реципрочна ($40\frac{dB}{dec} \Leftrightarrow 12\frac{dB}{oct}$). Най-често срещаните наклони са отрицателни и поради това зависимостите на фиг. 5.1д са илюстрирани именно с такива наклони.

3 Задачи на лабораторното упражнение

3.1 Задача 1

По зададена от преподавателя предавателна функция

1. Да се построят асимптотичните ЛАЧХ и ЛФЧХ на системата
2. Да се построят ЛАЧХ и ЛФЧХ на системата в средата на `MatLab`.
3. Да се сравнят получените резултати и да се направят изводи относно точността на решението

3.2 Задача 2

По зададена в Задача 1 предавателна функция:

1. Качествено (приблизително) да се построи АФХ на системата
2. Да се построи АФХ на системата в средата на `MatLab`.

4 Методични указания

4.1 Указания към Задача 1

4.1.А Избиране на координатните оси

В логаритмичен мащаб честота $\omega = 0\ [s^{-1}]$ се намира в $-\infty$ по абсцисната ос. Когато се чертае ЛАЧХ и ЛФЧХ на система е удобно да се избере координатна система, в която съществените промени на ЛАЧХ и ЛФЧХ да са в дясно от ординатната ос. Т.к. съществените изменения на ЛАЧХ и ЛФЧХ се наблюдават около срязващите честоти на отделните звена, то се препоръчва ординатата да се избере една декада в ляво от най-малката от тях. Честотният диапазон трябва да включва честотата $\omega = 1\ [s^{-1}]$, ако в предавателната функция има диференциращо или интегриращо звено (виж. фиг. 4.2). Краят на абсцисната ос се избира да е една декада в дясно от най-голямата спрягаща честота.

4.1.Б Построяване на ЛАЧХ и ЛФЧХ на системата

ЛАЧХ и ЛФЧХ на системата се получават като сума съответно на ЛАЧХ ЛФЧХ на отделните звена.

Като първа стъпка се определя наклонът на ЛАЧХ в ниските чистоти. От фиг. 4.2 се вижда, че при тях наклон имат единствено интегриращото и диференциращото звена. При наличие на едно интегриращо звено наклонът ще бъде $-20\frac{dB}{dec}$. При наличието на идеално диференциращо звено наклонът е $20\frac{dB}{dec}$. Тогава общият наклон ще бъде $-(\gamma - \nu)20\frac{dB}{dec}$, където γ е броя на интегриращите звена, а ν е броя на идеално диференциращите звена. Също от фиг. 4.2 се забелязва, че и интегриращото и реално диференциращото звено пресичат абсцисната ос (имат стойност 0 dB) при честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$. Ако няма спрягащи честоти преди тази точка, то стойността на ЛАЧХ

Таблица 5.1: Варианти

$\mathcal{N}$	Изходни данни	$\mathcal{N}$	Изходни данни
1	$W(p)=\frac{200}{(100p+1)(5p+1)(0.5p+1)^2}$	18	$W(p)=\frac{100}{p(p^2+p+1)(0.1p+1)}$
2	$W(p)=\frac{100(p+1)^2}{(0.2p+1)(0.1p+1)(0.02p+1)}$	19	$W(p)=\frac{10p}{(p+1)(0.1p+1)(0.01p^2+0.1p+1)}$
3	$W(p)=\frac{50(p^2+p+1)}{(50p+1)(10p+1)^2}$	20	$W(p)=\frac{0.01p^2}{(0.1p+1)^2}$
4	$W(p)=\frac{20(p+1)}{(5p+1)^2(0.1p+1)}$	21	$W(p)=\frac{1000(0.01p^2+0.1p+1)}{(p+1)^3}$
5	$W(p)=\frac{2000}{(50p+1)^3}$	22	$W(p)=\frac{100(p+1)^2}{(10p+1)^2(0.1p+1)^2}$
6	$W(p)=\frac{1000(0.1p+1)}{(p+1)^3}$	23	$W(p)=\frac{p}{(0.1p+1)(0.05p+1)}$
7	$W(p)=\frac{10}{(10p+1)(p^2+p+1)^2}$	24	$W(p)=\frac{0.001(p^2+p+1)}{(0.1p+1)(0.01p+1)}$
8	$W(p)=\frac{1}{(20p+1)(5p+1)(p+1)}$	25	$W(p)=\frac{0.1(p+1)}{(10p+1)^2(p+1)^2}$
9	$W(p)=\frac{0.1(0.1p+1)}{(0.01p+1)(0.001p+1)^2}$	26	$W(p)=\frac{100(10p+1)}{(100p+1)(100p^2+20p+1)}$
10	$W(p)=\frac{(p+1)(0.1p+1)}{(10p+1)(0.01p+1)}$	27	$W(p)=\frac{1000}{(p+1)^3(0.1p+1)}$
11	$W(p)=\frac{200}{p(p+1)(0.02p+1)}$	28	$W(p)=\frac{(p+1)}{(0.1p+1)^2}$
12	$W(p)=\frac{10(p+1)}{p(0.2p+1)(0.02p+1)}$	29	$W(p)=\frac{1000}{(0.1p+1)(0.2p+1)(p+1)(5p+1)}$
13	$W(p)=\frac{10(p+1)}{p(p+1)^2(0.1p+1)}$	30	$W(p)=\frac{10}{(10p+1)(16p^2+2p+1)}$
14	$W(p)=\frac{1000(0.1p+1)}{p(p+1)^2}$	31	$W(p)=\frac{1}{(0.1p+1)(4p^2+p+1)}$
15	$W(p)=\frac{0.1}{p(100p+1)}$	32	$W(p)=\frac{1}{(p+1)(2p+1)(5p+1)}$
16	$W(p)=\frac{1000(p+1)}{p(0.01p^2+0.2p+1)}$	33	$W(p)=\frac{1000}{(10p+1)(p+1)(0.01p^2+0.2p+1)}$
17	$W(p)=\frac{100(0.1p+1)}{p^2(0.02p+1)}$	34	$W(p)=\frac{200(0.1p+1)}{p(2p+1)(0.01p+1)^2}$

би се определила единствено от коефициента на пропорционалност и би имала стойност $20\log k$. В съответствие с казаното до тук можем да построим нискочестотна асимптота на ЛАЧХ, през точка $\omega=1\ [s^{-1}], L=20\log k$ и с наклон $-(\gamma-\nu)20\frac{dB}{dec}$. Тази асимптота е ЛАЧХ за честоти по-малки от най-малката спрягаща честота. След достигането до спрягаща честота наклонът се променя със съответния наклон на звеното ($-20,\ 20,\ -40$ или $40\ \frac{dB}{dec}$, съответно за апериодично, идеално форсиращо, колебателно или идеално форсиращо от $2^{-\text{ри}}$ ред).

ЛФЧХ са системата се построява по подобен начин. В ниските честоти фазово отклонение имат сами интегриращото и идеалното диференциращо звена (виж. фиг. 4.2). Затова фазовата характеристика започва от $-(\gamma-\nu)\pi/2\ rad$. Промяната

ще започва една декада преди съответната спрягаща честота, като за съответната спрягаща честота фазата, в зависимост от звеното, ще е $-\pi/4,\ \pi/4,\ -\pi/2,\ \pi/2\ [rad]$ (за съответно апериодично, идеално форсиращо, колебателно, идеално форсиращо от втори ред). Една декада в дясно от спрягащата честота фазата ще достигне съответно$-\pi/2,\ \pi/2,\ -\pi,\ \pi\ [rad]$. Високочестотната асимптота на ЛФЧХ е $-(n-m)\pi/2\ [rad]$.

4.2 Указания към Задача 2

За качествено построяване на вида на АФХ може да се използва връзката и с ЛАЧХ и ЛФЧХ. За построяването е необходимо да се отчитат някои съображения, като по-важните от които са: Амплитудата започва от стойност равна на коефициента на пропорционалност (на обсцисната ос) при положение, че в системата няма интегриращи или идеално диференциращи звена и от безкрайност ако има такива (Началният ъгъл на АФХ ще е еднакъв с началния ъгъл на ЛФЧХ, т.е. в ниските честоти ъгълът е $-(\gamma-\nu)\pi/2\ rad$). Графиката завършва (за $\omega\to\infty$) под ъгъл $-(n-m)\pi/2\ rad$. При повечето реални системи (при които $m<n$), АФХ завършва в координатното начало. За такива системи посоката на въртене на АФХ е в отрицателна посока (по часовниковата стрелка).

