Презентация
Модул 7:
Устойчивост. Алгебрични критерии. (на Хурвиц и на Раус).

Курс: Теория на Управлението 1

Автор: доц. д-р Александър Ищев

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

Европейски съюз

Европейски социален фонд

Цели на модула

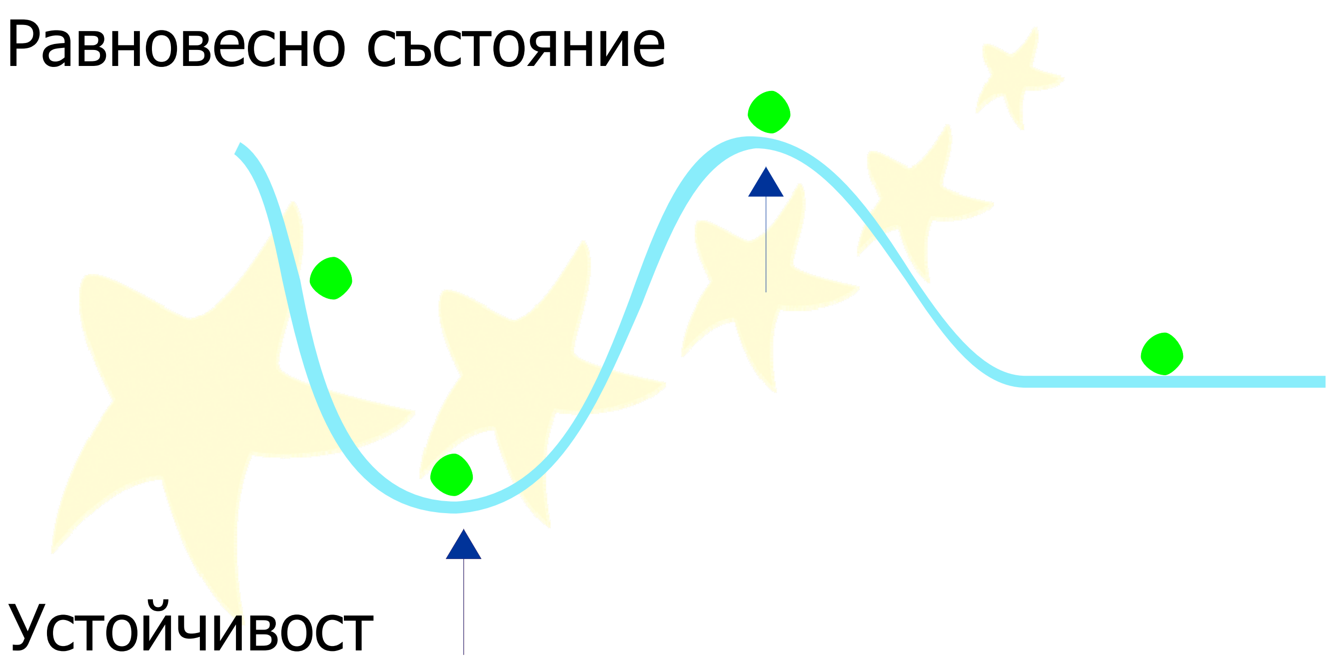
- Разглеждане на условията за устойчивост на линейни системи
- Алгебрични критерии
  - Необходимо условие за устойчивост
  - Критерий на Хурвиц
  - Критерий на Раус

Цели на модула

- Устойчивост на системи от нисък ред (критерий на Вишнеградски)
- Граничен коефициент на пропорционалност
- Изследване на устойчивост с MATLAB

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на
Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси",
съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Понятие за устойчивост



Понятие за устойчивост

- ***Системата е устойчива, ако след кратковременно външно въздействие се стреми да се върне към първоначалното си равновесно състояние.***

Свободно движение и устойчивост

$$a_0\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\dots+a_n y=b_0\frac{d^m u}{dt^m}+\dots+b_m u$$

- Пълно решение:

$$y(t)=y_{np}+y_{cв}(t)$$

$$u(t)=c=const$$

$$y_{np}=\frac{b_m}{a_n}c$$

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

Условие за устойчивост

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_n y = 0$$

$$\lim_{t \to \infty} y_{св}(t) = 0$$

Извод:

Устойчивостта на линейна система не зависи нито от входните въздействия нито от началните условия, а само от затихването на свободното движение

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на
Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси",
съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Корени на характеристичното уравнение и устойчивост

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_n y = 0$$

При прости корени $\lambda_i \quad i = 1, 2, \cdots, n$

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \cdots + a_n = 0$$

$$y_{св}(t) = \sum_{i=1}^{n} y_i(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{\lambda_i t}$$

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България
Европейски социален фонд

