

Доц. д-р инж. Светослав Цветанов Иванов

ЕЛЕКТРОНИ РЕГУЛАТОРИ

София
2008

СЪДЪРЖАНИЕ

ПРЕДГОВОР.....	6
УВОД.....	7
ПЪРВА ГЛАВА. ЕЛЕКТРОННИ РЕГУЛАТОРИ И ОБЕКТИ ЗА РЕГУЛИРАНЕ..... 8	
1.1. Автоматични регулатори в системите за управление.....	8
1.2. Основни свойства на обектите за регулиране.....	9
1.3. Апроксимация на обектите за регулиране със звена от I ред.....	12
ВТОРА ГЛАВА. ОСНОВНИ ЗАКОНИ ЗА РЕГУЛИРАНЕ..... 15	
2.1. Пропорционален закон за регулиране.....	15
2.2. Пропорционално интегрален закон за регулиране.....	17
2.3. Пропорционално интегрално диференциален закон за регулиране.....	20
ТРЕТА ГЛАВА. ЕЛЕКТРОННИ АНАЛОГОВИ РЕГУЛАТОРИ..... 24	
3.1. Основни свойства на линейните аналогови регулатори.....	24
3.2. Пропорционален регулатор (Пе регулатор).....	25
3.3. Метод на пакетно-импулсното регулиране.....	26
3.4. Пропорционален регулатор на температура в интегрално изпълнение с ИС – UAA2016.....	27
3.5. Интегрален регулатор (И регулатор).....	29
3.6. Пропорционално интегрален регулатор (ПИ регулатор).....	30
3.7. Пропорционално интегрален регулатор в промишлено изпълнение.....	32
3.8. Диференциален регулатор (Д регулатор).....	34
3.9. Пропорционално диференциален регулатор (ПД регулатор).....	35
3.10. Пропорционално интегрално диференциален регулатор (ПИД регулатор).....	37
ЧЕТВЪРТА ГЛАВА. РЕЛЕЙНИ (ПОЗИЦИОННИ) РЕГУЛАТОРИ.... 40	
4.1. Двупозиционно регулиране. Динамични характеристики.....	40
4.2. Трипозиционно регулиране. Динамични характеристики.....	43
4.3. Цифров термометър и термостат с ИС DS1620. Структурна схема и описание на функциите.....	44
4.4. Цифров термометър и термостат (DS1620) при работа в автономен режим. Трипроводен интерфейс и пример за програмиране.....	48

Електронни регулатори. Св. Ц. Иванов

В книгата са разгледани основните свойства на обектите за регулиране, основните закони за регулиране, електронните аналогови и цифрови регулатори с практически схеми за тяхната реализация. Описан е изборът на закона за регулиране и методите за настройка на регулаторите. Включени са и основните методи за цифрово управление на постояннотокови и асинхронни двигатели.

Учебникът е предназначен за студентите от техническите университети. Той ще бъде полезен за всички, които се интересуват от въпросите, свързани с електронните регулатори.

Страници 117 Фигури 124 Таблици 7 Библиография 31

© доц. д-р инж. Светослав Цветанов Иванов – автор, 2008

Рецензент: Проф. д.т.н. инж. Николай Иванов Петров

ПЕТА ГЛАВА. ИЗБОР НА ЗАКОН ЗА РЕГУЛИРАНЕ И НАСТРОЙКА НА РЕГУЛАТОРИТЕ.....	52
5.1. Основни параметри на преходните процеси в системите за регулиране.....	52
5.2. Избор на закон за регулиране и настройка на коефициентите на избрания регулатор.....	56
5.3. Теоретични и експериментални методи за настройка на регулаторите.....	59
ШЕСТА ГЛАВА. ЦИФРОВИ РЕГУЛАТОРИ.....	63
6.1. Дискретни функции. Диференциране и интегриране на дискретни функции.....	63
6.2. Уравнение на крайните разлики. Дискретно преобразуване на Лаплас.....	64
6.3. Законите за регулиране в дискретен вид.....	66
6.4. Линейни дискретни филтри. Рекурсивни и нерекурсивни филтри.....	67
6.5. Затворена система за цифрово управление.....	69
СЕДМА ГЛАВА. МЕТОДИ ЗА РЕГУЛИРАНЕ НА СКОРОСТТА НА ПОСТОЯННОТОКОВИ И АСИНХРОННИ ДВИГАТЕЛИ.....	72
7.1. Регулиране на скоростта на постояннотоков двигател.....	72
7.2. Транзисторна мостова схема. Симетричен и несиметричен алгоритъм за управление.....	74
7.3. Честотно регулиране на скоростта на асинхронен двигател.....	75
7.4. Трифазен инвертор на напрежение, предназначен за честотно регулиране на скоростта на асинхронен двигател.....	78
7.5. Векторно регулиране на скоростта на асинхронен двигател. Преобразование на Кларк и преобразование на Парк.....	80
7.6. Структурна схема на системата за векторно управление с ПИ-регулатор.....	83
7.7. Алгоритъм за пространствено векторно управление на ШИМ, предназначен за трифазен инвертор на напрежение.....	85
ОСМА ГЛАВА. ВЪВЕДЕНИЕ В ЦИФРОВИТЕ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ.....	88
8.1. Методи за проектиране на цифрови системи.....	88
8.2. Диференциални уравнения.....	89
8.3. Z – трансформация.....	90
8.4. Предавателна функция на цифрово устройство за управление.....	92
8.5. Определяне на полюсите и нулите.....	95
8.6. Дискретизация.....	101
8.7. Представяне на непрекъсната функция в дискретен вид.....	104
8.8. Честотно съответствие.....	107

ДЕВЕТА ГЛАВА. ЦИФРОВО ПРОЕКТИРАНЕ С АПРОКСИМАЦИЯ.....	110
9.1. Апроксимация с интегриране.....	110
9.2. Метод на правата разлика.....	112
9.3. Метод на обратната разлика.....	113
9.4. Трапецовиден метод.....	114
ЛИТЕРАТУРА.....	116

ПРЕДГОВОР

Всяка система за автоматично регулиране се състои от обект на регулирането и регулатор. За да се проектира регулаторът, е необходимо да се познават свойствата на обекта. Под обект на регулирането се разбира технологичният процес с технологичните съоръжения, в които един или няколко параметъра се поддържат на определена стойност или се изменят по определен закон. Електронен регулатор е устройството, чрез което регулираният параметър се поддържа на зададената стойност или се изменя по определен начин. Характерът на преходния процес, а следователно и качеството на регулиране при дадени условия се определят както от изборния закон за регулиране, така и от настройките на регулатора. Оптималният характер на процеса на регулиране се постига с необходимите за това настройки на регулатора.

В книгата последователно са разгледани основните свойства на обектите за регулиране, както и съставянето на математически модел на обекта. След запознаване с основните закони за регулиране се разглеждат практически схеми на електронни аналогови и релейни регулатори. Включени са и регулатори в интегрално изпълнение в обема на един чип. Направен е преглед на основните параметри на преходните процеси при регулиране и на тази основа е направен избор по определени критерии на закона за регулиране, както и на основните параметри за настройка на регулаторите. Разгледани са цифровите регулатори, законите за регулиране в цифров вид и структурата на затворена система за цифрово управление. Отделено е място и за методите за цифрово управление на постояннооточкови и асинхронни двигатели. Направено е въвеждане в теорията на цифровите системи за управление с разглеждане на методи за проектиране на цифрови (микропроцесорни) системи за управление.

Желанието на автора е било да изложи съдържанието на материала в логична последователност и връзка между отделните теми в обем от девет глави. За повече информация по отделните теми читателят може да се обърне към цитираните литературни източници в края на учебника.

При работата над учебника авторът изхожда от това, че студентите имат достатъчна подготовка в областта на електрониката и теорията на автоматичното регулиране. Книгата е предназначена за учебник по дисциплината „Електронни регулатори“ от учебния план за бакалавър инженер по електроника в ТУ-София, филиал - Пловдив. Тя може да бъде полезна и за инженери практики, работещи в областта на автоматизацията на производството.

Авторът използва случая да изрази своята благодарност към рецензента професор д.т.н. инж. Николай Петров, от Тракийския университет - Стара Загора, за ценните забележки и препоръки към текста, които значително подобриха съдържанието на книгата.

Авторът

УВОД

Основна характеристика на всеки принцип за автоматично управление е необходимата информация за формиране на управляващите въздействия. Примерите на системите за управление, разгледани в този учебник, са изградени на принципа на управление по отклонението на управлявания параметър от зададената стойност. Входни параметри за регулатора в този случай са текущата стойност на регулирания параметър и зададената стойност. Регулиращото въздействие в системата се формира в зависимост от разликата между зададената и действителната стойност на регулираната величина.

В общото понятие регулатор се включва съвкупността от сензор, регулиращо устройство и изпълнителен механизъм. В частния случай под електронен регулатор (ЕР) се разбира само регулиращото устройство.

В зависимост от вида на сигнала ЕР се разделят на аналогови и дискретни. Аналоговите регулатори работят с непрекъснати във времето сигнали. Дискретните ЕР работят с прекъснати във времето сигнали.

Един от основните показатели, по които се класифицират регулаторите, е законът за регулиране. Под закон за регулиране се разбира алгоритъмът или функционалната зависимост, в съответствие с която регулаторът изработва регулиращо въздействие.

В зависимост от алгоритъма регулаторите се делят на следните видове:

- ❖ Пропорционални (П);
- ❖ Интегрални (И);
- ❖ Пропорционално-интегрални (ПИ);
- ❖ Пропорционално-диференциални (ПД), които се наричат пропорционални с изпреварване;
- ❖ Пропорционално-интегрално-диференциални (ПИД), които се наричат ПИ регулатори с изпреварване.

Регулатори, при които регулиращото въздействие заема само определени стойности (позиции), се наричат позиционни. На практика най-често са дву- или трипозиционни.

В учебника са представени и начините за избор на алгоритмите за управление при използване на микропроцесорни управляващи системи. Основно внимание е отделено на анализа на дискретните системи и на отчитането на дискретизацията по време при осъществяването на предварително избрани аналогови закони за управление.

Обектите на регулиране, регулаторите и изпълнителните устройства са най-съществените звена на всяка система за автоматично регулиране. При разглеждане на основните цифрови методи за регулиране скоростта на постояннооточкови и на асинхронни двигатели е отделено място и за анализ на силовите инвертори за управление на съответните двигатели.

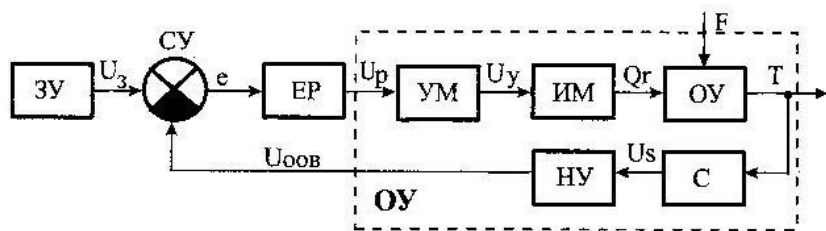
Описани са основните методи за проектиране на цифрови системи за управление, като специално място е отделено на цифровото проектиране с апроксимация.

ЕЛЕКТРОННИ РЕГУЛАТОРИ И ОБЕКТИ ЗА РЕГУЛИРАНЕ

1.1. Автоматични регулатори в системите за управление

Основната задача на системите за регулиране се състои в стабилизиране на параметрите на процеса на зададено ниво при въздействието на външни смущаващи въздействия, действащи върху обекта за управление. Това е задачата на системите за автоматична стабилизация. Друга не по-малко важна цел се явява осигуряването на програмиран преход при нови режими на работа. Решаването на този проблем се осъществява с помощта на система за стабилизация, заданието на която се изменя по предварително зададена програма.

Структурната схема на едноконтурна система за автоматично регулиране на обект за управление е показана на фиг. 1.1. Основни елементи са: ЕР – електронен регулатор, УМ – усилвател на мощност, ИМ – изпълнителен механизъм, ОУ – обект за управление, С – сензор, НУ – нормиращ усилвател, ЗУ – задаващо устройство, СУ – сумиращо устройство.



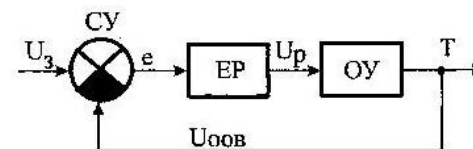
Фиг. 1.1

Използвани означения на сигналите: U_3 – задаващ сигнал; e – сигнал на разсъгласуването; U_p – изходен сигнал на регулатора; U_y – управляващо напрежение; Q_r – разход на вещества или енергия; F – смущаващо въздействие; T – регулиран параметър; $U_{оов}$ – сигнал на отрицателната обратна връзка (изходно напрежение или ток от нормиращия усилвател).