Описание на примера

Дадена е предавателната функция на системата:

$$W(p)=\frac{1000}{(10p+1)(p+1)(0.01p^2+0.2p+1)} \tag{5.4}$$

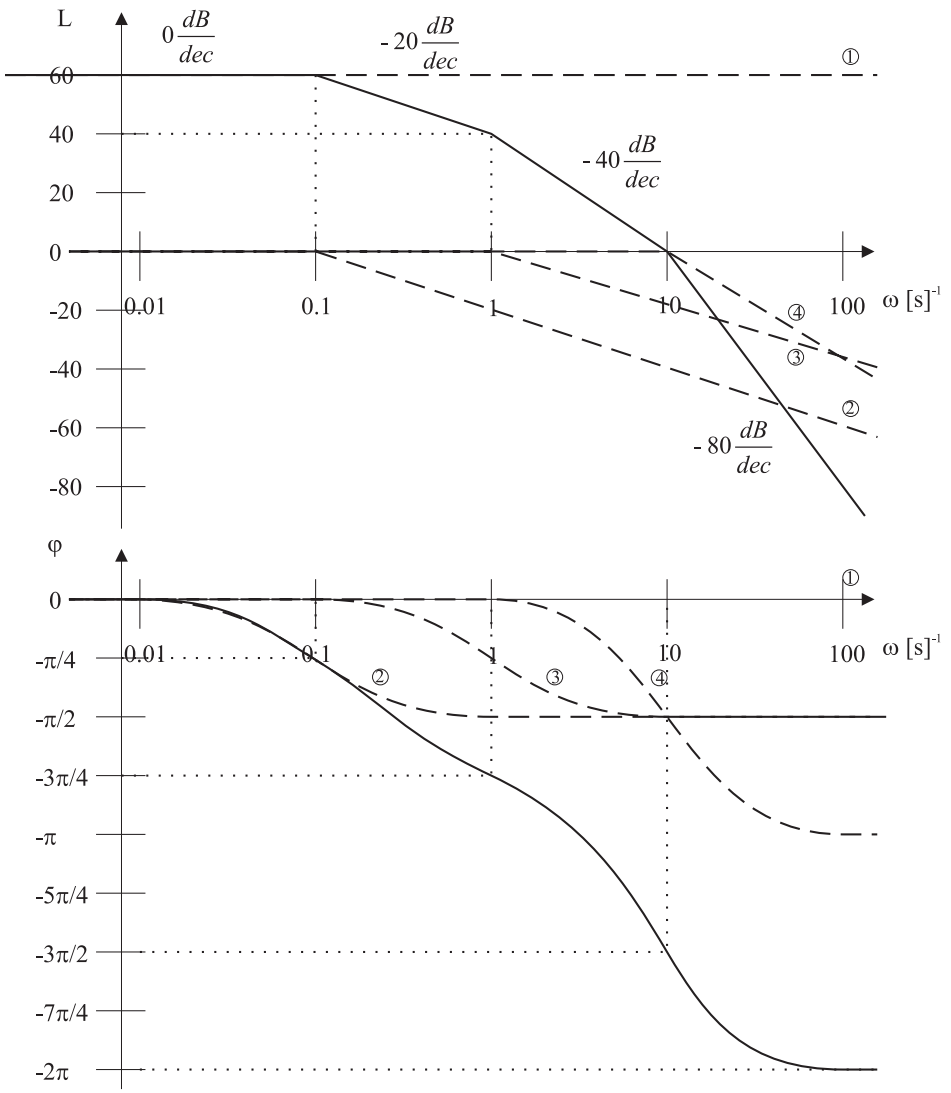
Асимптотичните ЛАЧХ и ЛФЧХ са показани на фиг. 5.2. Нискочестотната асимптота е успоредна на абсцисната ос и е на разстояние $20\lg 1000=60\ [dB]$. Наклонът на ЛАЧХ се променя при спрягащите честоти $\omega_{\text{СП1}}=\frac{1}{10}=0.1\ [s^{-1}]$, $\omega_{\text{СП2}}=1\ [s^{-1}]$, $\omega_{\text{СП3}}=\frac{1}{\sqrt{0.01}}=10\ [s^{-1}]$, като става съответно $-20\ \frac{dB}{dec}$, $-40\ \frac{dB}{dec}$ и $-80\ \frac{dB}{dec}$.

Резултати от MATLAB

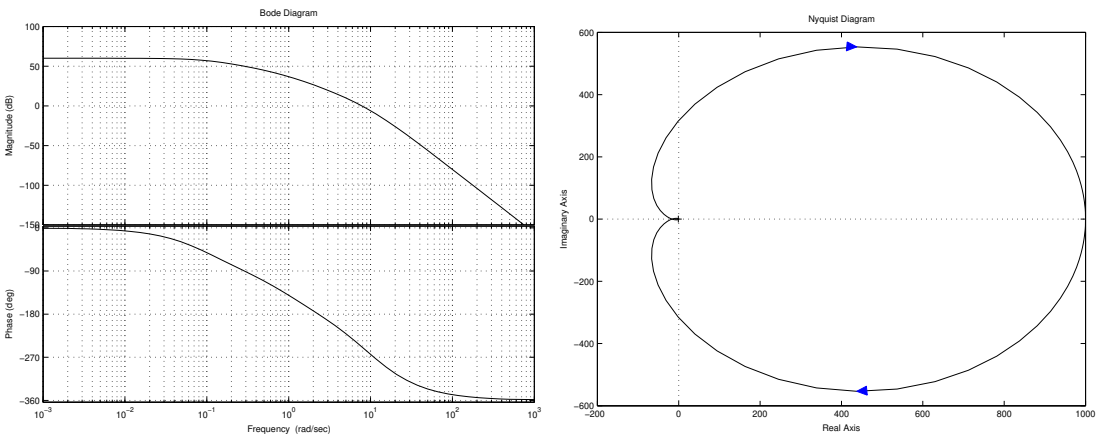
В MATLAB е възможно да се извършва полиномиално умножение. Това става с помощта на функцията `conv`. Входни параметри на функцията са два вектора, съдържащи полиномите, които трябва да бъдат умножени. Допустимо е умножаването само на два полинома, но резултатът може да се използва като параметър на друга функция `conv`. Например знаменателят да се зададе като $((10p+1)(p+1))\,(0.01p^2+0.5p+1)$

```
num=1000;
den=conv(conv([10 1],[1 1]),[0.01 0.2 1]);
bode(num,den), grid
figure,
nyquist(num,den);
```

Получен резултат – показан е на фиг. 5.3



Фигура 5.2: Асимптотични ЛАЧХ и ЛФЧХ на системата от (5.4)



Фигура 5.3: ЛАЧХ, ЛФЧХ и АФХ, получени с MATLAB

Упражнение 6

Математически модели на линейни системи. Преобразуване на структурни схеми

Задачата на лабораторното упражнение е запознаване и различните математични модели, използвани за описание на линейни системи, както и тяхното получаване. Поподробно внимане е отделено на преобразуванто на структурни схеми и получаване на еквивалентна предавателна функция.

1 Теоретична част

В това упражнение се разглеждат аналитичните модели: диференциални, предавателни функции и структурни схеми. Не по-малко важните графоаналитични модели, каквито са времевите и честотните характеристики, които са разгледани в следващите две упражнения.

1.1 Диференциални уравнения

Диференциалните уравнения обикновено се използват като начални математични модели на динамичните звена, като за тяхното получаване може да се използват съответни закони от механиката, електротехниката, аеродинамиката и т.н. В теорията на автоматичното управление е приета следната обща форма на запис на диференциалните уравнения на отделните звена и на цялата система

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_n y(t) = b_0\frac{d^m y(t)}{dt^m} + b_1\frac{d^{m-1}y(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_m y(t) \qquad (6.1)$$

Изходната променлива ($y(t)$) и нейните производни се записват в лявата част на равенството, като се започва от най-старшата производна. В дясната част на равенството аналогично се записват входната променлива ($u(t)$) и нейните производни (когато има такива). В случаите когато на звеното или системата действат повече от един входни сигнали, то те се добавят по същия начин в дясната страна.