Корени на характеристичното уравнение и устойчивост

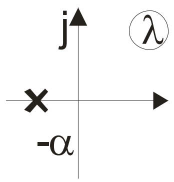
$$\lambda_i = -\alpha$$

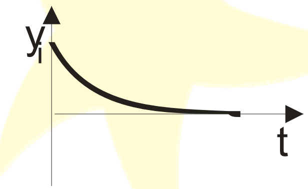
$$y_i(t) = c_i e^{-\alpha t}$$

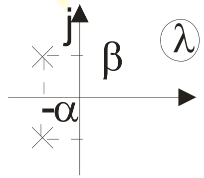
$$\lambda_{i,i+1} = -\alpha \pm j\beta$$

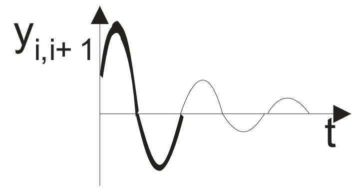
$$y_{i,i+1}(t) = c_i e^{(-\alpha + j\beta)t} + c_{i+1} e^{(-\alpha - j\beta)t} =$$

$$= c e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \theta)$$

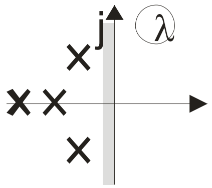








устойчива



ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

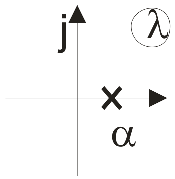
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции”

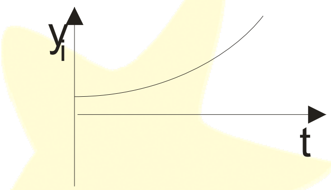
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси”, съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

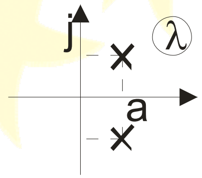
Инвестира във вашето бъдеще!

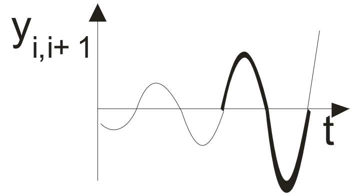
Корени на характеристичното уравнение и устойчивост

$$\lambda_i = +\alpha \qquad\qquad \lambda_{i,i+1} = +\alpha \pm j\beta$$

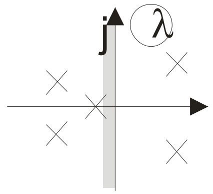








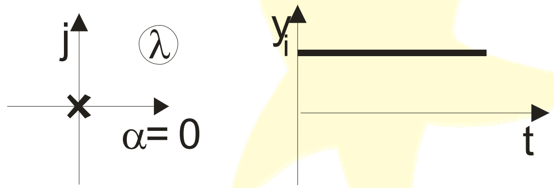
не устойчива

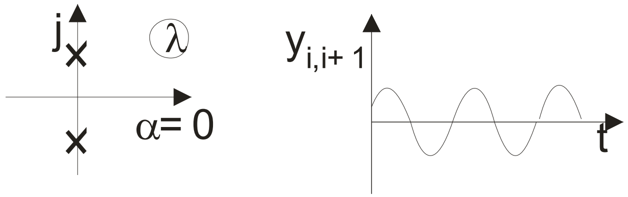


ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на
Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси",
съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

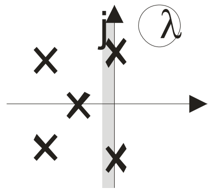
Корени на характеристичното уравнение и устойчивост

$$\lambda_i = 0 \qquad\qquad \lambda_{i,i+1} = \pm j\beta$$





на границата на
устойчивост



ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на
Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси",
съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Предавателна функция и устойчивост

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n}$$

Характеристично уравнение

$$H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n = 0$$

Изводи:

Устойчивостта зависи само от знаменателя на предавателната функция - характеристичното уравнение

Необходимо и достатъчно условия за устойчивост е всички корени на характеристичното уравнение да имат отрицателни реални части

Необходимо условие

необходимо условие за устойчивост е всички коефициенти в характеристичното уравнение на затворената САУ да са положителни

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Необходимо условие

$$H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n = 0$$

$$a_0(p - \lambda_1)(p - \lambda_2)\cdots(p - \lambda_n) = 0$$

$$\lambda_i = -\alpha_i \qquad i = 1, \cdots, n$$

$$a_0(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)\cdots(p + \alpha_n) = 0$$

$$a_i > 0 \qquad i = 1, \cdots, n$$

$$\lambda_{i,i+1} = -\alpha \pm j\beta$$

$$(p + \alpha - j\beta)(p + \alpha + j\beta) =$$
$$= (p + \alpha)^2 + \beta^2$$

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Критерий на Хурвиц

$$H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_n = 0$$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & . & . & . & a_n \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = a_1$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$$