Нормиращият усилвател изпълнява следните функции:

- Преобразува нестандартния сигнал на сензора в стандартен входен сигнал;
- Осъществява филтрация на сигнала;
- Линеаризира статичната характеристика на сензора с цел получаване на линеен диапазон на регулиране.

При проектиране често изходната схема се минимизира до схема показана на фиг. 1.2, където ЕР е електронният регулатор, ОУ – обектът за управление.



Фиг. 1.2

Избор на канала за регулиране. Един и същи изходен параметър на обекта може да се управлява по различни входни канали. При избора на входен канал (входен параметър за обекта) се изхожда от следните съображения:

- ✓ От всички възможни регулиращи въздействия се избира този поток от вещества или енергия, постъпващи в обекта или напускащи го, минималното изменение на които предизвиква максимално изменение на регулирания параметър. Или с други думи коефициентът на усилване по избрания канал трябва да бъде по възможност максимален. Тогава по избрания канал може да се осигури най-точно регулиране.
- ✓ Интервалът на допустимото изменение на управляващия сигнал трябва да бъде достатъчен за пълната компенсация на максималното възможно въздействие на смущаващия сигнал в дадения процес. Трябва да бъде осигурен запас по мощност на управлението по дадения канал.
- ✓ Избраният канал трябва да има благоприятни динамични свойства, тоест закъснение τ и отношението τ/T , където T е времеконстантата на обекта, а отношението трябва да бъде минимално. Освен това изменението на статичните и на динамичните параметри на обекта по избрания канал, при изменение на товара или във времето, трябва да бъде незначително.

1.2. Основни свойства на обектите за регулиране

Описанието на един обект за регулиране се състои в определянето на входните и изходните величини за обекта, както и на връзката между тях. Връзката между тези величини се нарича оператор на обекта и се означава с W . Под оператор се разбира цялата съвкупност от математически, а често и от логически действия, определящи съответствието между входната функция на обекта $x(t)$ и изходната $y(t)$ и има вида

$$(1.1) \quad y(t) = W \cdot x(t).$$

Основни параметри, определящи оператора на обектите за регулиране:

➤ *Акумулираща способност на обектите за регулиране.* Свойството на обектите да натрупват в себе си определено количество материали или енергия се нарича *аккумулираща способност (капацитивност)*. Например обект,

съдържаща електрическа верига с индуктивност, в установен режим има голям запас от енергия.

Акумулиращата способност или капацитивността на обекта за регулиране може да се определи от следното уравнение:

$$(1.2) \quad C = \frac{Q}{dy/dt},$$

където: C е капацитивността;

Q – притокът или разходът на енергия или материали; y – регулираната величина;

t – времето.

C е параметър, който може да се използва за предварителна информация при проектирането на електронният регулатор.

➤ *Самоизравняване на обектите за регулиране.* Това е свойството на обектите да влизат в установен режим при изменение на притока или разхода на енергия или материали самостоятелно, без въздействие на регулатора. В зависимост от това се различават два вида обекти:

- обекти със самоизравняване или статични обекти;
- обекти без самоизравняване или астатични обекти;

При регулиране на температура, налягане и разход винаги е налице самоизравняване; при регулиране на ниво в зависимост от условията може да има или да няма самоизравняване. Самоизравняването се характеризира с величина, наречена коефициент на самоизравняване - ξ .

ξ се определя с отношението между скоростта на изменение на разликата между постъпващата и консумираната енергия (или материали) и скоростта на изменение на регулирания параметър във всеки момент от времето:

$$(1.3) \quad \xi = \frac{d(E_{\text{п}} - E_{\text{к}})/dt}{dy/dt},$$

където: $E_{\text{п}}$ е количеството постъпила енергия или вещество;

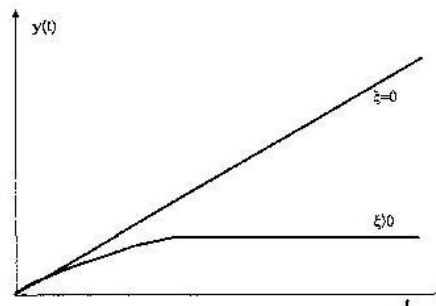
$E_{\text{к}}$ – количеството консумирана енергия или вещество;

y – регулираната величина;

t – време.

Коефициентът на самоизравняване ξ показва в каква степен изходната регулирана величина y зависи от притока или разхода на енергия (материали), т. е. от входната величина x .

На фиг. 1.3 е показан видът на преходните процеси на обектите от двата вида.



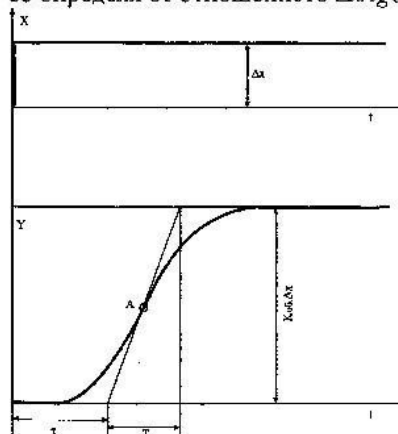
Фиг. 1.3

Ако $\xi = 0$, обектът е без самоизравняване (астатичен).

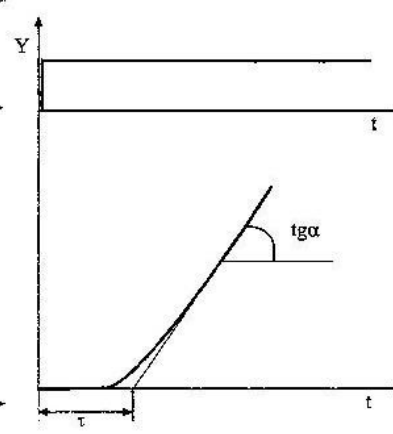
Ако $\xi > 0$, обектът е със самоизравняване (статичен).

➤ *Времеkonстанти на обектите за регулиране.* Обектът, както и всяка една материална система, притежава определена инертност. Ако на даден обект, намиращ се в равновесно състояние, се въздейства по определен начин, в него ще протекат преходни процеси. Ако въздействието е постоянно по стойност и непрекъснато приложено, теоретично преходният процес ще завърши след безкрайно дълго време. На практика се приема, че преходният процес е завършен, когато регулираната величина достигне определена стойност. Най-често в теорията се смята, че трябва да бъде достигната стойност 0,95 от установената. На фиг. 1.4 е показана преходната крива за статични обекти, а на фиг. 1.5 за астатични обекти. За статичните обекти времеkonстантата T представлява времето, за което изходната величина y би достигнала новата установена стойност, ако нараства от момента $t = \tau$ с постоянна скорост. Числената стойност на T се определя, като се прекара допирателна към преходната функция $y(t)$ в точката A (инфлексната точка), в която изходната величина се изменя с максимална скорост. Времето τ се нарича време на чистото закъснение на обекта.

За астатични обекти понякога се използва условна времеkonстанта T , която се определя от отношението $\Delta x / \text{tg} \alpha$.



Фиг. 1.4



Фиг. 1.5

► Коэффициент на предаване на обектите за регулиране. Коэффициентът на предаване на статичен обект $k_{об}$ представлява изменението на изходната величина на обекта при преминаването от началното в ново установено състояние, отнесено към стойността на смущението на входа.

$$(1.4) \quad k_{об} = \frac{y(\infty) - y(0)}{\Delta x} \quad \left(\frac{\text{измервателна единица на изходната величина}}{\text{измервателна единица на входната величина}} \right),$$

където: $y(0)$ е стойността на изходната величина в началния момент;
 $y(\infty)$ - стойността на изходната величина в новото установено състояние;
 Δx - стойността на смущаващият входен сигнал.

За астатични обекти коэффициентът на предаване се определя от установената стойност на скоростта на изменение на изходната величина при смущение на входа Δx . Тангенсът на ъгъла на наклона на допирателната към преходната крива и абсцисната ос определя скоростта на изменение на изходната величина y' при входно въздействие Δx . Коэффициентът на предаване на астатичния обект е следният:

$$(1.5) \quad k_{об} = \frac{y'}{\Delta x} \quad \left(\frac{\text{измервателна единица на изходната величина}}{\text{измервателна единица на входната величина}} \right).$$

От това следва, че $k_{об} = \frac{1}{T}$ за астатични обекти.

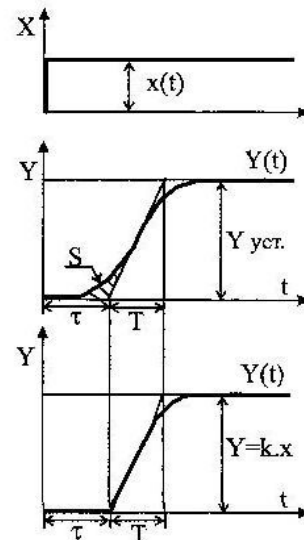
1.3. Апроксимация на обектите за регулиране със звена от първи ред

Най-често при не особено големи изисквания към точността на апроксимацията сложните обекти за регулиране се заменят с последователно съединение на звено от първи ред и звено с чисто закъснение. По този начин цялото видимо закъснение в обекта се приема като едно чисто закъснение - τ .

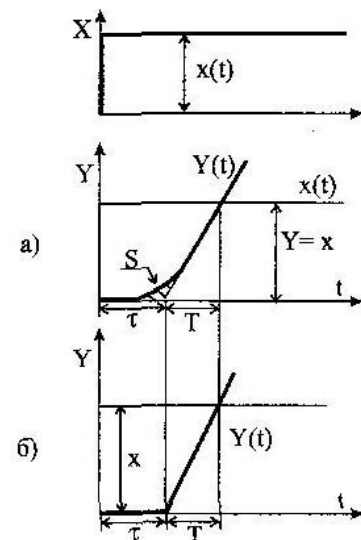
На фиг. 1.6 е показана замената на обект със самоизравняване и на обект без самоизравняване фиг. 1.7, съответно с последователно съединение на инерционно звено от първи ред със звено с чисто закъснение, а във втория случай с последователно съединение на астатично звено от първи ред със звено с чисто закъснение.

На фиг. 1.6.a и фиг. 1.7.a са показани реалните преходни характеристики $Y(t)$ на обект със самоизравняване и на обект без самоизравняване при съответните входни въздействия - $x(t)$.

На фиг. 1.6.b и фиг. 1.7.b са показани преходните характеристики на апроксимираните обекти. Както се вижда, разликата е съществена и се заключава в лицата - τ за двата случая.



Фиг. 1.6.a,б



Фиг. 1.7.a,б

Обектът със самоизравняване се заменя с последователно съединение на инерционно звено от първи ред и звено с чисто закъснение (Фиг. 1.8) и предавателната му функция се определя от уравнението

$$(1.6) \quad W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k \cdot e^{-p\tau}}{1 + T \cdot p}.$$

Времеконстантата T се определя след прекарване на тангентата към реалната характеристика в точката с максимална скорост (инфлексната точка). Отчитането на стойността на времеконстантата T е показано на фиг. 1.6.a. Стойността на чистото закъснение τ представлява отсечката върху абсцисата, затворена между началото на координатната система и пресечната точка на тангентата с оста на времето.



Фиг. 1.8

Коэффициентът на пропорционалност k е равен на отношението на установената стойност на преходната характеристика и стойността (големината) на входния сигнал.

Амплитудно-фазовата характеристика, съответстваща на уравнението на предавателната характеристика, може да се определи от израза

ОСНОВНИ ЗАКОНИ ЗА РЕГУЛИРАНЕ

$$(1.7) \quad W(j\omega) = \frac{k \cdot e^{-j\omega\tau}}{1 + j\omega T} = \frac{k \cdot e^{-j(\omega\tau + \arctan \omega T)}}{\sqrt{1 + T^2 \omega^2}}$$

Астатичният обект се заменя с последователно съединение на астатично (интегриращо) звено от първи ред и звено с чисто закъснение (Фиг. 1.9) със следната предавателна функция:

$$(1.8) \quad W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{e^{-p\tau}}{T_i p}$$

където:

T_i е времеконстантата на интегриращото звено, определяща наклона на апроксимираната преходна характеристика;
 τ – чистото закъснение на обекта за регулиране.



Фиг. 1.9

Амплитудно-фазовата характеристика, съответстваща на предавателната функция, има следния вид:

$$(1.9) \quad W(j\omega) = \frac{e^{-j\omega\tau}}{j\omega T_i} = \frac{1}{\omega T_i} \cdot e^{-j(\omega\tau + \frac{\pi}{2})}$$

2.1. Пропорционален закон за регулиране

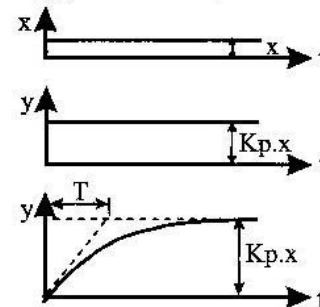
Статични и динамични характеристики

Пропорционалните или статични регулатори се характеризират с това, че изходният им сигнал е пропорционален на отклонението на регулираната величина от зададената u' стойност. Законът за регулиране има следния вид:

$$(2.1) \quad Y = K_p \cdot x,$$

където K_p е коефициент на пропорционалност и може да се променя в процеса на настройка на регулатора.