Старшата (n-тата) производна на изходната променлива определя *реда* на звеното (системата). За реалните звена и системи е характерно, че $n \geq m$. Това неравенство се нарича *условие за физическа реализуемост*.

1.2 Предавателна функция

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} \tag{6.2}$$

е отношение на Лапласовото изображение на изходната променлива към Лапласовото изображение на входната променлива, при нулеви начални условия.

Между диференциалното уравнение и предавателната функция има непосредствена връзка. Ще я покажем за диференциално уравнение (6.1). За целта ще преобразуваме по Лаплас това уравнение. Съгласно свойството линейност, Лапласовата трансформация може да се приложи отделно и последователно за всички слагаеми. При нулеви начални условия, като използваме и свойството за диференциране на оригинала, получаваме

$$\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n\right) Y(p) = \left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m\right) U(p) \tag{6.3}$$

От уравнение (6.3), и от дефиницията (6.2) за предавателна функция, следва

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n} \tag{6.4}$$

1.3 Структурна схема

Съгласно дефиницията (6.2), връзката между Лапласовите изображения на входния и изходния сигнал на динамичното звено може да се запише във вида

$$Y(p) = W(p)U(p)) \tag{6.5}$$

1.3.A Основни елементи на структурната схема

-bb-error = =

Фигура 6.1: Блок (звено)

-bb-error = =

Фигура 6.2: Суматор

-bb-error = =

Фигура 6.3: Възел на разклонение

1.4 Преобразуване на структурни схеми

1.4.А Последователно свързване (фиг. 6.4)

-bb-error = =

Фигура 6.4: Последователно свързване

$$W(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p) \tag{6.6}$$

1.4.Б Паралелно свързване (фиг. 6.5)

-bb-error = =

Фигура 6.5: Паралелно свързване

1.4.В Свързване с обратна връзка (фиг. 6.6)

-bb-error = =

Фигура 6.6: Свързване с обратна връзка

$$W(p) = \frac{W_1}{1 - W_1(p)W_{\text{ов}}(p)} \tag{6.7}$$

1.4.Г Еквивалентни структурни преобразувания (фиг. 6.7–фиг. 6.13)

-bb-error = =

Фигура 6.7: Смяна на местата на блокове

-bb-error = =

Фигура 6.8: Смяна на местата на суматори

-bb-error = =

Фигура 6.9: Смяна на местата на възли на разклонение

-bb-error = =

Фигура 6.10: Пренасяне на суматор през блок 1

-bb-error = =

Фигура 6.11: Пренасяне на суматор през блок 2

-bb-error = =

Фигура 6.12: Пренасяне на възли на разклонение през блок 1

-bb-error = =

Фигура 6.13: Пренасяне на възли на разклонение през блок 2

2 Задачи

2.1 Задача 1

Да се преобразува структурната схема до еквивалентна предавателна функция. Отделните варианти са дадени на фиг. 6.14–фиг. 6.19. Числените стойности са дадени в Таблица 6.1

3 Методични указания

4 Примерно решение

-bb-error = =

Фигура 6.14: Вариант 1

-bb-error = =

Фигура 6.15: Вариант 2

-bb-error = =

Фигура 6.16: Вариант 3

-bb-error = =

Фигура 6.17: Вариант 4

-bb-error = =

Фигура 6.18: Вариант 5

-bb-error = =

Фигура 6.19: Вариант 6

Таблица 6.1: Варианти за лабораторното упражнение

Звено	$W1(p)$	$W2(p)$	$W3(p)$	$W4(p)$	$W5(p)$	$W6(p)$	$W7(p)$	$W8(p)$
Схема1а	1	$\frac{2}{p}$	3	$\frac{1}{4p+1}$	0.5	6	1	1
Схема1б	0.5	$\frac{1}{p}$	3	$\frac{1}{3p}$	1	6	2	1
Схема2а	$\frac{1}{p+1}$	2	$\frac{5}{2p}$	4	0.5	0.2	1	–
Схема2б	$\frac{0.5}{p+1}$	0.2	$\frac{20}{p}$	1	5	6	1	–
Схема3а	1	$\frac{2}{p+1}$	$\frac{3}{p}$	4	2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	1
Схема3б	$\frac{1}{p}$	2	$\frac{1}{p+1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	4	3	1
Схема4а	0.2	2	$\frac{1}{p^2+p+1}$	4	5	$\frac{1}{6}$	3	0.3
Схема4б	2	2	$\frac{p+1}{p^2+p+1}$	0.4	5	0.25	2	3
Схема5а	4	$\frac{1}{p+1}$	$\frac{2p+1}{p+1}$	1	2	2	1	0.25
Схема5б	$\frac{1}{p}$	0.5	$\frac{3}{p+1}$	4	4	0.5	2	2
Схема6а	1	$\frac{p+1}{p}$	$\frac{1}{2p+1}$	4	0.5	0.2	5	–
Схема6б	1	$\frac{p+1}{2p+1}$	3	4	0.5	$\frac{p}{p+1}$	1	–

Упражнение 8

Синтез на коригиращо звено.

Приложение А

Решени задачи към Упражнение 5

В това приложение се решават последните две задачи дадени в Таблица 5.1, чрез което се цели по-подробно да се илюстрира методът за построяване на ЛАЧХ и ЛФЧХ на системи.

Те са използвани и в Упражнение 8, като примери при изследване на устойчивостта на затворени системи с критериите на Боде и Найкуист.

1 Задача 33

Като първа задача ще бъде разгледан по-подробно примера от Упражнение 5. Предавателната функция се дава с уравнение (5.4)

Предавателната функция може да се разложи на произведение от четири типови звена:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_4(p) \tag{A.1}$$

Тези типови звена са:

$$W_1(p) = 1000 \tag{A.2}$$

$$W_2(p) = \frac{1}{10p+1} \tag{A.3}$$

$$W_3(p) = \frac{1}{p+1} \tag{A.4}$$

$$W_4(p) = \frac{1}{0.01p+0.2p+1} \tag{A.5}$$

1.1 Построяване на характеристиките на звената

Първото звено (с уравнение (A.2)) е пропорционално ($W(p) = k$) с коефициент на пропорционалност $k = 1000$. В логаритмичен мащаб този коефициент отговаря на 60 dB ($k = 1000 \Leftrightarrow 20\log 1000 = 20\log(10^3) = 20 * 3\log 10 = 20 * 3 = 60\ dB$). От фиг. 4.2 се вижда, че ЛАЧХ за звеното е права успоредна на абсцисната ос на разстояние 60 dB над нея. ЛФЧХ за звеното съвпада с абсцисната ос. На фиг. 5.2 са начертани ЛАЧХ и ЛФЧХ на звената с пунктирана линия, като с кръгче със съответен номер е показано на кое звено отговаря съответната характеристика.

Второто и третото звена (с уравнения (А.3) и (А.4)) са апериодични. За тези звена е необходимо да се определят спрягащите им честоти. За второто звено (с уравнение (А.3)) се определя спрягащата честота от израза: $\omega_{\text{СП2}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{10} = 0.1\ [s^{-1}]$, а третото звено (с уравнение (А.4)) има спрягаща честота $\omega_{\text{СП3}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{1} = 1\ [s^{-1}]$. От тук и от фиг. 4.2 следва, че асимптотичните ЛАЧХ на звената имат стойност нула (0) за честоти по малки от съответната спрягаща честота и имат наклони $-20\frac{dB}{dec}$ за честоти по-големи от спрягащите честоти. ЛФЧХ на звената имат стойност $-\pi/4$ при съответната спрягащата честота, стойност нула (0) за честоти по-малки една декада в ляво от съответната спрягаща честота и установена стойност $-\pi/2$ за честоти по-големи една декада в дясно. При необходимост от по-точно изчертаване се взимат под внимание поправките дадени в Таблица А.1.