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции”

Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси”, съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България

Европейски социален фонд

Критерий на Хурвиц

- ***Необходимо и достатъчно условие за устойчивост е всички коефициенти на характеристичното уравнение и всички диагонални минори да са положителни.***

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на
Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси",
съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Пример

$$H(p) = p^4 + 3p^3 + 5p^2 + 4p + 2$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = 3$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 11$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 26$$

$$\Delta_4 = 2\Delta_3 = 52$$

Резултат: системата е устойчива

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Европейски съюз

Европейски социален фонд

Критерий на Раус

$$H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

a_0	a_2	a_4	a_6	a_8	$\dots 0$
a_1	a_3	a_5	a_7	$\dots 0$	
c_1	c_2	c_3	c_4	$\dots 0$	
d_1	d_2	d_3	$\dots 0$		
e_1	e_2	e_3	$\dots 0$		
f_1	f_2	$\dots 0$			

$$c_1 = -\frac{1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} = -\frac{1}{a_1}(a_0 a_3 - a_1 a_2)$$

$$c_2 = -\frac{1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix} = -\frac{1}{a_1}(a_0 a_5 - a_1 a_4)$$

$$c_3 = -\frac{1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{vmatrix} = -\frac{1}{a_1}(a_0 a_7 - a_1 a_6)$$

$$d_1 = -\frac{1}{c_1}\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{c_1}(a_1 c_2 - c_1 a_3)$$

$$d_2 = -\frac{1}{c_1}\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} = -\frac{1}{c_1}(a_1 c_3 - c_1 a_5)$$

$$e_1 = -\frac{1}{d_1}\begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ d_1 & d_2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{d_1}(c_1 d_2 - d_1 c_2)$$

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България Европейски социален фонд

Критерий на Раус

$$H(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

a_0	a_2	a_4	a_6	a_8	$\dots 0$
a_1	a_3	a_5	a_7	$\dots 0$	
c_1	c_2	c_3	c_4	$\dots 0$	
d_1	d_2	d_3	$\dots 0$		
e_1	e_2	e_3	$\dots 0$		
f_1	f_2	$\dots 0$			

необходимо и достатъчно условие за устойчивост е всички елементи в първия стълб на таблицата на Раус да са положителни.

Броят на смените на знака на елементите в първия стълб е равен на броя на полюсите в дясната полуравнина.

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

Пример

$$H(p) = p^5 + 2p^4 + 3p^3 + 4p^2 + 5p + 8$$

1	3	5	0
2	4	8	0
1	1	0	0
2	8	0	0
-3	0	0	0
8	0	0	0

Резултат: системата е неустойчива, има два положителни полюса

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България Европейски социален фонд

Пример

$$H(p) = p^5 + 2p^4 + 3p^3 + 4p^2 + 5p + 6$$

1	3	5	0
2	4	6	0
1	2	0	0
ε	6	0	0
e	0	0	0
6	0	0	0

$$e_1 = \frac{2\varepsilon - 6}{\varepsilon} \approx -\frac{6}{\varepsilon}$$

Резултат: системата е неустойчива, има два положителни полюса

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България
Европейски социален фонд

Устойчивост на системи от I-ви ред

$$H(p) = a_0 p + a_1 = 0$$

$$\lambda_1 = -\frac{a_1}{a_0}$$

Извод: необходимото условие: $a_0 > 0;\ a_1 > 0$ е и ***достатъчно***

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България
Европейски социален фонд

Устойчивост на системи от II-ри ред

$$H(p) = a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$$

Критерий на Раус

a_0	a_2
a_1	
a_2	

Извод: необходимото условие: $a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0$
е и достатъчно

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Устойчивост на системи от III-ри ред
(критерий на Вишнеградски)

$$H(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$$

Хурвиц

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_1 = a_1;\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix};\ \Delta_3 = a_3 \Delta_2 .$$

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Устойчивост на системи от III-ри ред

Ако $\Delta_2 > 0$, то и $\Delta_3 > 0$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_3 a_0$$

Извод: освен необходимото условие: $a_0 > 0$; $a_1 > 0$; $a_2 > 0$; $a_3 > 0$

трябва да се изпълнява и условието:

$a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0$

произведението от "вътрешните" коефициенти да е по-голямо от произведението на "външните" критерий на Вишнеградски)

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България Европейски социален фонд