Този закон се реализира с един усилвател на разсъгласуването между зададената и измерената стойност на регулираната величина - фиг. 2.1.



Фиг. 2.1

При реалните регулатори, които имат значителна собствена инерционност, Y закъснява спрямо теоретичната стойност, която трябва да се достигне, и се изменя по графиката, показана на фиг.2.1. Инерционността на регулатора се характеризира с времеконстантата T . Реалният закон, който се реализира от Перегулатора, е следният:

$$(2.2) \quad Y = K_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \cdot x.$$

Реципрочната стойност на коефициента на пропорционалност K_p , изразена в проценти, се нарича зона на пропорционалност D :

$$(2.3) \quad D = \frac{1}{K_p} \cdot 100 \quad [\%].$$

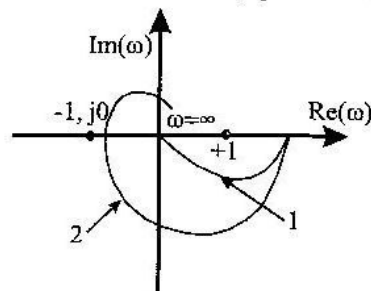
Качество на системите за регулиране с Пе - регулатор

Амплитудно-фазовата характеристика (АФХ) на отворената система, съставена от обект и регулатор, е равна на произведението на АФХ на обекта и коефициента на пропорционалност на регулатора:

$$(2.4) \quad W_c(j\omega) = K_p \cdot W_{об}(j\omega).$$

От предавателната функция се вижда, че Пе – регулаторите не създават дефазирание на АФХ. Следователно АФХ на отворената система има същия вид както АФХ на обекта и се получава от нея, като се умножи по K_p . Съгласно критерия на Найквист, за да бъде една система устойчива, необходимо условие е АФХ на отворената система да не обхваща точката с координати $(-1, j0)$. Ако

обектът е от първи или втори ред, АФХ не може да пресече отрицателната реална ос при нито една стойност на честотата ω . Тъй като Пе – регулаторът не внася дефазирание, АФХ на последните системи няма да обхваща координатите на посочената точка, крива 1 от фиг. 2.2.



Фиг. 2.2

Увеличаването на коефициента на пропорционалност K_p само доближава АФХ до тази точка. Следва, че увеличаването на K_p води до доближаването на системата до границата на устойчивостта. Ако системата за регулиране е съставена от Пе – регулатор и обект с чисто закъснение (крива 2, фиг. 2.2), АФХ на отворената система ще пресича реалната

ос и при увеличаване на коефициента на пропорционалност ще се достигне до определена стойност за K_p , от която стойност по-нататък системата ще бъде неустойчива. От гледна точка на устойчивостта на системата е необходимо да се стремим към по-малък коефициент на пропорционалност, респективно към по-голяма зона на пропорционалност.

Динамични характеристики на система с Пе - регулатор и обект от първи ред

Ако системата за автоматично регулиране се състои от Пе - регулатор и обект със самоизравняване от първи ред, преходният процес на системата след внасяне на скокообразно смущаващо въздействие z ще има следния вид:

$$(2.5) \quad x = \frac{z}{1 + K_p \cdot K_{об}} \left(1 - e^{-\frac{1 + K_p \cdot K_{об}}{T} t} \right),$$

където:

z е смущаващото въздействие;

K_p – коефициент на пропорционалност на Пе - регулатора;

$K_{об}$ – коефициент на предаване на обекта;

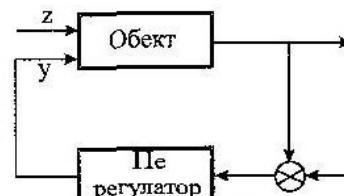
T – времеконстанта на обекта.

Ако в тази формула приемем, че $t = \infty$, ще получим

$$(2.6) \quad x(\infty) = \frac{z}{1 + K_p \cdot K_{об}}.$$

Може да се направи изводът, че отклонението на регулираната величина след дълъг период от време от момента на внасяне на смущението, независимо от работата на регулатора, не става равно на нула. На фиг. 2.3 е показана структурната схема на система за автоматично регулиране (САР), съставена от обект за регулиране и Пе - регулатор. На входа на обекта постъпва

скокообразно смущаващо въздействие z при нулеви начални условия. Появата на това смущение оказва въздействие върху системата, като отклонява регулираната величина x . Изменението на регулираната величина от



Фиг. 2.3

своя страна води до изменение на регулиращото въздействие – y . Но ако в установен режим имаме регулиращо въздействие, различно от нула ($y \neq 0$), то това означава, че и разликата между измерената и

зададената стойност на x ще бъде различна от нула, тъй като регулаторът е усилвател на сигнала $\varepsilon = x_{зад} - x_{изм}$.

Величината $x(\infty)$ се нарича статична грешка на регулирането. От това следва и названието на регулаторите – статични, т. е. обуславящи статична грешка. На практика е по-удобно да се използва понятието относителна статична грешка или статизъм на системата.

$$(2.7) \quad \delta_{cm} = \frac{x(\infty)}{z} \cdot 100\%.$$

Като заместим с вече определената стойност на $x(\infty)$, ще получим

$$(2.8) \quad \delta_{cm} = \frac{100}{1 + K_p \cdot K_{об}} [\%].$$

От последното уравнение се вижда, че колкото по-голям е коефициентът на пропорционалност K_p , толкова по-малка е относителната статична грешка. Изборът на K_p става в резултат на компромисно решение, при което трябва да се удовлетворяват както изискванията за устойчивост на системата, така и изискванията за качеството на регулиране. От една страна този коефициент трябва да бъде достатъчно малък от гледна точка за устойчивостта на системата, а от друга страна трябва да се избере достатъчно голям от гледна точка на осигуряване на малка статична грешка и подобряване на максималното динамично отклонение и времето за регулиране.

2.2. Пропорционално - интегрален закон за регулиране

Общи сведения. Пропорционално-интегралният закон за регулиране може да се представи по следния начин:

$$(2.9) \quad Y = K_p \left(1 + \frac{t}{T_i} \right) x.$$

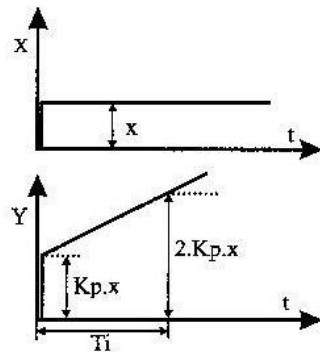
Предавателната функция на пропорционално-интегралния (ПИ) регулатор има следния вид:

$$(2.10) \quad W_p = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right).$$

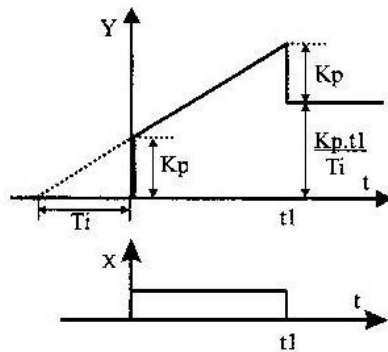
ПИ - регулаторът, реализиращ пропорционално-интегралния закон за регулиране, има два параметъра за настройка:

K_p - коефициент на усилване;

T_i - време на интегриране или още наричано време на издрома. За това време изходната величина Y удвоява своята пропорционална стойност - фиг. 2.4.



Фиг. 2.4



Фиг. 2.5

При формиране на ПИ - закон за регулиране участват величините K_p и K_p/T_i . Тези параметри са зависими един от друг. Обикновено в промишлените регулатори стойността на K_p е в границите на 0,06 до 100. Времето на интегриране се настройва обикновено в границите от 3sec до 3min.

Динамични характеристики на пропорционално-интегралния закон.

Динамичните характеристики на идеалния ПИ - регулатор, реализиращ ПИ закона за регулиране са показани на фиг. 2.5. В момента t_1 изходният сигнал не е равен на нула, а има стойност

$$(2.11) \quad Y = \frac{K_p}{T_i} t_1.$$

Амплитудно-фазовата характеристика е равна на

$$(2.12) \quad W(j\omega) = K_p + \frac{K_p}{j\omega T_i},$$

като след преобразуване се получава уравнението

$$(2.13) \quad W(j\omega) = K_p - j \frac{K_p}{\omega T_i}.$$

За амплитудно - честотната характеристика се получава уравнението

$$(2.14) \quad A(\omega) = \sqrt{Re^2(\omega) + Im^2(\omega)} = K_p \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T_i^2}},$$

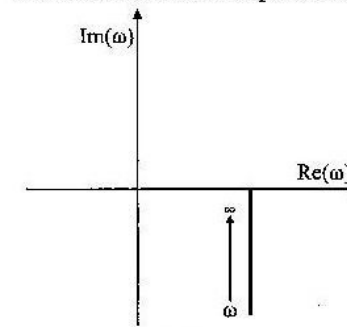
а за фазово - честотната характеристика

$$(2.15) \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{Im(\omega)}{Re(\omega)} = \arctg \omega T_i - \frac{\pi}{2}.$$

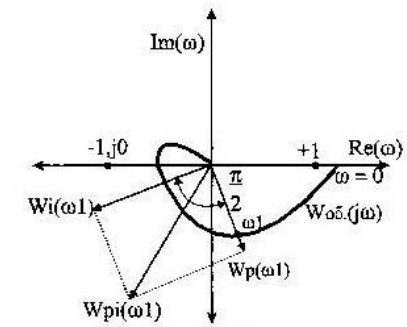
За амплитудно - фазова характеристика (АФЧХ) се получава уравнението

$$(2.16) \quad W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = K_p \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T_i^2}} \cdot e^{j(\arctg \omega T_i - \frac{\pi}{2})}.$$

АФЧХ е показана на фиг. 2.6.



Фиг. 2.6



Фиг. 2.7

При много високи честоти ПИ - регулаторът действа като пропорционален (Пе) регулатор.

Анализ на устойчивостта на система за автоматично регулиране с ПИ - регулатор. Амплитудно-фазовата характеристика (АФХ) на отворена система за автоматично регулиране (САР) с ПИ - регулатор е равна на произведението от АФХ на обекта и АФХ на регулатора:

$$(2.17) \quad W_c(j\omega) = W_o(j\omega) \cdot W_p(j\omega).$$

или

$$(2.18) \quad W_c(j\omega) = K_p W_o(j\omega) - j \frac{K_p}{\omega T_i} W_o(j\omega).$$

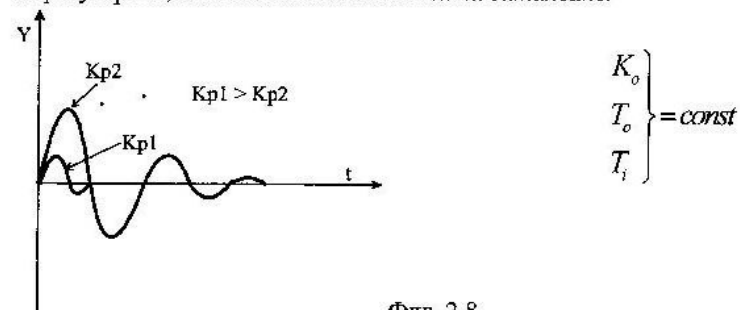
Двете съставни части на АФХ означаваме съответно с $W_p(j\omega)$ и $W_i(j\omega)$ -фиг. 2.7. Интегралната съставяща оказва неблагоприятно влияние върху

устойчивостта на системата, а пропорционалната съставяща – стабилизиращо въздействие.

Динамични характеристики на система с ПИ - регулатор и обект от първи ред.

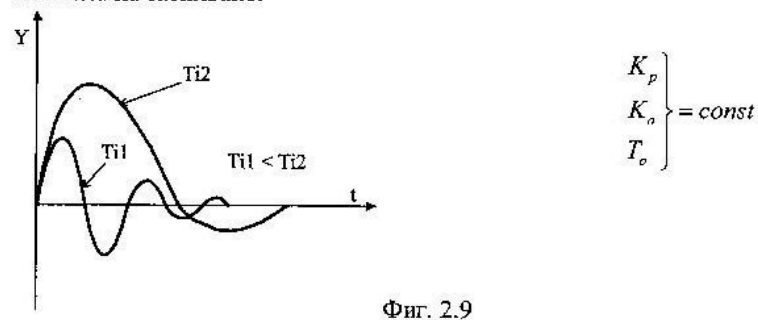
Влиянието на коефициента K_p върху преходните процеси на САР с ПИ - регулатор е показано на фиг. 2.8.

С намаляването на K_p се увеличава максималното отклонение и времето на регулиране, а се намалява степента на затихване.