Таблица А.1: *Поправки към ЛАЧХ и ЛФЧХ*
(за апериодично и идеално форсиращо звено)

$\omega\ [s^{-1}]$	1/8T	1/4T	1/2T	1/T	2/1T	4/1T	8/1T
$\Delta L\ [dB]$	0	0.25	1	3	1	0.25	0
$\Delta\varphi[deg]$	7	14	26.5	45	26.5	14	7

Последното звено (с уравнение (А.5)) е колебателно и има времеконстанта $T = 0.1\ [s^{-1}]$ ($T^2 = 0.01\ [s^{-1}]$). Отново определяме спрягащата честота $\omega_{\text{СП4}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.1} = 10\ [s^{-1}]$. От тук и от фиг. 4.2 следва, че ЛАЧХ на звеното има стойност нула (0) за честоти по-малки от спрягащата ($10\ [s^{-1}]$) и има наклон $-40\frac{dB}{dec}$ за честоти по-големи от спрягащата (т.е. при честота $100\ [s^{-1}]$ има стойност $-40\ [dB]$,... . ЛФЧХ на звеното има стойност $-\pi/2$ при спрягащата честота. ЛФЧХ има стойност нула (0) за честоти по-малки от $1\ [s^{-1}]$ (една декада в ляво от $10\ [s^{-1}]$) и установена стойност π за честоти по-големи от $100\ [s^{-1}]$(една декада в дясно от $10\ [s^{-1}]$).

Спрягащите честоти са $\omega_{\text{СП2}} = 0.1\ [s^{-1}]$, $\omega_{\text{СП3}} = 1\ [s^{-1}]$, $\omega_{\text{СП4}} = 10\ [s^{-1}]$. Най-малката спрягаща честота е $\omega_{\text{СП2}} = 0.1\ [s^{-1}]$ откъдето определяме, че ординатната ос ще минава през честота $\omega = 0.01\ [s^{-1}]$. Най-голямата спрягаща честота е $\omega_{\text{СП4}} = 10\ [s^{-1}]$, откъдето се получава, че абсцисната ос трябва да завършва най-малко до честота $\omega = 100\ [s^{-1}]$ (виж. фиг. 5.2).

Ординатната ос на ЛФЧХ се избира от 0 до -2π.

1.2 Построяване на асимптотична ЛАЧХ на системата

В системата няма нито интегриращо нито идеално диференциращо звена. Тогава в ниските честоти, (до честота $\omega = 0.1\ [s^{-1}]$), ЛАЧХ на системата ще бъде права успоредна на абсцисната ос на разстояние $20 \log k \rightarrow 20 \log 1000 = 60\ dB$ (виж. фиг. 5.2). След това наклонът ще се промени на $-20\frac{dB}{dec}$, т.к. започва да оказва влияние второто звено, което е апериодично. Наклонът ще се запази до следващата спрягаща честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$. Разстоянието между двете спрягащи честоти е равно на една декада и наклона е $-20\frac{dB}{dec}$, следователно стойността на ЛАЧХ за честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$ ще бъде $60 - 20 = 40\ dB$. След втората спрягаща честота влияние започва да оказва третото звено, което отново е апериодично и то ще намали наклона на ЛАЧХ с своите $-20\frac{dB}{dec}$ или общият наклон ще стане $-20 - 20 = -40\frac{dB}{dec}$. Този наклон ще се запази до достигане на третата спрягаща честота, която е $\omega = 10\ [s^{-1}]$. Разстоянието между

спрягащите честоти отново е една декада и следователно стойността на ЛАЧХ за точка $\omega = 10\ [s^{-1}]$ ще бъде $40-40 = 0\ dB$. След тази спрягаща честота влияние оказва и последното (четвърто) звено, което е колебателно и то ще промени наклона на ЛАЧХ с $-40\frac{dB}{dec}$(виж. фиг. 4.2). Новият наклон на ЛАЧХ ще стане $-40-40 = -80\frac{dB}{dec}$, който ще се запази за по-високите честоти. Например за честота $\omega = 100\ [s^{-1}]$ (която се намира една декада в дясно от последната спрягаща честота) стойността на ЛАЧХ ще бъде $0 - 80 = -80\ dB$.

1.3 Построяване на асимптотична ЛФЧХ на системата

Нискочестотната част на ЛФЧХ ще е $0\ rad$, т.к. в системата няма интегриращи и идеално диференциращи звена. Това ще се запаси до една декада в ляво от най-ниската спрягаща честота, т.е. до честота $\omega = 0.01\ [s^{-1}]$. След това ще започне да пада и в спрягащата честота ($\omega = 0.1\ [s^{-1}]$), която е на второто звено (апериодично звено) стойността на ЛФЧХ е $-\pi/4\ rad$. Това звено ще променя ЛФЧХ до честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$, като ще предизвика спадне с още $-\pi/4\ rad$. В честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$ влияние оказва и третото звено. То също е апериодично и ще предизвика спадане с $-\pi/4\ rad$. По този начин общото спадане ще е с $-\pi/2\ rad$ или за точка $\omega = 1\ [s^{-1}]$ ще има стойност $-\pi/4 - \pi/2 = -3\pi/4\ rad$. При честота $\omega = 10\ [s^{-1}]$ третото звено ще предизвика спад от $-\pi/4\ rad$, но там влияние оказва и четвъртото звено, което е колебателно и поради това неговия спад ще е с $-\pi/2\ rad$ (виж. фиг. 4.2). Общият спад ще бъде $-\pi/4 - \pi/2 = -3\pi/4\ rad$, откъдето стойността на ЛФЧХ в точка $\omega = 10\ [s^{-1}]$ ще стане $-3\pi/4 - 3\pi/4 = -6\pi/4 = -3\pi/2\ rad$. В следващата декада влияние оказва само последното звено и неговия спад е $-\pi/2\ rad$ при честота $\omega = 100\ [s^{-1}]$. Стойността на ЛФЧХ за тази стойност е $-3\pi/2 - \pi/2 = -4\pi/2 = -2\pi\ rad$. За по-големи честоти няма да има изменение в стойността на ЛФЧХ. Тази стойност може да се провери и по вече дискутираната формула:$-(n-m)\pi/2\ rad$ или $-(4-0)\pi/2 = -4\pi/2 = -2\pi\ rad$.

Резултатите от MatLab бяха коментирани в Упражнение 5.

2 Задача 34

Дадена е предавателната функция:

$$W(p) = \frac{200(0.1p+1)}{p(2p+1)(0.01p+1)^2} \tag{A.6}$$

Предавателната функция на системата може да се разложи на шест елементарни звена (виж. фиг. 4.2)

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_4(p)W_5(p)W_6(p) \tag{A.7}$$

Тези типови звена са:

$$W_1(p) = 200 \tag{A.8}$$
$$W_2(p) = 0.1p+1 \tag{A.9}$$

$$W_3(p) = \frac{1}{p} \tag{A.10}$$

$$W_4(p) = \frac{1}{2p+1} \tag{A.11}$$

$$W_5(p) = \frac{1}{0.01p+1} \tag{A.12}$$

$$W_6(p) = \frac{1}{0.01p+1} \tag{A.13}$$

От фиг. 4.2 се определя, че първото звено (с уравнение (A.8)) е пропорционално звено ($W(p) = k$) с коефициент на пропорционалност $k = 200$ В логаритмичен мащаб този коефициент отговаря на 46 dB ($k = 200 \Leftrightarrow 20\log 200 = 20\log(2*100) = 20\log 100 + 20\log 2 = 20\log 10^2 + 20\log 2 = 20*2+6 = 40+6 = 46\ dB$). От фиг. 4.2 се вижда, че ЛАЧХ за звеното е права успоредна на абсцисната ос на разстояние 46 dB от нея. ЛФЧХ за звеното съвпада с абсцисната ос. На фиг. А.1 са начертани ЛАЧХ и ЛФЧХ на звената с пунктирана линия. Аналогично от фиг. 4.2 определяме и характеристиките на останалите звена.