Устойчивост на системи от IV-ти ред

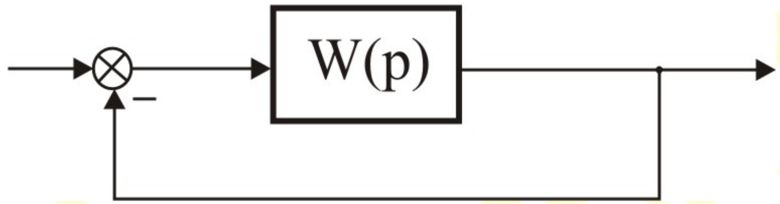
$$\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{bmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{l} \Delta_1 = a_1 > 0 \\ \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \\ \Delta_3 > 0 \\ \Delta_4 = a_4 \Delta_3 > 0 \end{array} \right.$$

Допълнително (към необходимото) условие за устойчивост:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_3 \left(a_1 a_2 - a_0 a_3 \right) - a_4 a_1^2 > 0.$$

Граничен коефициент на пропорционалност



$$W(p) = k\,\frac{B(p)}{A(p)}$$

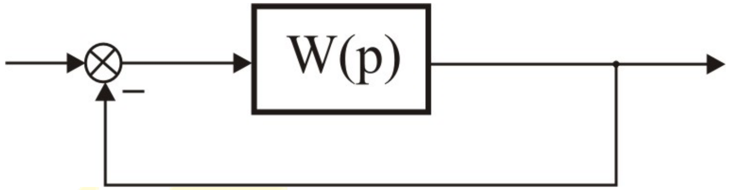
$$W_{ЗС}(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{k\,B(p)}{A(p) + k\,B(p)} = \frac{B(p)}{H_{ЗС}(p)}.$$

граничен коефициент на пропорционалност ($k_{ГР}$): коефициентът на пропорционалност k на отворената система при който затворената система е на границата на устойчивост.

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!
Европейски съюз
Европейски социален фонд

Пример със система от III-ри ред

$$W(p)=\frac{k}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)(T_3 p+1)}$$



$$W_{3C}(p)=\frac{k}{\underbrace{T_1T_2T_3}_{a_0}p^3+\underbrace{(T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1)}_{a_1}p^2+\underbrace{(T_1+T_2+T_3)}_{a_2}p+\underbrace{1+k}_{a_3}}$$

$$H_{зс}(p)=a_0p^3+a_1p^2+a_2p+a_3=0$$

От критерия на Вишнеградски: системата е на границата на стойчивост ако $a_1a_2-a_0a_3=0$

$$k_{ГР}=\frac{(T_1T_2+T_2T_3+T_3T_1)(T_1+T_2+T_3)}{T_1T_2T_3}-1$$

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042

„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"

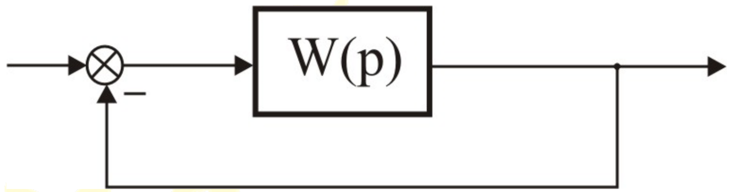
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз

Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България
Европейски социален фонд

Пример със система от IV-ти ред

$$W(p) = \frac{k}{p\left(p^3 + 3p^2 + 3p + 3\right)}$$



$$H_{зс}(p) = p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 3p + k = 0$$

от условието за с-ма от IV-ти ред (критерий на Хуржиц): системата е на границата на устойчивост ако $a_3\left(a_1a_2 - a_0a_3\right) - a_4a_1^2 = 0.$

т.е. $3(9-3) - 9k = 0$

отговор: $\boldsymbol{k_{\text{гр}} = 2}$

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Проверка по критерия на Раус

$$k = 2$$

$$H_{зс}(p) = p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 3p + 2 = 0$$

1	3	2
3	3	
2	2	
$0 + \varepsilon$		
2		

системата е на границата на устойчивост

$$(k_{гр} = 2)$$

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Проверка 2 по критерия на Раус

$$k = 1$$

$$H_{зс}(p) = p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 3p + 1 = 0$$

1	3	1
3	3	
2	1	
1.5		
1		

системата е устойчива

Проверка 3 по критерия на Раус

$$k = 4$$

$$H_{зс}(p) = p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 3p + 4 = 0$$

1	3	4
3	3	
2	4	
-3		
4		

системата е неустойчива

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

Проверка на устойчивост с MatLab

$$H_{зс}(p) = p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 3p + 1 = 0$$

>> roots([1 3 3 3 1])

ans =

-2.1537
-0.1910 + 0.9816i
-0.1910 - 0.9816i
-0.4643

MatLab директно намира корените на характеристичното уравнение. Системата е устойчива, т.к. реалните части на всички корели е отрицателна.

Европейски съюз

ПРОЕКТ BG051PO001--4.3.04-0042
„Организационна и технологична инфраструктура за учене през целия живот и развитие на компетенции"
Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси", съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз
Инвестира във вашето бъдеще!

ЕСФ България
Европейски социален фонд