Фиг. 2.8

Въздействието на времето на интегриране T_i е с обратен ефект (Фиг. 2.9). С намаляването на T_i се увеличава колебателността на процеса, но се увеличава степента на затихване.



Фиг. 2.9

2.3. Пропорционално - интегрално - диференциален закон за регулиране

Общи сведения. Пропорционално-интегрално-диференциалният закон за регулиране може да се представи по следния начин:

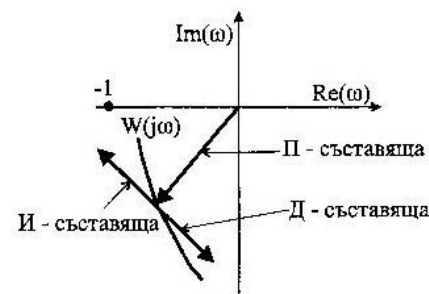
$$(2.19) \quad Y = K_p \cdot X + \frac{K_p}{T_i} \cdot \frac{1}{p} \cdot X + K_p \cdot T_d \cdot p \cdot X.$$

ПИД - регулаторът, реализиращ този закон, представлява пропорционално-диференциален регулатор с астатична част, а може да се

представи и като ПИ - регулатор с изпреварване, поради което често се нарича изодромен регулатор с изпреварване.

Изходната величина Y е функция от три аргумента: K_p (коефициент на пропорционалност); T_i (време на интегриране) и T_d (време на диференциране). Изменението на който и да е от тези параметри води до изменението и на останалите.

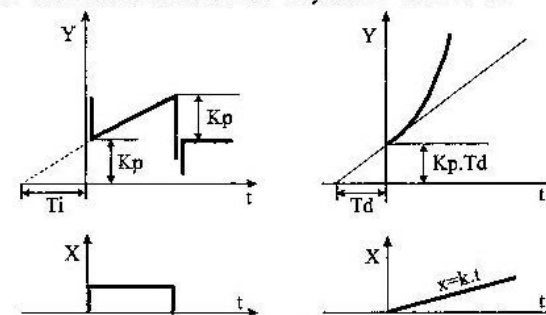
На фиг. 2.10 е показано влиянието на трите параметра на ПИД закона върху амплитудно-фазово-честотната характеристика на затворената система за регулиране.



Фиг. 2.10

Относителното въздействие на производната се определя от отношението T_d/T_i . В повечето случаи това отношение има стойност $T_d/T_i < 0,25$.

Динамични характеристики на ПИД - регулатора. На фиг. 2.11. са показани динамичните характеристики на идеален ПИД - регулатор, когато на входа му се подава сигнал във вид на правоъгълен импулс и сигнал във вид на линейно нарастващо напрежение. В първия случай ясно се вижда пропорционално-интегралният характер на закона за регулиране и свързаните с него параметри на регулатора K_p и T_i . На тази графика диференциалният характер на регулатора се проявява само качествено. Динамичната характеристика на ПИД - регулатора, показана на втората фигура, е при положителен сигнал от вида $X = k \cdot t$. Тук изменението на изходната величина Y в началния момент се обуславя главно от



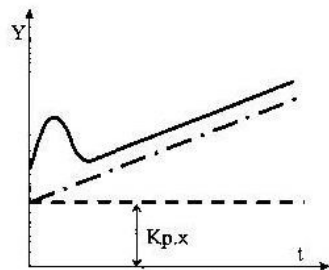
Фиг. 2.11

диференциалната съставяща, докато интегралното въздействие е съвсем незначително. Преходната характеристика на реален ПИД - регулатор е показана на фиг. 2.12.

Предавателна функция на идеален ПИД - регулатор.

Предавателната функция на ПИД - регулатора има следния вид:

$$(2.20) \quad W(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right).$$



Фиг. 2.12

Амплитудно-фазовата характеристика се определя с уравнението

$$(2.21) \quad W(j\omega) = \frac{K_p}{\omega} \sqrt{\omega^2 + \left(\omega^2 T_d - \frac{1}{T_i} \right)^2} \cdot e^{j \arctg \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right)}.$$

Амплитудно-честотната $A(\omega)$ и фазово-честотната $\varphi(\omega)$ характеристика се определят с изразите:

$$(2.22) \quad A(\omega) = \frac{K_p}{\omega} \sqrt{\omega^2 + \left(\omega^2 T_d - \frac{1}{T_i} \right)^2}$$

$$(2.23) \quad \varphi(\omega) = \arctg \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right).$$

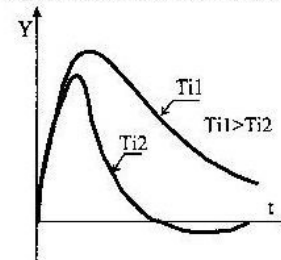
При регулиране на обекти с голямо чисто закъснение и наличие на бързо изменящи се смущаващи се въздействия ПИД - регулаторът дава най-добри възможности относно качеството на преходния процес. От ПИД - регулатора могат да се получат всички по-прости регулатори. За да се отстрани която и да е от съставящите на ПИД закона, е необходимо да се приравни на нула коефициентът пред съответната съставяща. Освен това при достатъчно голяма времеконстанта на диференциране интегралната част не оказва никакво влияние и следователно регулаторът действа като ПД. Същият ефект може да се получи, ако увеличим времеконстантата на интегриране.

Динамични характеристики на системи с ПИД - регулатор и обекти от първи ред.

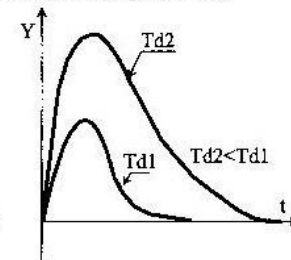
Влиянието на времето на интегриране върху качеството на преходния процес е показано на фиг. 2.13, а влиянието на времето на изпреварване на фиг. 2.14.

Преходните процеси при изменение на параметрите на обекта, при постоянни параметри за настройка на регулатора са показани на фиг. 2.15 и фиг. 2.16.

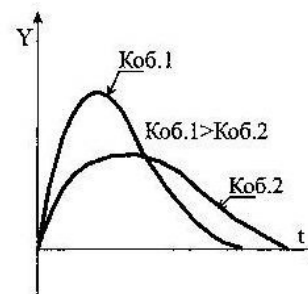
Влиянието на коефициента на предаване на обекта $K_{об}$ на фиг. 2.15 и влиянието на времеконстантата на обекта $T_{об}$ на фиг. 2.16.



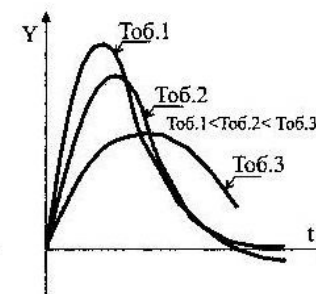
Фиг. 2.13



Фиг. 2.14



Фиг. 2.15



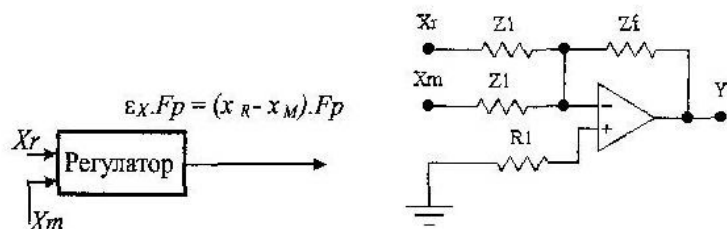
Фиг. 2.16

ЕЛЕКТРОННИ АНАЛОГОВИ РЕГУЛАТОРИ

3.1. Основни свойства на линейните аналогови регулатори

Регулаторът е устройство, което определя разликата ε_x между зададения сигнал X_r и измерения X_m , а след това преобразува тази разлика в съответствие с определена функция F_p . Основен елемент на електронния регулатор се явява регулиращият усилвател с обратна връзка. При използване на операционен усилвател - фиг. 3.1 се реализира управляваща функция с известното уравнение

$$(3.1) \quad F_p = U_{out}/U_{in} = -Z_f/Z_l.$$



Фиг. 3.1

На фиг. 3.1 е показана структурната и принципната схема на аналоговия регулатор.

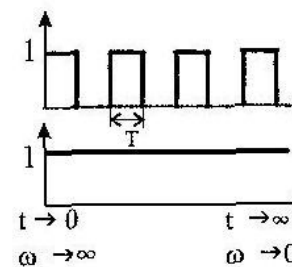
За анализ на основните динамични свойства на отделните регулатори е достатъчно да се ползва само един вход. Това следва от факта, че свойствата на усилвателя зависят от RC - елементите, включени във веригата на отрицателната обратна връзка и във входната верига.

Динамичните свойства на регулатора могат да се оценят от преходната му характеристика.

Под преходна характеристика на регулатора се разбира изменението във времето на изходния сигнал при постъпване на входа на стъпаловидно входно въздействие.

Преходната характеристика е свързана непосредствено с честотните характеристики на системата (фиг. 3.2). При разлагане на правоъгълни колебания с период $T \rightarrow \infty$ в ред на Фурие участват хармонични съставлящи в целия честотен диапазон от 0 до безкрайност.

По време на положителния фронт на всеки импулс честотата се стреми към безкрайност и само при това условие може да се получи фронт с продължителност $t_{on} \rightarrow 0$.



Фиг. 3.2

При установяване на нивото на импулса с $T \rightarrow \infty$ се установяват все по-ниски честоти с увеличаващи се амплитуди, клонящи към честота близка до нулата. Ето защо при стъпаловидно изменящо се напрежение се приемат следните условия:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \text{за } t \rightarrow 0 &\Leftrightarrow \omega \rightarrow \infty \\ \text{за } t \rightarrow \infty &\Leftrightarrow \omega \rightarrow 0 \end{aligned}$$

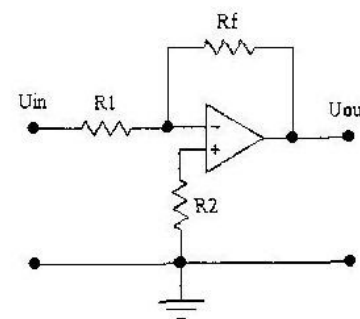
Последните уравнения се използват за анализ на динамичните свойства на регулаторите.

3.2. Пропорционален регулатор (Пс - регулатор)

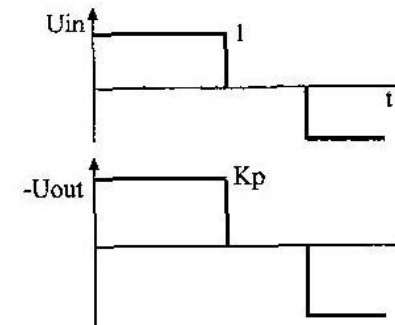
Пропорционалният регулатор се реализира с инвертиращ операционен усилвател с включени резистори R_l и R_f - фиг. 3.3. Предавателната функция на този регулатор се определя от уравнението

$$(3.3) \quad F_p = U_{out}/U_{in} = -R_f/R_l = -K_p,$$

където K_p е коефициентът на усиление на пропорционалния регулатор.



Фиг. 3.3



Фиг. 3.4

Въпреки че коефициентът K_p се нарича коефициент на усилване, на практика той може да бъде както по-голям, така и по-малък от единица. Тъй като няма закъснение във времето между входния и изходния сигнал, този коефициент показва отношението между изходното и входното напрежение. На фиг. 3.4 са показани преходните характеристики на пропорционалния регулатор. Високото бързодействие на този регулатор се вижда от скокообразното изменение на изходния сигнал при постъпване на аналогичен сигнал на входа.

Трябва да се има предвид, че ако на входа на регулатора се подаде сигнал

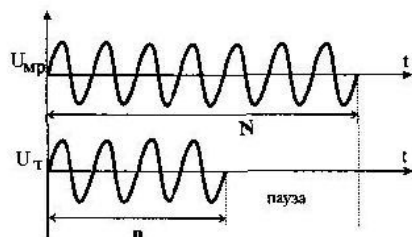
$$(3.4) \quad |U_{in}| > \left| \frac{U_{out\ max}}{K_p} \right|,$$

където $U_{out\ max}$ е най-голямото изходно напрежение на усилвателя, то ще настъпи пререгулиране на регулатора, или иначе казано насищане.

Това означава, че той е превишил своя граница на линейна работа и вече не съществува пропорционалност между входния и изходния сигнал.

3.3. Метод на пакетно импулсното регулиране

Пакетно импулсното регулиране се състои в изменение на продължителността на пакета импулси относно паузата или в модулиране продължителността на импулсите в пакета. При променливотоково регулиране, тъй като периодът на регулираното напрежение е постоянен, може да се променя широчината на пакета синусоиди спрямо паузата при една и съща честота на повторение (Фиг. 3.5).