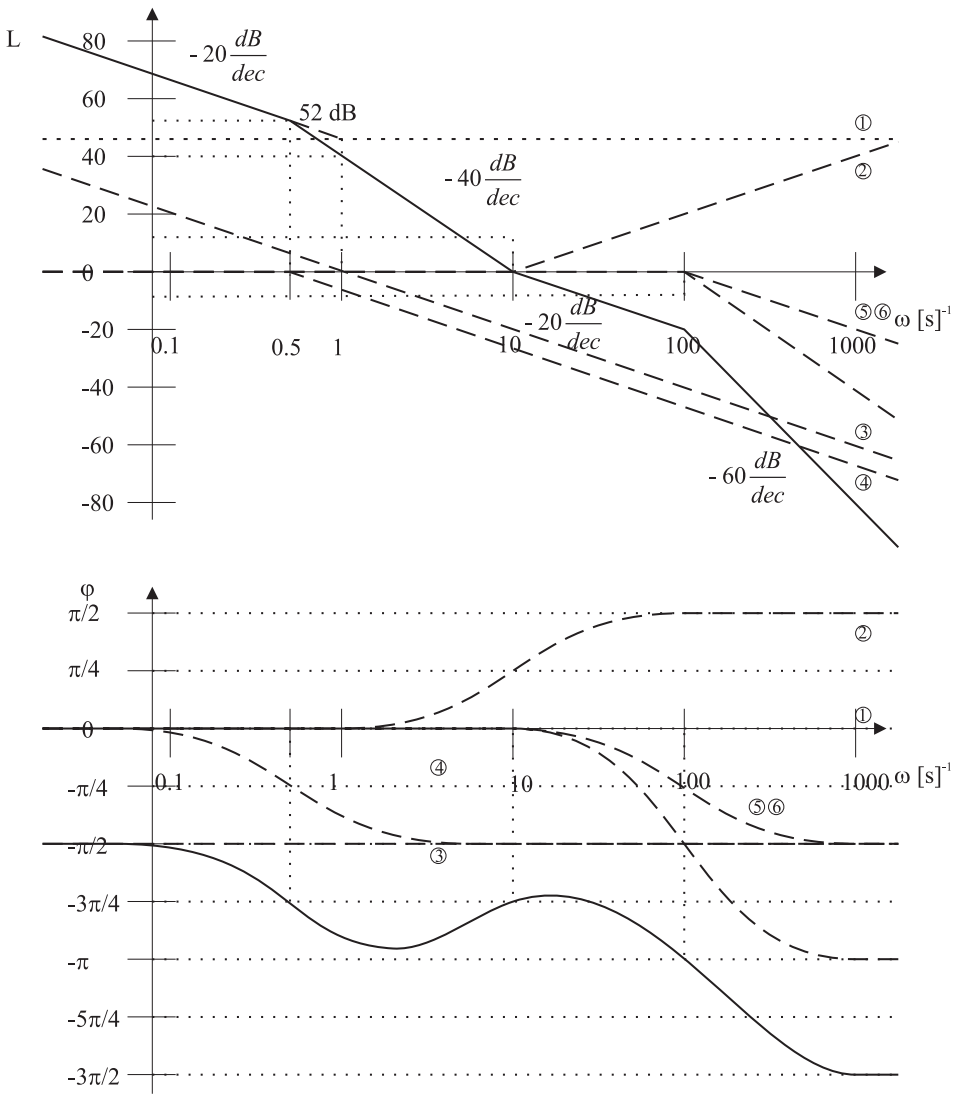
Второто звено (с уравнение (A.9)) е идеално форсиращо и има времеконстанта $T = 0.1$. Неговата спрягащата честота е $\omega_{\text{СП2}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.1} = 10\ [s^{-1}]$. От тук и от таблица фиг. 4.2 следва, че ЛАЧХ на звеното има стойност нула за честоти по-малки от спрягащата и има наклон $20\frac{dB}{dec}$ за честоти по-големи от спрягащата. ЛФЧХ на звеното е има стойност $\pi/4$ при спрягащата честота. ЛФЧХ има стойност нула за честоти по-малки от 1 $[s^{-1}]$ (една декада в ляво от 10 $[s^{-1}]$) и установена стойност $\pi/2$ за честоти по-големи от 100 $[s^{-1}]$(една декада в дясно от 10 $[s^{-1}]$). При необходимост от по-точно изчертаване се взимат под внимание поправките дадени в Таблица А.1.

Останалите три звена (с уравнения (A.11), (A.12) и (A.13)) са апериодични, като четвъртото звено (с уравнение (A.11)) има спрягаща честота $\omega_{\text{СП4}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5\ [s^{-1}]$, а останалите две $\omega_{\text{СП5,6}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.01} = 100\ [s^{-1}]$. От тук и от фиг. 4.2 следва, че ЛАЧХ на звената имат стойност нула за честоти по малки от съответната спрягащата честота и има наклон $-20\frac{dB}{dec}$ за честоти по-големи от тази честота. ЛФЧХ на звената е има стойност $-\pi/4$ при съответната спрягащата честота. ЛФЧХ има стойност нула (0) за честоти по-малки една декада в ляво от съответната спрягаща честота и установена стойност $-\pi/2$ за честоти по-големи една декада в дясно. При необходимост от по-точно изчертаване се взимат под внимание поправките дадени в Таблица А.1. На фиг. А.1 отново с пунктирана линия са начертани и сумарните, на звена пет и шест характеристики, т.к. за удобство често се чертае една характеристика (сумарна) за идентични звена.

В конкретната задача спрягащите честоти са: $\omega_{\text{СП2}} = 10\ [s^{-1}]$, $\omega_{\text{СП4}} = 0.5\ [s^{-1}]$, $\omega_{\text{СП5,6}} = 100\ [s^{-1}]$. Към тях добавяме и $\omega = 1\ [s^{-1}]$, т.к. системата има интегриращо звено. Определяме, че най-малката спрягаща честота е $\omega_{\text{СП4}} = 0.5\ [s^{-1}]$ откъдето определяме, че абсцисната ос ще минава през честота $\omega = 0.05\ [s^{-1}]$. Най-голямата спрягаща честота е $\omega_{\text{СП5,6}} = 100\ [s^{-1}]$, откъдето се получава, че абсцисната ос трябва да завършва най-малко до честота $\omega = 1000\ [s^{-1}]$. След като е избран мащаба на абсцисната ос, трябва да се разграфят съответните декади (виж. фиг. А.1).

Ординатната ос на ЛФЧХ се избира от $\frac{\pi}{2}$ до $-3\frac{\pi}{2}$.

Вижда се, че в системата има едно интегриращо звено и че няма диференциращи звена, тогава в ниските честоти, до честота $\omega = 0.5\ [s^{-1}]$, ЛАЧХ ще бъде права с



Фигура А.1: ЛАЧХ на системата от (А.6)

наклон $-20\frac{dB}{dec}$, чието продължение ще има стойност $20\log k \to 20\log 200 = 46\ dB$ при честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$. Тази права е начертана с пунктирана линия (виж. фиг. А.1). Тя представлява ЛАЧХ на системата за честоти по-малки от $\omega = 0.5\ [s^{-1}]$. Т.к. $\omega = 0.5\ [s^{-1}]$ се намира една октава в ляво от $\omega = 1\ [s^{-1}]$ и наклона на асимптотата е $-20\frac{dB}{dec}$, то в честота $\omega = 0.5\ [s^{-1}]$ стойността на ЛАЧХ ще е с 6 dB по-голяма от стойността в $\omega = 1\ [s^{-1}]$, т.е. $46 + 6 = 52\ dB$. След спрягащата честота влияние започва да оказва четвъртото звено, което е апериодично и то ще намали наклона на ЛАЧХ с своите $-20\frac{dB}{dec}$ или общият наклон ще стане $-20 - 20 = -40\frac{dB}{dec}$. Удобно е да се изчисли стойността на ЛАЧХ за честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$. Тя е на една октава в дясно от $\omega = 0.5\ [s^{-1}]$ и наклона е $-40\frac{dB}{dec}$ следователно ЛАЧХ ще падне с 12 dB. Тогава ЛАЧХ в честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$ ще има стойност $52 - 12 = 40\ dB$. Наклона ще се запази до следващата спрягаща честота $\omega = 10\ [s^{-1}]$. Разстоянието между честотите $\omega = 1\ [s^{-1}]$ и $\omega = 10\ [s^{-1}]$ е равно на една декада и наклона е $-40\frac{dB}{dec}$, следователно стойността на ЛАЧХ за честота $\omega = 10\ [s^{-1}]$ ще бъде $40 - 40 = 0\ dB$. След втората спрягаща честота влияние започва да оказва второто звено, което е

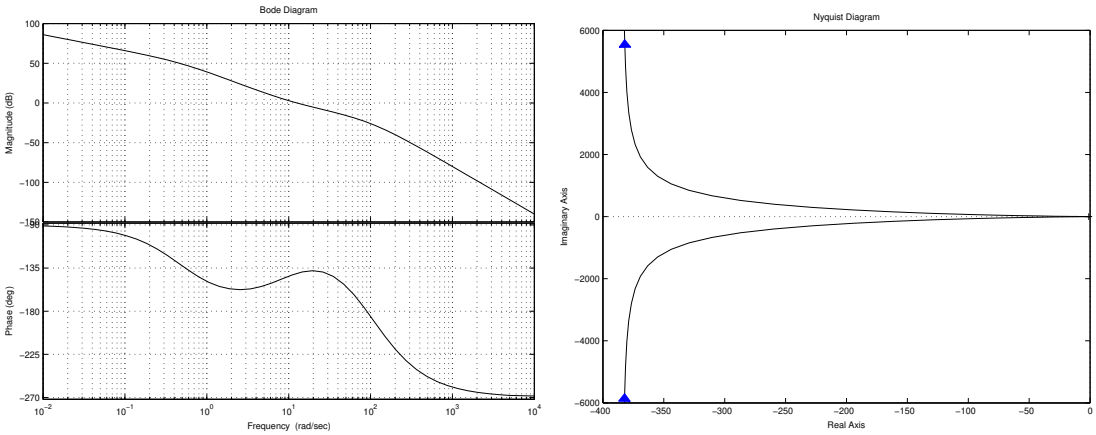
идеално форсиращо и то ще увеличи наклона на ЛАЧХ с своите $20\frac{dB}{dec}$ или общият наклон ще стане $-40+20=-20\frac{dB}{dec}$. Наклона отново ще се запази до достигане на третата спрягаща честота, която е $\omega = 100\ [s^{-1}]$. Разстоянието между спрягащите честоти отново е една декада и следователно стойността на ЛАЧХ за точка $\omega = 100\ [s^{-1}]$ ще бъде $0-20=-20\ dB$. След тази спрягаща честота влияние оказва последните две звена (пето и шесто), които са апериодични и те ще промени наклона на АЛЧХ общо с $-40\frac{dB}{dec}$ (всяко с $-20\frac{dB}{dec}$)(виж. фиг. 4.2). Новият наклон на ЛАЧХ ще стане $-20-40=-60\frac{dB}{dec}$, който ще се запази за по-високите честоти. По този начин например за честота $\omega = 1000\ [s^{-1}]$ (която се намира една декада в дясно от последната спрягаща честота) стойността ще бъде $-20-60=-80\ dB$.

ЛФЧХ ще започне от $-\pi/2\ rad$, т.к. в системата има едно интегриращо звено и няма идеално диференциращи звена. Това ще се запаси до една декада в ляво от най-ниската спрягаща честота, т.е. до честота $\omega = 0.05\ [s^{-1}]$. След това ще започне да пада и в спрягащата честота ($\omega = 0.1\ [s^{-1}]$), която е на четвъртото звено (апериодично звено) стойността на ЛФЧХ ще падне с $-\pi/4\ rad$, или е $-\pi/2-\pi/4=-3\pi/4\ rad$. Това звено ще променя ЛФЧХ до честота $\omega = 5\ [s^{-1}]$, като ще предизвика спадане с още $-\pi/4\ rad$. От честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$ влияние оказва и второто звено. То е идеално форсиращо и ще предизвика покачване с $-\pi/4\ rad$. По този начин общото изменение ще е $-\pi/4+\pi/4=0\ rad$ или за точка $\omega = 10\ [s^{-1}]$ ЛФЧХ ще има стойност $-3\pi/4-\pi/4+\pi/4=-3\pi/4\ rad$. Трябва да се отбележи, че до честота $\omega = 1\ [s^{-1}]$, поради ефекта от четвъртото звено ЛФЧХ спада под $-3\pi/4\ rad$, а даже и за малко по-големи честоти спадането на четвъртото звено ще е по-голямо от ефекта на покачването на второто звено. При честота $\omega = 100\ [s^{-1}]$ второто звено ще предизвика покачване от $-\pi/4\ rad$, но там влияние оказва и петото и шестото звено, всяко от които ще предизвика спад с $+\pi/4-\pi/2=-\pi/4\ rad$. Стойността на ЛФЧХ в точка $\omega = 100\ [s^{-1}]$ ще стане $-3\pi/4-\pi/4=-\pi\ rad$. Отново трябва да се отбележи, че около честота $\omega = 10\ [s^{-1}]$ преобладаващо влияние ще има второто звено, т.к. стръмността на неговата характеристика е по-голяма вследствие на което ЛФЧХ временно ще премини над стойността от $-3\pi/4\ rad$. В следващата декада влияние оказва само последните две звена и техния спад е общо $-\pi/2\ rad$ ($+\pi/4-\pi/2=-\pi/4\ rad$) при честота $\omega = 1000\ [s^{-1}]$. Стойността на ЛФЧХ за тази стойност е $-\pi-\pi/2=-3\pi/2\ rad$. За по-големи честоти няма да има изменение в стойността на ЛФЧХ. Тази стойност може да се провери и по вече дискутираната формула:$-(n-m)\pi/2\ rad$ или $-(4-1)\pi/2=-3\pi/2\ rad$.

Резултати от MATLAB

```
num=200*[0.1 1];
den=conv(conv([1 0],[2 1]),conv([0.01 1],[0.01 1]));
bode(num,den), grid
figure,
nyquist(num,den);
```

Получен резултат



Фигура А.2: ЛАЧХ, ЛФЧХ и АФХ

Приложение Б

Обща задача

1 Задание

1. По зададени уравнения на звената постройте структурната схема на системата. (v(t) е задание, а y(t) е изход). Какъв е типът и параметрите на обекта и регулатора?

$$\varepsilon(t) = v(t) - y(t) \tag{Б.1}$$

$$u(t) = k_R \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau \tag{Б.2}$$

$$\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t) \tag{Б.3}$$

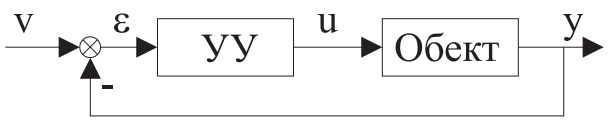
2. Анализирайте устойчивостта и качеството на системата при различни коефициенти на регулатора (напр. 0.1; 1; 100) чрез ЛАЧХ и/или ходографа на корените.

3. Синтезирайте коригиращо звено, осигуряващо време на преходния процес < 0.6 секунди при $k_R = 100$.

2 Решение

2.1 1

Стандартната структура на автоматична система е:



Фигура Б.1: Стандартна структурна схема.

Вижда се, че уравнение (Б.1) отговаря на суматора. С негова помощ се формира грешката (разсъгласуванеот) ε на системата. Уравнение (Б.2) дава връзката между грешката ε и управлението u и следователно отговаря на управляващото устройство. Последното уравнение ((Б.3)) показва връзката между управлението u и y и следователно описва обекта на управление. От казаното до тук и от фиг. Б.1 може да се направи извода, че управлението е реализирано по *принципа на обратната връзка*.

След Лапласова трансформация, при нулеви начални условия, на горните уравнения се получава:

$$\Xi(p) = V(p) - Y(p) \tag{Б.4}$$

За второто уравнение

$$U(p) = \frac{k_R \Xi(p)}{p} \tag{Б.5}$$

Откдето предавателната функция на управляващото устройство е:

$$W_{\text{уу}} = \frac{U(p)}{\Xi(p)} = \frac{k_R}{p} \tag{Б.6}$$

Това е предавателна функция на интегриращо звено. Откъдето и типа на управлението е съобразно интегрален (И) закон. Единственият параметър е k_R, а времеконстантата на интегриране ($\text{Т}_{\text{И}}$) има стойност единица (1)

За обекта се получава:

$$pY(p) + Y(p) = U(p) \tag{Б.7}$$

Или

$$W_{\text{о}} = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1}{p+1} \tag{Б.8}$$

Това е предавателна функция на апериодично звено. То има времеконстанта (T) и коефициент на пропорционалност (k) равни на единица (1).