Фиг. 3.5

Ако n е броят на синусоидите в пакета, а N е броят на синусоидите за периода на управление, ефективната стойност на регулираното напрежение е

$$(3.5) \quad U_{eff} = \sqrt{\frac{n}{2\pi N} \int_0^{2\pi} U_m^2 \sin^2 \theta \cdot d\theta} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{n}{N}} = U \sqrt{\frac{n}{N}}.$$

Променливотоковите пакетно импулсни регулатори се използват за товари с голяма инертност, като електропечи, двигатели и други. Импулсният характер на консумираната енергия от мрежата е недостатък и при големи мощности трябва да се проектират няколко импулсно редуващи се консуматора, които да осигуряват непрекъснатост на натоварването. Предимства на променливотоковото пакетно импулсното регулиране в сравнение с фазовото е отстраняването на смущенията, които се внасят в мрежата при фазово регулиране, факторът на мощността не се влошава и не се генерират смущения в ефира (при включване на товара в нулата на мрежовото напрежение). При управление на електрически нагревател в състава на електрическа пещ температурата, до която се нагрява нагревателят може да се изменя в съответствие с уравнението

$$(3.6) \quad \theta_{delims} = \theta_{max} \cdot \frac{n}{N},$$

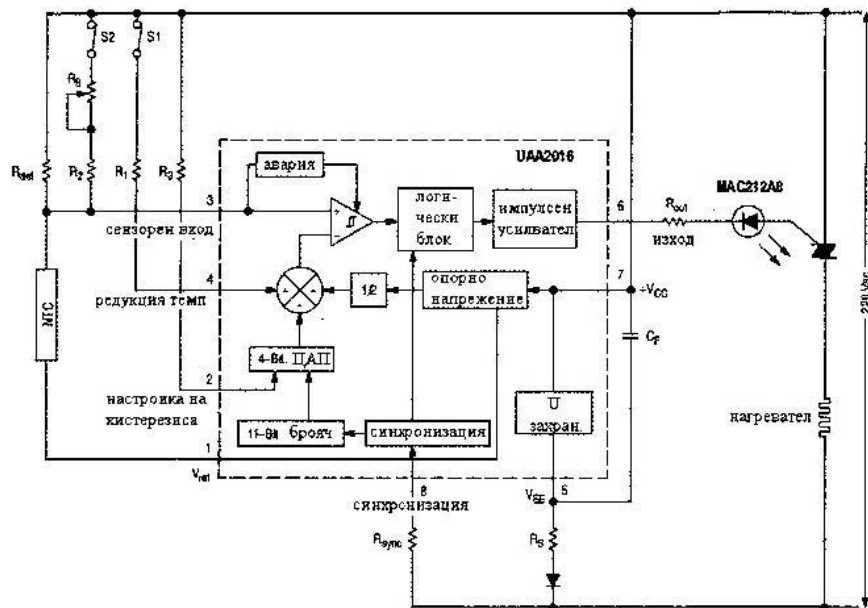
където θ_{max} е температурата, до която се нагрява регулаторът, при условие че е включен постоянно в мрежата.

Това свойство на метода дава възможност за пропорционално регулиране на температурата в електрическите пещи.

3.4. Пропорционален регулатор на температура в интегрално изпълнение с ИС - UAA 2016

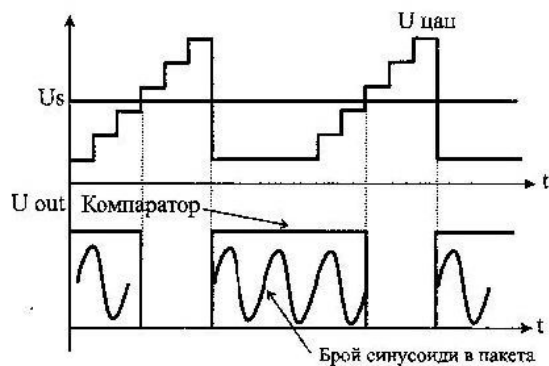
Интегралната схема UAA2016 е предназначена за управление на електрически нагревател по пропорционален закон за регулиране. Схемата се захранва директно от електрическата мрежа и може да управлява мощен симистор за включване на нагревателя. Вграденият генератор на трионообразно напрежение позволява пропорционално регулиране на температурата с точност $\pm 1^\circ C$ относно зададената температура. За слестяване на енергия е предвидена възможност за намаляване на стойността на зададената температура, а също и заплата при прекъсване на веригата на сензора, която защита изключва нагревателя. Има възможност за настройка на стойността на хистерезиса при поддържане на температурата с максимална стойност до 5° относно зададената температура. Броят на външно включените елементи е малък. Вътрешната структура на интегралната схема както принципната схема на външно включените елементи е показана на фиг. 3.6.

На фигура 3.7 е показан принципът на действие на пропорционалния регулатор на температура, реализиран с аналоговия компаратор и с генератора на трионообразно напрежение от изхода на ЦАП. Напрежението U , се формира от пада на напрежение върху сензора за температура, който е с отрицателен температурен коефициент (NTC). Напрежението на изхода на суматора има стъпаловидно изменяща се трионообразна форма. На изхода на компаратора се



Фиг. 3.6

генерират правоъгълни импулси с продължителност обратнопропорционална на измерваната температура от сензора. Пропусканите през нагревателя пакети от синусоиди на мрежовото напрежение са с продължителността на изходните импулси на компаратора. Периодът на управление е с продължителност равна на 40,96 секунди.



Фиг. 3.7.

Сензорът за температура е терморезистор с отрицателен температурен коефициент – NTC. Продължителността на импулсите, получени на изхода на импулсния усилвател, предназначени за управление на симистора, се определя по формулата

$$(3.7) \quad T_p = \frac{14 \cdot R_{\text{sync}} + 7 \cdot 10^5}{U_{\text{эф}} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f} \quad (\mu\text{s}).$$

Схемата за синхронизация осигурява включване на нагревателя при преминаване на мрежовото напрежение през нулата. Захранващото напрежение за интегралния регулатор UAA2016 се осигурява директно от мрежата посредством еднополупериоден токоизправител, включващ елементите C_f , R_5 и полупроводниковия диод, включен последователно.

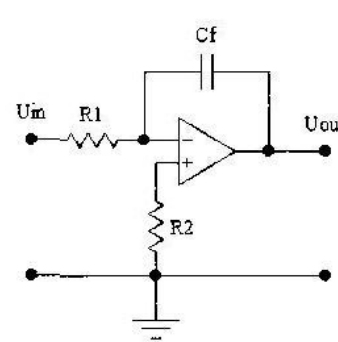
Посредством резистора R_3 се променя зоната на хистерезиса, а оттам и точността на поддържаната температура. С този резистор се променя големината на стъпката, с която нараства изходното напрежение на ЦАП. С помощта на потенциометъра R_5 може да се зададе стойността на поддържаната температура. С включването на S_1 може да се направи редукция в стойността на зададената температура, например да се намали с 5°C .

3.5. Интегрален регулатор (И - регулатор)

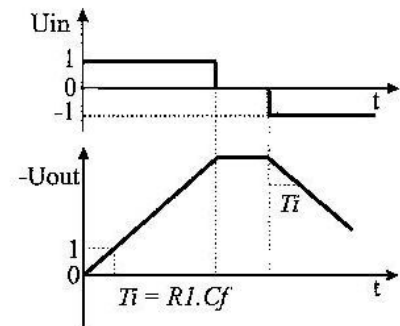
Интегрален регулатор се получава, ако на входа на операционния усилвател се включи резистор R_1 , а във веригата на обратната връзка кондензатор C_f . В този случай $Z_1 = R_1$; $Z_f = 1/j\omega C_f$ (фиг. 3.8) и предавателната функция има следния вид:

$$(3.8) \quad F_p = U_{\text{out}}/U_{\text{in}} = -1/j\omega R_1 C_f = -1/j\omega T_i,$$

където $T_i = R_1 C_f$ е константа за времето на интегриране и се нарича време на интегриране; $\omega = 2\pi f$.



Фиг. 3.8



Фиг. 3.9

Както се вижда от схемата, И - регулаторът представлява един интегратор на напрежение, изходното напрежение на който се описва с уравнението

$$(3.9) \quad U_{out} = U_0 + \frac{1}{T_i} \int_0^t U_{in}(t) dt,$$

където U_0 е началното напрежение в момента $t = 0$.

Характерна особеност на И - регулатора е това, че изходното напрежение се изменя линейно през цялото време, докато входното напрежение е различно от нула. При скокообразно изменение на входното напрежение U_{in} в момента от време $t = 0$ (при нулево начално условие $U_0 = 0$) изходното напрежение U_{out} линейно нараства от нула. В съответствие с уравнение (3.9) то достига стойност, равна на входното напрежение (т.е. $U_{in} = -U_{out}$) след интервал от време, равен на времеконстантата на интегриране $t = T_i$ - фиг. 3.9. Ако постоянен входен сигнал $U_{in} = const$ бъде приложен дълго време на входа, то регулаторът ще премине в състояние на насищане. Това ще настъпи след време

$$(3.10) \quad t \geq \left| -\Delta U_{out} T_i / U_{in} \right|,$$

където ΔU_{out} е допустимият интервал за изменение на изходното напрежение.

Ако регулаторът се насити, то изходното напрежение ще запази максималната си стойност до момента, в който входният сигнал промени своята полярност на противоположната. Намаляването на входния сигнал до нула не предизвиква изменение на изходното напрежение, а само прекратява неговото нарастване. От това следва, че И - регулаторът има способността да „запомня“ последната стойност на изходното напрежение, което е било достигнато преди нулирането на входния сигнал (фиг. 3.9).

3.6. Пропорционално - интегрален регулатор (ПИ - регулатор)

Пропорционално - интегрален регулатор се реализира с включването на резистор R_i на входа на операционния усилвател и с включването на последователно свързаните резистор R_f и кондензатор C_f във веригата на обратната връзка. В този случай се получава (фиг. 3.10) $Z_i = R_i$; $Z_f = R_f + 1/j\omega C_f$, а предавателната функция има следния вид:

$$(3.11) \quad F_p = U_{out} / U_{in} = -\frac{Z_f}{Z_i} = -\left(\frac{R_f}{R_i} + \frac{1}{j\omega R_i C_f} \right),$$

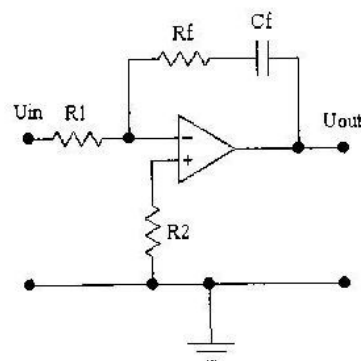
Ако използваме вече известните ни означения за коефициент на пропорционалност K_p и време на интегриране T_i които в случая са равни на

$$(3.12) \quad K_p = \frac{R_f}{R_i} \quad \text{и} \quad T_i = R_i C_f,$$

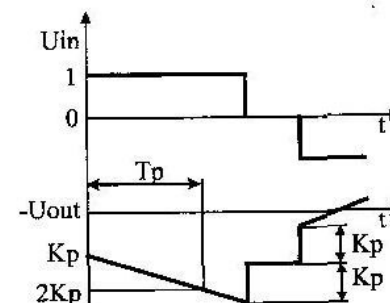
можем да напишем

$$(3.13) \quad U_{out} = -\left(K_p + \frac{1}{j\omega T_i} \right) U_{in}$$

От последното уравнение следва, че полученият по този начин ПИ - регулатор съчетава пропорционалното и интегралното въздействие, а изходното напрежение представлява сума от двете съставлящи.



Фиг. 3.10



Фиг. 3.11

Уравнението на регулатора във вида (3.13) се използва рядко. Изнасяйки пред скоби коефициента на пропорционалност K_p , можем да получим по-удобна форма на запис:

$$(3.14) \quad F_p = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -K_p \left(1 + \frac{1}{j\omega T_i K_p} \right) = -K_p \frac{1 + j\omega T_p}{j\omega T_p},$$

където $T_p = T_i \cdot K_p = R_f \cdot C_f$ - така нареченото време на удвояване на регулатора.

На основата на направените анализи в началото на тази глава (3.2) може да се определи стойността на изходното напрежение при единично стъпаловидно входно въздействие за регулатора:

$$(3.15) \quad U_{out} \Big|_{\substack{t \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \infty}} = -K_p U_{in}$$

$$(3.16) \quad U_{out} \Big|_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \omega \rightarrow 0}} = -\frac{1}{0 \cdot T_p} U_{in}$$

Това означава, че преходната характеристика на ПИ - регулатора (фиг. 3.11) съдържа в първия момент безинерционен скок на изходния сигнал до стойност $K_p \cdot U_{in}$, а след това в установен режим изходното напрежение в резултата на

интегриращото действие нараства теоретично до безкрайност. На практика изходното напрежение нараства до стойността на насищане за операционния усилвател $U_{out\ max}$.

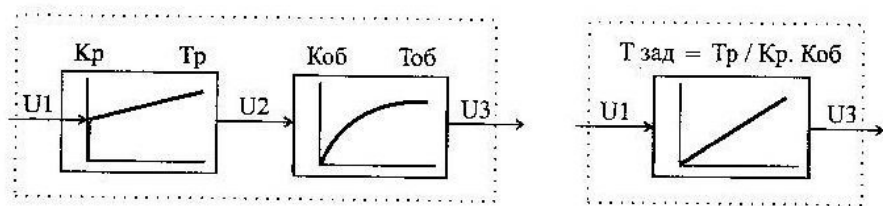
Както се вижда от фиг. 3.11, времето на удвояване T_p за регулатора е интервалът, за който изходното напрежение достига удвоената си стойност, т. е. $U_{out} = -2K_p U_{ins}$ считано от момента на скока.

От разгледаните свойства следва, че ПИ - регулаторът има два параметъра за настройка. Това са коефициентът на пропорционално усилване $K_p = R_f/R_1$ и времето на удвояване $T_p = R_f C_f$.

3.7. Пропорционално - интегрален регулатор в промишлено изпълнение

Известно е, че пропорционалният и интегралният регулатор имат противоположни статически и динамични свойства. По тази причина на практика е желателно използването на ПИ - регулатори, които съчетават техните предимства. Благодарение на интегриращата съставка те осигуряват нулева стойност на разсъгласуването в установен режим, а благодарение на пропорционалната съставка - бързо протичане на преходните процеси без пререгулиране при насищане на регулатора.

Компенсация на инерционността на обекта с ПИ - регулатор. На фиг. 3.12 е показана структурната схема на последователно свързаните ПИ-регулатор и инерционен обект, характеризиращ се с времеконстанта $T_{об}$ и коефициент на предаване $K_{об}$.



Фиг. 3.12

Както е известно, предавателната функция на ПИ - регулатора има следния вид:

$$(3.17) \quad F_p = U_2/U_1 = -K_p (1 + j\omega T_p) / j\omega T_p,$$

а на инерционния обект

$$(3.18) \quad F_{об} = U_3/U_2 = K_{об} / (1 + j\omega T_{об}).$$

При каскадно свързване резултантната предавателна функция се определя по следния начин:

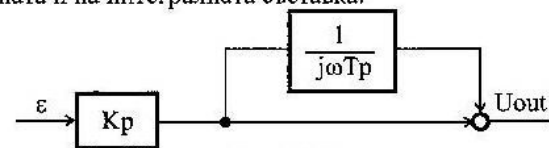
$$(3.19) \quad F = F_p \cdot F_{об} = -U_3/U_1 = K_p \cdot K_{об} (1 + j\omega T_p) / (1 + j\omega T_{об}) \cdot j\omega T_p$$

Ако установим времето за удвояване на регулатора T_p до стойност, равна на времеконстантата на инерционния обект $T_{об}$, то ще получим уравнението

$$(3.20) \quad F = K_p \cdot K_{об} / j\omega T_p = 1 / [j\omega T_p / (K_p \cdot K_{об})] = 1 / j\omega T_{зад}.$$

Последната функция определя интегриращ елемент с времеконстанта $T_{зад} = T_p / (K_p \cdot K_{об})$. По този начин влиянието на инерционността се компенсира.

Отстраняване на интеракцията. За постигане на коректна компенсация на обекта и осигуряване на зададените динамични параметри при използване на ПИ - регулатор е необходима независима настройка на коефициента на пропорционалност K_p и на времето на удвояване T_p . В класическата схема на регулатора $K_p = R_f / R_1$; $T_p = R_f \cdot C_f$. При регулиране с потенциометър не може да се получи независимо изменение на K_p и на T_p . Това взаимно влияние при настройката на регулатора се нарича интеракция и още по-силно се проявява при настройката на ПИД - регулатора. С цел отстраняване на интеракцията се използват по-сложни схеми, които в зависимост от конкретните условия съдържат няколко операционни усилвателя. За ПИ - регулатора оптимална се явява паралелната структура от фиг. 3.13 с независима настройка на пропорционалната и на интегралната съставка.



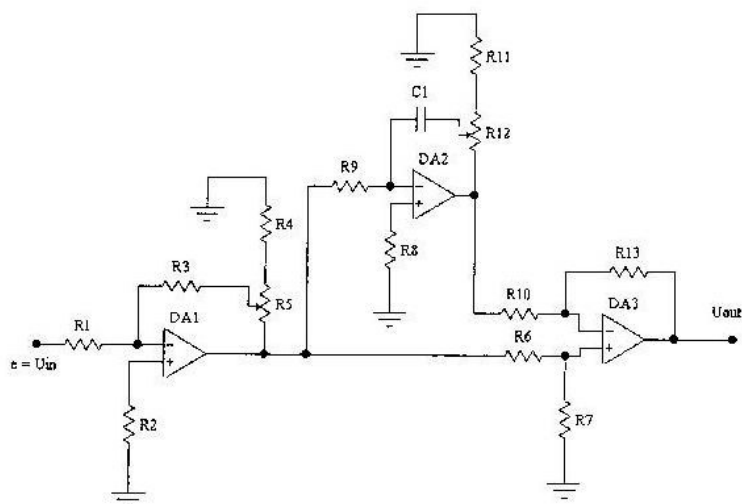
Фиг. 3.13

Тя позволява да се реализира предавателна функция на ПИ - регулатора в следния вид:

$$(3.21) \quad F_p = K_p \left(1 + \frac{1}{j\omega T_p} \right).$$

За да се получи пълна независимост при настройките, елементът за регулиране на коефициента на усилване K_p трябва да бъде поставен преди елемента за задържане в системата. Такава система може да се реализира с използването на три операционни усилвателя фиг. 3.14.

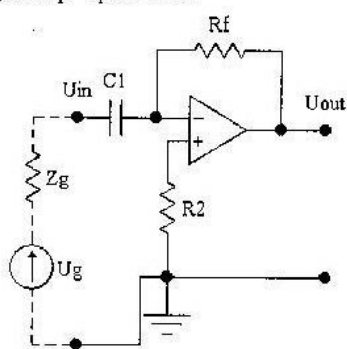
Усилвателят DA1 работи като пропорционален елемент, коефициентът на усилване на който се регулира с потенциометъра R5. Усилвателят DA2 представлява интегратор, времеконстантата на който се регулира с потенциометъра R12. Тази времеконстанта се явява едновременно и време на удвояване за регулатора. Тъй като сигналът на изхода на интегриращия елемент има полярност противоположна по отношение на сигнала, от изхода на пропорционалния елемент сумиращото устройство е изпълнено с диференциалния усилвател DA3.



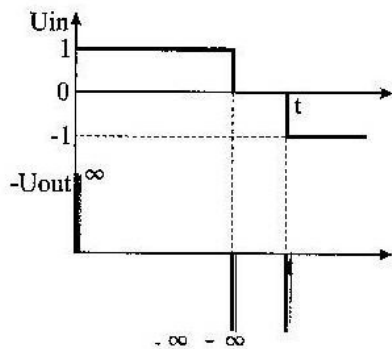
Фиг. 3.14

3.8. Диференциален регулатор (Д - регулатор)

Ако се включи на входа на регулиращия усилвател кондензатор C_1 , а във веригата на обратната връзка - резистор R_f , се реализира схемата на Д - регулатор - фиг. 3.15.



Фиг. 3.15



Фиг. 3.16

Тогава $Z_1 = 1/j\omega C_1$; $Z_f = R_f$, а предавателната функция на регулатора ще има вида

$$(3.22) \quad F_p = U_{out}/U_{in} = -\frac{Z_f}{Z_1} = -j\omega R_f C_1 = -j\omega T_d,$$

където T_d се нарича време на диференциране.

За единичното входно въздействие се получават уравненията:

$$(3.23) \quad U_{out} \Big|_{\substack{t \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \infty}} = -j\omega T_d = -\infty$$

$$(3.24) \quad U_{out} \Big|_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \omega \rightarrow 0}} = -j0T_d = 0.$$

Това означава, че в момента на скока на входния сигнал напрежението на изхода на идеалния усилвател се стреми към безкрайност, а след това в установеното състояние е равно на нула. Преходната характеристика на идеалният Д - регулатор е показана на фиг. 3.16.

В реалната схема на усилвателя напрежението не достига до безкрайна стойност, като една от причините за това е паразитната времеконстанта T_n , която е свързана с влиянието на вътрешното съпротивление на източника на сигнал Z_g (фиг.1). Д е предавателната функция на реалният регулатор притежаващ инерционност, и има следния вид:

$$(3.25) \quad F_p = U_{out}/U_{in} = -j\omega T_d / (1 + j\omega T_n),$$

където $T_n = Z_g C_1$, при това обикновено $T_d \gg T_n$.

Преходната характеристика в своите гранични точки приема следните стойности:

$$(3.26) \quad \frac{U_{out}}{U_{in}} \Big|_{\substack{t \rightarrow 0 \\ \omega \rightarrow \infty}} = -\frac{j\omega T_d}{1 + j\omega T_n} = -\frac{T_d}{1/j\omega + T_n} = -\frac{T_d}{T_n} = -\frac{R_f C_1}{Z_g C_1} = -\frac{R_f}{Z_g},$$

$$(3.27) \quad \frac{U_{out}}{U_{in}} \Big|_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \omega \rightarrow 0}} = -\frac{j0T_d}{1 + j0T_n} = 0.$$

Следователно в реалната схема изходното напрежение нараства със скок до стойност равна на $U_{in} R_f / Z_g$, а след това намалява до нула. Тъй като отношението R_f / Z_g обикновено е много голямо, то в реалната схема практически винаги настъпва насищане на регулатора. Това е една от причините за рядкото самостоятелно използване на Д - регулатора в практическите приложения.

3.9. Пропорционално - диференциален регулатор (ПД - регулатор)

С включването на резистор R_1 паралелно на входния кондензатор C_1 , от Д - регулатора може да се получи схемното решение на ПД - регулатора фиг. 3.17.

За това ново свързване на елементите се получава

$$(3.28) \quad Z_1 = R_1 / (1 + j\omega C_1 R_1); \quad Z_f = R_f.$$

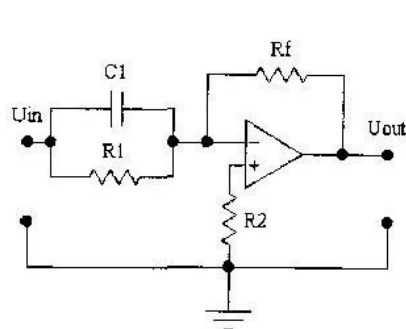
И предавателната функция на усилвателя има следния вид:

$$(3.29) \quad F_p = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{Z_f}{Z_1} = -\frac{R_f}{R_1} (1 + j\omega R_1 C_1).$$

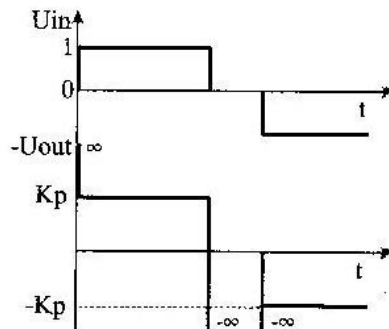
Означавайки $K_p = R_f / R_1$; $T_d = R_1 \cdot C_1$, получаваме

$$(3.30) \quad U_{out} = -K_p (1 + j\omega T_d),$$

където K_p е коефициентът на усилване на регулатора; T_d е времеконстантата на диференциране или още наричана време на изпреварване.



Фиг. 3.17



Фиг. 3.18

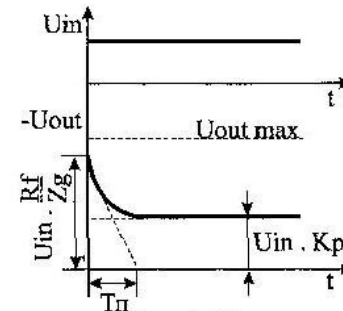
Анализите, направени за функцията на Д - регулатора остават в сила и при ПД - регулатора. На фиг. 3.18 са показани преходните характеристики на идеалния ПД - регулатор.

Реалният регулатор (притежаващ инерционност) има предавателна функция, определена с уравнението

$$(3.31) \quad F_p = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{R_f}{R_1 + Z_g} \frac{1 + j\omega T_d}{1 + j\omega T_n}$$

Паразитната времеконстанта $T_n = (Z_g \parallel R_1) C_1$, както и при Д - регулатора определя амплитудата на началния скок на изходното напрежение.

Преходната характеристика на реалният ПД - регулатор е показана на фиг. 3.19.