2.2 2

2.2.А Алгебричен критерий за устойчивост

Нека разгледаме първо алгебричните критерии за устойчивост.

От правилата за еквивалентни преобразувания еквивалентната предавателна функция, на отворената система, се получава като произведението на предавателните функции на обекта и регулатора (отворена е системата от фиг. Б.1, като е премахната основната обратна връзка)(съединението регулатора и обекта е последователни (виж. фиг. 6.4) и от (6.6) следва изказаното твърдение)

$$W_{\text{екв. отв.}}(p) = \frac{1}{p+1}\frac{k_R}{p} = \frac{k_R}{p(p+1)} \tag{Б.9}$$

Характеристичният полином има вида:

$$H(p) = p(p+1) = p^2 + p + 0 \tag{Б.10}$$

От необходимото условие за устойчивост (????упр7?????) следва, че системата е неустойчива. След проверка по полюсите на системата се вижда, че има две решения на характеристичното уравнение ($H(p) = 0$) и те са 0 и -1. От първият (0) следва, че системата е на границата на устойчивост.

От правилата за еквивалентни преобразувания еквивалентната предавателна функция, на затворената система (предавателната функция на системата от фиг. Б.1) се получава (виж. фиг. 6.6 и (6.7), като($W_{\text{ОВ}}(p) = 1$) и обратната връзка е отрицателна)

$$W_{\text{екв}} = \frac{\frac{k_R}{p(p+1)}}{1 + \frac{k_R}{p(p+1)}} = \frac{k_R}{p(p+1) + k_R} = \frac{k_R}{p^2 + p + k_R} \tag{Б.11}$$

От необходимото условие за устойчивост (????упр7?????) следва, че системата е устойчива за $k_R > 0$ (за системи от първи и втори ред необходимото условие е и достатъчно).

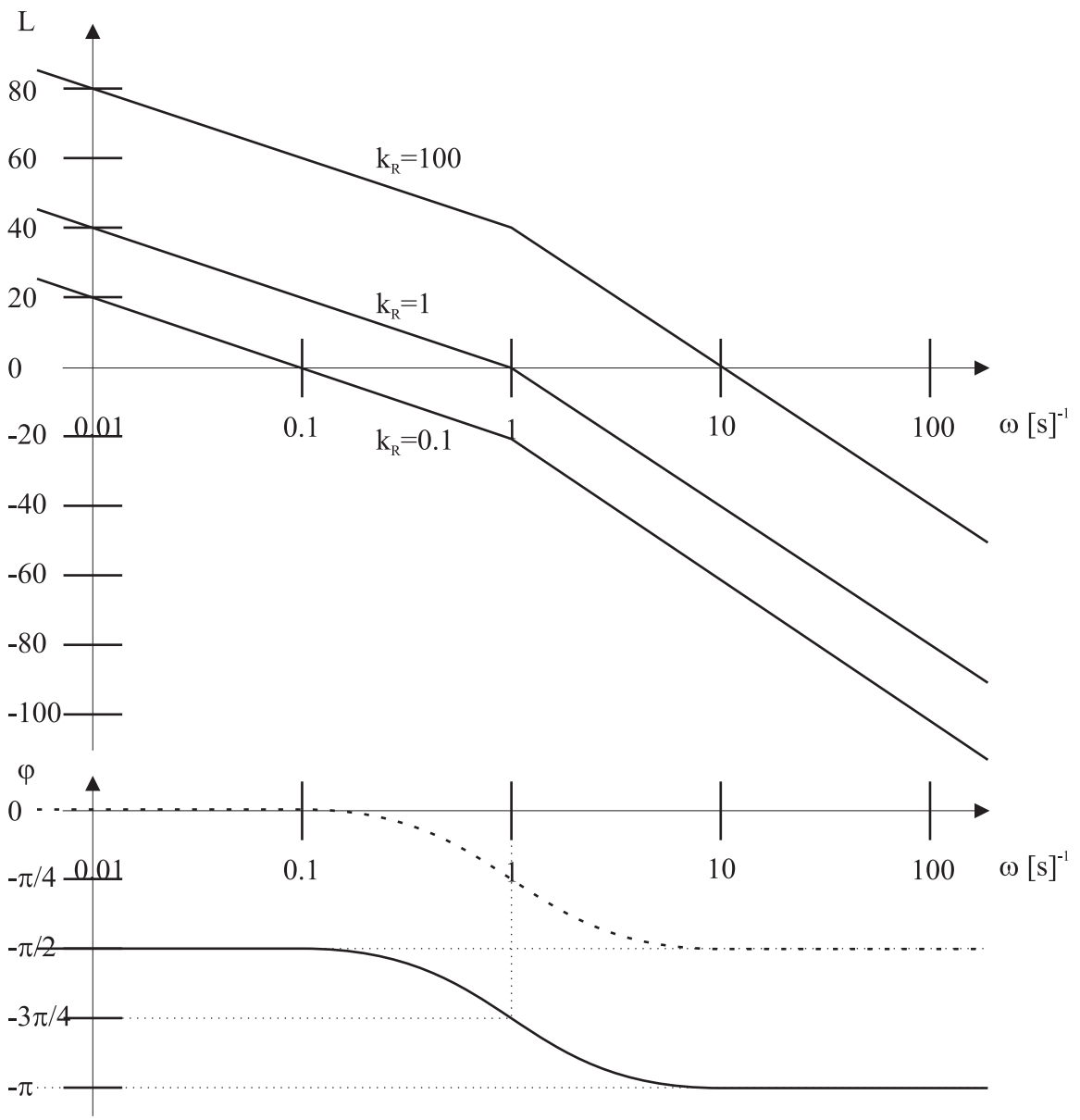
2.2.Б Честотен критерий за устойчивост

При честотните критерии се разглежда отворената система (описана с уравнение (Б.9)) и се съди за затворената система. ЛАЧХ и ЛФЧХ на системата са дадени на фиг. Б.2.

На фигурата са показани ЛАЧХ и за трите коефициента на усилване. От (Б.9) се вижда, че отворената система може да се представи като произведение на три типови звена: пропорционално $W_1(p) = k_R$, интегриращо $W_2(p) = \frac{1}{p}$ и апериодично $W_3(p) = \frac{1}{p+1}$. ???? cite upr3 ???? От наличието на интегриращо звено може да се направи извода, че в нискочестотната част на ЛАЧХ ще бъде с наклон $-20\frac{dB}{dec}$. Заради апериодичното звено наклона на ЛАЧХ ще се промени на $-40\frac{dB}{dec}$. Промяната на наклона става в спрягащата честота ($\omega_{\text{СП}} = \frac{1}{T} = 1$). В точката $\omega = 1$, стойността на ЛАЧХ ще зависи от стойността на коефициента на пропорционалност и $L = 20log_{10}k_R$ (съответно -20, 1, 40), т.к. и интегриращото и апериодичното звено имат стойност нула (0) за тази честота (????? cite таблица на отделните звена ???).