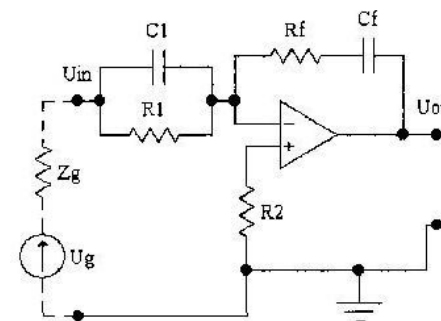


Фиг. 3.19

Подобно на Д - регулатора, дори при сравнително малки изменения на входния сигнал усилвателят се оказва пререгулиран. В установен режим регулаторът работи като пропорционален елемент с коефициент на усилване K_p .

3.10. Пропорционално - интегрално - диференциален регулатор (ПИД - регулатор)

ПИД - регулаторът представлява едно обобщение на всички разгледани досега регулатори. Схемата на един от основните варианти е показана на фиг. 3.20.



Фиг. 3.20

В предложеното схемно решение съпротивлението на входната верига и на веригата на обратната връзка се изразяват съответно в следния вид:

$$(3.32) \quad Z_1 = \frac{1}{1/R_1 + j\omega C_1}$$

$$(3.33) \quad Z_f = R_f + 1/j\omega C_f$$

Уравнението на предавателната характеристика е следното:

$$(3.34) \quad F_p = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{Z_f}{Z_1} = \frac{(1 + j\omega T_p)(1 + j\omega T_d)}{j\omega T_i},$$

където:

- $T_p = R_f \cdot C_f$ - време на удвояване (времеконстанта на ПИ - регулатора);
- $T_d = R_1 \cdot C_1$ - време на изпреварване (времеконстанта на ПД - регулатора);

→ $T_i = R_I \cdot C_f$ - време на интегриране (времеконстанта на И - регулатора).

Както е известно от уравнението за ПД - регулатора, схемата с кондензатора на входа е възприемчива към шумове и влиянието на вътрешното съпротивление на източника на сигнала Z_g , което е различно от нула. Отчитайки стойността на Z_g във входното съпротивление на усилвателя, получаваме

$$(3.35) \quad Z_I = Z_g + \frac{1}{1/R_I + j\omega C_I},$$

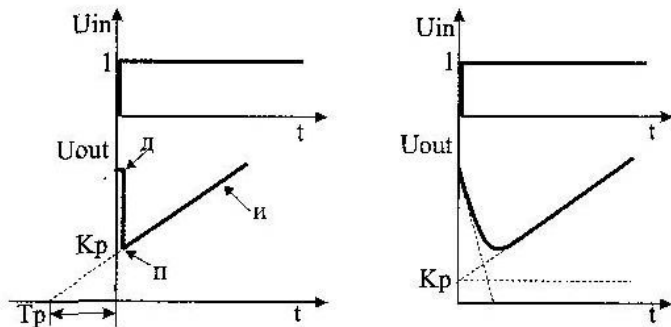
което обяснява появата на паразитната времеконстанта T_n .

С отчитане на последната времеконстанта предавателната функция на ПИД - регулатора приема следния вид:

$$(3.36) \quad F_p = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{Z_f}{Z_I} = \frac{(1 + j\omega T_p)(1 + j\omega T_d)}{j\omega T_i(1 + j\omega T_n)}.$$

Сравнявайки последното уравнение с уравнението за идеалния регулатор (3.34), виждаме, че реалният ПИД - регулатор има допълнителна инерционност, аналогично както и при Д и ПД - регулаторите. Паразитната времеконстанта и тук е равна на $T_n = (Z_g \parallel R_I)C_I$. На практика обикновено $T_n \ll T_d$

Преходните характеристики на идеален и на реален ПИД - регулатор са показани на фиг. 3.21.



Фиг. 3.21.

При идеалния ПИД - регулатор със стрелки е посочено действието на: диференциалната съставка - д; пропорционалната съставка - п и на интегралната съставка - и.

В заключение може да се каже, че преходната характеристика на ПИД - регулатора съдържа три съставящи, което следва от общото уравнение (3.33) след разкриване на скобите в числителя:

$$(3.37) \quad U_{out} = - \left[\underbrace{\frac{T_p + T_d}{T_i}}_П + \underbrace{\frac{1}{j\omega T_i}}_И + j\omega \underbrace{\frac{T_p \cdot T_d}{T_i}}_Д \right] \cdot U_{in}.$$

РЕЛЕЙНИ (ПОЗИЦИОННИ) РЕГУЛАТОРИ

4.1. Двупозиционно регулиране. Динамични характеристики

Законът за регулиране при релейните регулатори е следният: според това, каква е стойността на входната величина, изходната величина на регулатора може да заема само няколко предварително зададени стойности. Най - често броят на тези стойности е две или три.

Статични характеристики на реален двупозиционен регулатор. Характерна особеност на реалните двупозиционни регулатори е наличието на хистерезисна зона в статичните им характеристики - фиг. 4.1. Основен показател на хистерезисната зона е нейната широчина. В случая тя е $2 \cdot \varepsilon$. Големината на хистерезисната зона може да се променя и това е и единственият параметър за настройка при двупозиционните релейни регулатори.

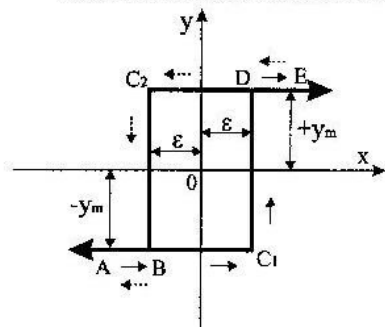
Законът за регулиране се изразява със следните две уравнения:

$$(4.1) \quad Y = Y_m \cdot \text{sign}(x - \varepsilon), \text{ когато } x \text{ се увеличава, и}$$

$$(4.2) \quad Y = Y_m \cdot \text{sign}(x + \varepsilon), \text{ когато } x \text{ намалява,}$$

където $\text{sign } x$, което се чете „сигнум от x “, представлява функция, която има следните стойности: -1 при $x < 0$, 0 при $x = 0$ и $+1$ при $x > 0$;

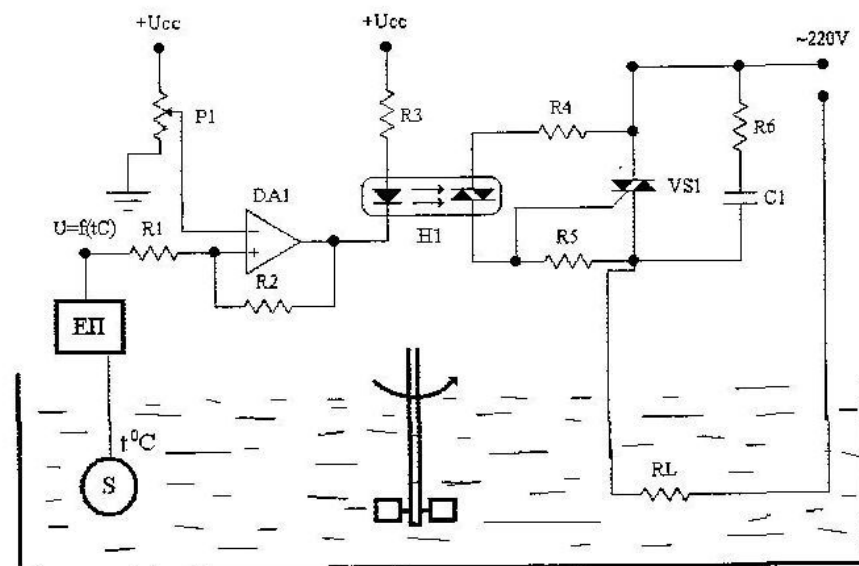
Y_m е абсолютната стойност на изходната величина Y .



Фиг. 4.1

Динамични характеристики на реален двупозиционен регулатор. За анализ на динамичните характеристики на регулатора е предложено схемното решение показано, на фиг. 4.2. Течността в съда се нагрява с електрическият нагревател R_L , измерването на температурата се осъществява със сензора S . Течността в съда постоянно се разбърква, за да се поддържа еднаква температура в целия обем. Входната величина на този двупозиционен

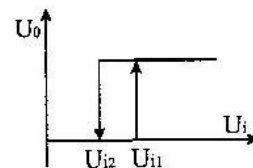
регулатор е температурата θ , а изходната величина – състоянието на нагревателя (включено – “on” или изключено – “off”). Задаването за поддържаната температура се получава от потенциометър P_1 . С $ЕП$ е означен електронният преобразувател за сензора. Релейният закон за



Фиг. 4.2

регулиране се реализира с компаратора $DA1$. За предпочитане е фотосимисторният оптрон H_1 да бъде с ключ в нулата на мрежовото напрежение. С избора на стойностите на резисторите R_1 и R_2 се задава големината на хистерезисната зона за регулатора.

Принцип на действие на регулатора. При ниско входно напрежение U_i , генерирано от електронния преобразувател на сензора, изходното напрежение на компаратора ($DA1$) U_o е равно на нула, фиг. 4.3.



Фиг. 4.3

За да се превключи компараторът трябва U_i да нарасне до стойността U_{11} , която стойност се определя от израза

$$(4.3) \quad U_{11} = \frac{U_{P1} \cdot (R_1 + R_2)}{R_2}$$

След като U_o се установи до стойността равна на $+U_{cc}$, напрежението на неинвертиращия вход на компаратора (U_+) ще се промени до стойност, по-

голяма от стойността, зададена от потенциометъра $P_1 - U_{p1}$. Тази стойност се определя от уравнението

$$(4.4) \quad U_+ = U_{i1} + \frac{(U_{cc+} - U_{i1})R_1}{R_1 + R_2}$$

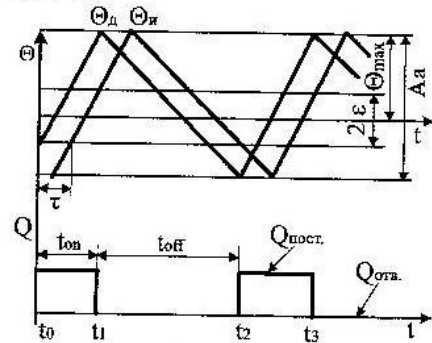
Входното напрежение, при което U_o ще стане равно на нула, е

$$(4.5) \quad U_{i2} = \frac{U_{p1}(R_1 + R_2) - R_1 U_{cc+}}{R_2}$$

Хистерезисът ΔU_x представлява разликата $U_{i1} - U_{i2}$ и се определя от уравнението

$$(4.6) \quad \Delta U_x = \frac{R_1 U_{cc+}}{R_2}$$

Динамичната характеристика на релейния регулатор е показана на фиг. 4.4.



Фиг. 4.4

В момента t_0 температурата на течността Θ_d е в долната граница на хистерезисната зона ε . В този момент се включва нагревателят. Температурата вследствие на своята инерционност ще продължи да спада известно време, след което ще започне да се повишава, тъй като е включен нагревателят. В момента t_1 кривата на измерената

температура Θ_n ще премине през горната хистерезисна зона, в резултат на което нагревателят ще се изключи. Температурата ще продължи да се повишава, а след това ще започне да спада, докато в момента t_2 , преминавайки през долната хистерезисна зона, не предизвика отново включването на нагревателя.

Измерената температура е изместена надясно с продължителността на времето на закъснение τ , което се определя от инерционността на използвания сензор за температура.

На графиката са използвани още и следните означения: Θ_{max} – максимално отклонение на температурата от зададената стойност; ε – хистерезисна зона.

На долната от двете графики е показано изменението на постъпващото количество топлина във времето при постоянно количество отвеждана топлина $-Q_{отс.}$

Уравнението на обекта при включен нагревател има вида

$$(4.7) \quad C \frac{d\Theta}{dt} = Q_{пост.} - Q_{отс.}$$

където: $Q_{пост.}$ е постъпващото количество топлина, kW;

C – топлинен капацитет, kJ°C ; $C = c \cdot m$, където c е специфичната топлиемост на обекта, а m е масата на обекта.

Когато нагревателят се изключи, уравнението има вида

$$(4.8) \quad C \frac{d\Theta}{dt} = -Q_{отс.}$$

Амплитудата на отклоненията A_a , както и продължителността на времето, за което нагревателят е включен или изключен, се определят по формулите:

$$(4.9) \quad A_a = 2\varepsilon + \tau \frac{Q_{пост.}}{C}$$

$$(4.10) \quad t_{on} = \frac{2\varepsilon + \tau \frac{Q_{пост.}}{C}}{Q_{пост.} - Q_{отс.}}$$

$$(4.11) \quad t_{off} = \frac{2\varepsilon C + \tau Q_{пост.}}{Q_{отс.}}$$

От направения анализ се вижда, че процесът на двупозиционното регулиране е автоколебателен. Качеството на регулиране може да се подобри по един от следните начини:

- ✓ Чрез намаляване на хистерезисната зона;
- ✓ Чрез преминаване към трипозиционно регулиране. Амплитудата на колебанията се намалява до два-три пъти;
- ✓ Чрез използване на коригиращи средства, с тяхна помощ се осъществява прекъснато действие на регулатора;
- ✓ Чрез използване на допълнителни въздействия по първа производна;
- ✓ Чрез използване на експоненциални обратни връзки. С тях се постига най-голямо намаление на амплитудата.