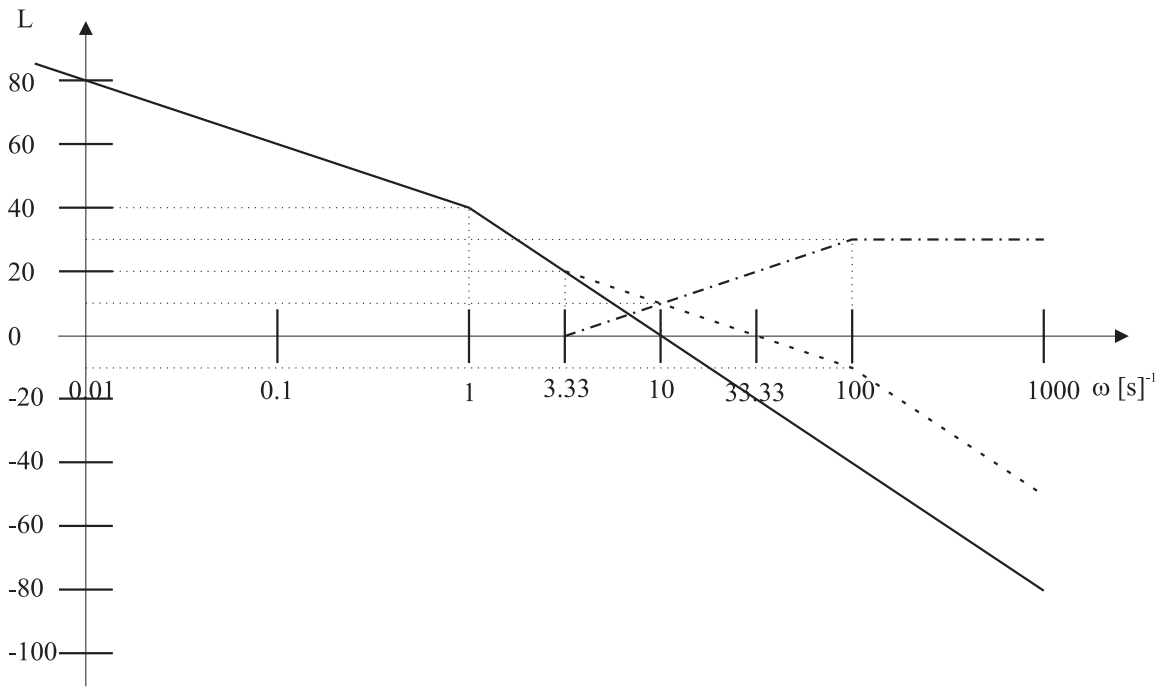
2.3 3

На фиг. Б.3 с непрекъсната линия е показана ЛАЧХ от фиг. Б.2 за $k_R = 100$. Желаната характеристика се избира по желаната честота. ????cite????. $\omega_{\text{ср,ж}} = \frac{3\pi}{T_{\text{Ж}}} > \frac{3\pi}{0.6} \approx 15.7$. Един удачен избор е $\omega_{\text{ср,ж}} = 33.33(3)[s^{-1}]$, т.к. се намира по средата на декадата. За да се гарантира пререгулиране по-малко от 30% ($\sigma > 30\%$) се прекарва права с наклон $-20\frac{dB}{dec}$ половин декада в ляво и дясно от $\omega_{\text{ср,ж}}$. Вижда се, че желаната ЛАЧХ се намира в дясно от неизменната ЛАЧХ, както и ч неизменната ЛАЧХ е с наклон $-40\frac{dB}{dec}$, следователно ако се продължи желаната ЛАЧХ без да се променя наклона двете характеристики ще се пресекат. В ниските честоти желаната ЛАЧХ се избира да съвпада с неизменната ЛАЧХ. Това се прави от съображение да не се промени качеството на системата. Във високите честоти е удобно да се избера желаната ЛАЧХ да е успоредна на неизменната ЛАЧХ. Това се прави от съображение за реализируемост на коригиращото звено. Желаната ЛАЧХ е изчертана на фиг. Б.3 с пунктирана линия. Точката на пресичане на желаната и на неизменната ЛАЧХ е при $\omega = 3.33(3)[s^{-1}]$, при която и двете характеристики имат стойност $20dB$ (желаната е с наклон $-20\frac{dB}{dec}$ и една декада в ляво от срязващата си стойност има стойност $20dB$. Неизменната ЛАЧХ има срязваща честота $\omega_{\text{ср}} = 10[s^{-1}]$, но нейният наклон е $-40\frac{dB}{dec}$ и следователно половин декада в ляво отново ще има стойност $20dB$). ЛАЧХ на коригиращото звено се определя като разлика между ЛАЧХ на желаната и ЛАЧХ



Фигура Б.2: ЛАЧХ за $k_R = 0.1; 1; 100$.

на неизменната система. Разликата в техните наклони е $20\frac{dB}{dec}$ $(-20\frac{dB}{dec} - (-40\frac{dB}{dec}))$. При честота $\omega = 10[s^{-1}]$ разликата между желаната и неизменната АЛЧХ е $10dB$ $(10dB - 0dB)$. и поради наклон от $20\frac{dB}{dec}$ отново се установява, че коригиращата ЛАЧХ достига абсцисната ос при честота $\omega = 3.33(3)[s^{-1}]$ (това е точката където се срещат желаната и неизменната ЛАЧХ). В ниските честоти желаната и неизменната ЛАЧХ съвпадат откъдето следва че тяхната разлика, а от там и стойността на коригиращата ЛАЧХ имат стойност нула (0). При високите честоти (над $\omega = 100[s^{-1}]$) ЛАЧХ на желаната и коригиращата системи са успоредни и тяхната разлика си остава постоянна. Тя е равна на $30dB$ $(20\frac{dB}{dec}$ в продължение на една и половина декади)(в честота $\omega = 100[s^{-1}]$ разликата между желаната и неизменната ЛАЧХ е отново $30dB$ $(-10dB - (-40dB))$(желаната ЛАЧХ е с наклон $-20\frac{dB}{dec}$ и половин декада в дясно стойността е $-10dB$. Неизменната ЛАЧХ е с наклон $-40\frac{dB}{dec}$ и една декада вдясно от срязващата честота стойността е $-40dB$)). Коригиращото звено е начертано на фиг. Б.3 с линия, съставена от точки и тирета.



Фигура Б.3: ЛАЧХ на коригиращо звено.

От ЛАЧХ на коригиращото звено е възможно да се определи неговата предавателната функция. Ако се погледне нискочестотният и средно–честотният диапазон (до $\omega = 100[s^{-1}]$). ЛАЧХ съвпада с ЛАЧХ на идеално форсиращо звено с предавателна функция $W(p) = \frac{1}{3.33(3)}p + 1 = 0.3p + 1$. При честота $\omega = 100[s^{-1}]$ ЛФЧХ на коригиращото звено си променя наклона с $-20\frac{dB}{dec}$ за да стане $0\frac{dB}{dec}$ (от досегашните $20\frac{dB}{dec}$). Това изменение отговаря на апериодично звено с предавателна функция $W(p) = \frac{1}{\frac{1}{100}p+1} = \frac{1}{0.01p+1}$. Окончателно предавателна функция на коригиращото звено е произведение предавателните функции на двете звена или (ЛАЧХ на коригиращото звено е сума от ЛАЧХ на двете звена).

$$W_{\text{кор. звено}}(p) = \frac{0.3p + 1}{0.01p + 1} \tag{Б.12}$$

Приложение В

Използвани команди

функция	предназначение
tf	създава линеен модел във вид на предавателна функция
tf	преобразува линеен модел до модел във вид на предавателна функция
tfdata	връща числител и знаменател от линеен модел във вид на предавателна функция
zpk	създава линеен модел от вид нули/полюси/коефициент на усливане
zpk	преобразува линеен модел до модел от вид нули/полюси/коефициент на усливане
zpkdata	връща нули,полюси и коефициент на усливане от линеен модел във вид нули/полюси/к
frd	създава линеен модел на базата на честотна характеристика
frd	преобразува линеен модел до модел във вид на честотна характеристика
frd	връща стойности на честотна характеристика и съответни честоти на базата на линеен
append	Групита системи, като съединява входове и изходи
parallel	Обобщено паралелно съединение на линейни системи
series	Обобщено последователно свързване на системи
feedback	съединение на две системи с обратна връзка
lft	Обобщено свързване на систети (произведение звезда???)
step	изчислява и изчертава преходна функция на система
impulse	изчислява и изчертава импулсна функция на система
bode	изчисляване и построяване на диаграма на Боде (ЛАЧХ и ЛФЧХ)
bodemag	изчисляване и построяване на ЛАЧХ
nyquist	изчисляване и построяване на диаграма на Найквист (АФХ)
margin	изчисляване и построяване на запаси по модул и фаза (ΔL, $\Delta\varphi$)
allmargin	изчисляване на запаси по модул, фаза и закъснение. Проверява устойчивостта на систе
freqresp	изчисляване на стойностите на АФХ за конкретни честоти
rlocus	изчисляване и построяване на ходографа на корените
pade	апроксимация в ред на Паде на чсито закъснение
class	показва вида на линейният модел
+ и -	събира и изважда системи (паралелно съединение)
*	произведение на системи (последователно свързване)
\	ляво деление – sys12 означава inv(sys1)*sys2
/	дясно деление – sys1/sys2 означава sys1*inv(sys2)
^	степен на дадена система
inv	изчисляване на обратна система
conv	полиномялно умножение
linmode	изчислява предавателна функция по структурна схема