4.2. Трипозиционно регулиране. Динамични характеристики

Тези регулатори се характеризират с това, че в зависимост от стойността на входната величина изходната може да заеме една от трите си възможни предварително зададени стойности. Обикновено едната от тях е нулева, а останалите са еднакви по абсолютна стойност, но са с противоположен знак ($-y_{max}$, 0 , $+y_{max}$). На фиг. 4.5 е показана статичната характеристика на трипозиционен релейен регулатор. Интервалът на изменение на входната

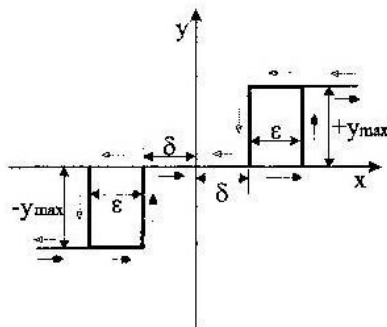
величина x , при който изходната величина има нулева стойност, се нарича зона на нечувствителност и се бележи с буквата δ . Законът за регулиране при трипозиционен регулатор се записва по следния начин:

$$(4.12) \quad Y = Y_m \cdot \text{sign}[x - (\varepsilon + \delta)] \quad \text{при} \quad \frac{dx}{dt} > 0$$

$$(4.13) \quad Y = Y_m \cdot \text{sign}[x + (\varepsilon + \delta)] \quad \text{при} \quad \frac{dx}{dt} < 0,$$

където dx/dt е скоростта на изменение на входната измервана величина за регулатора x .

Тази статична характеристика се отнася за реален трипозиционен регулатор. Ако се разглежда идеален регулатор, хистерезисните зони трябва да



Фиг. 4.5

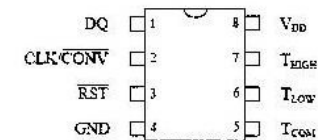
се приемат за нулеви, т.е. $\varepsilon = 0$. Трипозиционното регулиране подобрява качеството на преходните процеси. Това се дължи на двукратното намаляване на автоколебанията, което се постига по следния начин. Допускаме, че трите възможни стойности на изходната величина на регулатора установяват изпълнителния механизъм в затворено, отворено и средно положение. За регулирането на технологичната величина

изпълнителният механизъм трябва да се колебае около някакво положение. Това положение може да се намира в интервала между затворено и средно или между средно и отворено. Независимо от това къде се намира, изпълнителният механизъм няма да извършва непрекъснати движения от отворено до затворено положение. Той ще изминава само половината разстояние, а това означава, че изходната величина на регулатора ще има два пъти по-малка амплитуда.

4.3. Цифров термометър и термостат с ИС DS1620. Структурна схема и описание на функциите

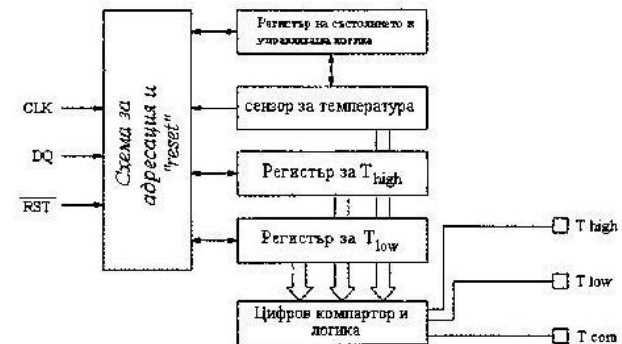
Общи сведения. Интегралната схема представлява цифров термометър и осигурява 9 - битови цифрови стойности, съответстващи на измерваната температура. Генерираните три изходни сигнала позволяват управлението на изпълнителен механизъм за нагряване или за охлаждане на обекта за управление. На изхода T_{high} се установява високо логическо ниво, ако температурата на DS1620 се установи по-висока или равна на зададената от

потребителя температура T_{high} . Аналогично на изхода на T_{low} се установява високо логическо ниво, ако температурата достигне по-малка или равна стойност на зададената T_{low} . На изхода T_{com} се установява високо ниво, ако температурата стане по-висока от T_{high} като изходното състояние се задържа до понижението на температурата до T_{low} . Зададените температури от потребителя се съхраняват в енергонезависима памет. По този начин интегралната схема може да бъде програмирана до установяване в системата, а също и да се използва автономно без управление от процесор. Температурните стойности се записват и четат по три проводен интерфейс. На фиг. 4.6 е показана номерацията на изходите и корпуса на ИС DS1620.



Фиг. 4.6

На фиг. 4.7 са показани вътрешната структура, входните и изходните сигнали на интегралната схема.



Фиг. 4.7

Описание на изходите:

- **DQ (1) Вход/Изход** за данни на трипроводния последователен порт;
- **CLK/ CONV (2) Тактов вход** на трипроводния последователен порт. Когато интегралната схема работи в автономен режим, този извод може да се ползва за стартиране на сензора за измерване на температура. Измерването на температурата започва при $\overline{CONV} = 0$;
- **RST (3) Вход Reset** за трипроводния последователен порт;
- **GND (4) Маса**;
- **Tcom (5) Изход на комбинирания тригер** за горния/долния праг на температурата. Изходното ниво се установява **високо**, когато

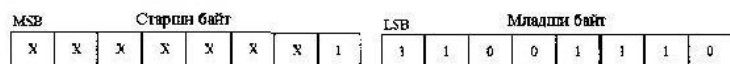
температурата стане по-висока от T_H и се връща в *ниско* ниво, когато температурата стане по-ниска от T_L .

- T_{low} (6) Изход на тригера за долния праг на температурата. Изходното ниво е *високо*, ако температурата стане по-ниска от T_L .
- T_{high} (7) Изход на тригера за горния праг на температурата. Изходното ниво е *високо*, ако температурата стане по-висока от T_H .
- V_{cc} (8) Изход за захранващо напрежение +5V.

Функционално описание. DS1620 измерва температурата с помощта на вграден сензор за температура. Стойността на температурата се записва в 9-битов формат с пълно допълнение до две. В таблица 4.1 е показано примерно съответствие между измерваната температура и данните. Данните се предават последователно по трипроводния интерфейс, започвайки с младшия байт. Сензорът може да измерва температура в интервала от -55°C до $+125^{\circ}\text{C}$ със стъпка от $0,5^{\circ}\text{C}$. Тъй като данните се предават по трипроводната шина, започвайки с младшия байт, данните за температурата могат да бъдат записани или прочетени от DS1620 или като 9-битова дума (установявайки на \overline{RST} ниско ниво след 9 бит), или като две 8-битови думи на които старшите 7 бита или се игнорират, или се установяват като нули, фиг. 4.8. След предаването на старшия байт на изхода на схемата се установяват нулеви стойности.

Таблица 4.1

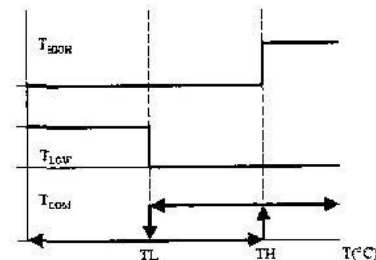
Температура	Цифров изход (Binary)	Цифров изход (Hex)
+125°C	0 11111010	00FA
+25°C	0 00110010	0032h
+½°C	0 00000001	0001h
+0°C	0 00000000	0000h
-½°C	1 11111111	01FFh
-25°C	1 11001110	01CEh
-55°C	1 10010010	0192h



Фиг. 4.8

Изменението на изходните сигнали при работа на схемата в режим на терморегулатор е показано на фиг. 4.9.

За работата на схемата в режим на терморегулатор е необходимо първоначално да бъдат установени регистрите TH и TL. Регистърът на конфигурацията (състоянието) се използва, за да се определи методът за работа на схемата в конкретното приложение, а също така да отразява състоянието на процеса на преобразуване на температурата фиг. 4.10.



Фиг. 4.9

DONE	THF	TLF	X	X	X	CPU	ISHOT
------	-----	-----	---	---	---	-----	-------

Фиг. 4.10

Значението на отделните битове от този регистър е следното:

- ✓ **X** състоянието не е определено.
- ✓ **DONE** бит за завършено преобразуване. Установява се в 0 по време на преобразуването и в 1 след прекратяване на процеса на преобразуване.
- ✓ **THF** флаг за горната стойност на температурата. Този бит се установява в 1, когато температурата достигне по-висока или равна стойност на тази която е запомнена в регистъра TH. Този бит остава в 1 дотогава, докато не бъде нулиран чрез запис на 0 в тази клетка от паметта или чрез изключване на захранващото напрежение. Това позволява да се определи подава ли се схемата след включване на захранващо напрежение, на действието на температурата, превишаваща стойността, записана в регистъра TH.
- ✓ **TLF** за ниската стойност на температурата. Той ще се установи в 1, когато температурата стане по-малка или равна по стойност на записаната в регистъра TL. Битът остава в единица до момента, докато не бъде нулиран със запис на 0 в тази клетка от паметта, или след изключване на захранващото напрежение. Това дава възможност да се определи реагира ли схемата на ниската температура след включване на захранващото напрежение.
- ✓ **CPU** бит, който се използва от процесора. Ако $CPU = 0$, то изводът CLK / \overline{CONV} се използва за стартиране на процеса на преобразуване на температурата при 0 на входа \overline{RST} . Ако бита CPU е равен на 1, схемата използва за връзка с процесора трипроводната шина и изводът CLK / \overline{CONV} се използва едновременно с изводите DQ и \overline{RST} в качеството си на вход за тактов сигнал.
- ✓ **ISHOT** бит, който се използва за еднократно преобразуване. Ако този бит е установен в 1, то DS 1620 изпълнява еднократно измерване на

температурата след получаване на команда за стартиране на преобразуването.

При използването на схемата в качеството на термостат обикновено работи в непрекъснат режим. Но за приложения, изискващи едно измерване за определен интервал от време или за икономия на енергия, може да се използва режимът на еднократно преобразуване. Изходните сигнали в този режим на работа (T_{high} , T_{low} и T_{com}) остават в състояние, в което са били установени след последното преобразуване.

4.4. Цифров термометър и термостат (DS1620) при работа в автономен режим. Три проводен интерфейс и пример за програмиране

При използването на DS 1620 за работа като обикновен термостат не е необходимо използването на процесор. Паметта за съхранение на данните за температурата е енергонезависима, което дава възможност схемата да бъде програмирана преди включването ѝ в системата. В този режим на работа изводът $CLK/CONV$ се използва за стартиране на процеса на преобразуване ($CLK/CONV = 0$). При този режим на работа бит CPU трябва да бъде установен в 0. Необходимо е също сигналът RST да бъде също в ниско ниво - 0. Установяването на сигнала $CLK/CONV$ в 0 за време по-малко от 10ms предизвиква еднократно преобразуване, след което схемата се връща в режим на очакване. Ако на входа $CLK/CONV$ се установи 0 за продължително време, процесът на преобразуване ще стане непрекъснат до установяването на високо ниво - 1. Ако бит CPU е установен в 0, то сигналът на входа $CLK/CONV$ блокира бита за еднократно преобразуване, ако той е установен в 1. Това означава, че ако схемата е установена в режим на еднократно преобразуване, установяването на входа $CLK/CONV$ в ниско състояние - 0, ще стартира процеса на преобразуване.

Трипроводен интерфейс

Трипроводната шина съдържа три сигнала. Това са сигналите RST (нулиране), сигнал CLK (тактов сигнал) и сигнал DQ (данни). Всички цикли за предаване на данни започват с установяването на високо ниво - 1 на входа RST . Установяването на ниско ниво - 0 на входа RST завършва цикъла на предаване (фиг. 4.11 и фиг. 4.12). За правилния запис на данните те трябва да бъдат установени по време на положителния фронт на тактовите импулси. Изходните данни се установяват при спада на тактовия сигнал и остават постоянни до нарастващия фронт. При четене на данни от DS 1620 извода DQ преминава във високоимпедансно състояние, когато на входа на тактовия сигнал се установи високо ниво. Установяването на ниско ниво на вход RST прекъсва всеки цикъл на връзка и установява извода DQ във високо импедансно състояние. Данните се предават по трипроводния интерфейс,

започвайки с младшия байт. Списъкът от команди, предавани по интерфейса, са описани в таблица 4.2. Само тези команди могат да се записват в DS 1620, а опитът за записи на други кодове може да повреди схемата.

Таблица 4.2

Инструкция	Описание	Протокол
<i>Инструкции за преобразуване на температурата</i>		
Прочитане на температурата	Прочитане на последната стойност от регистъра на температурата	AAh
Старт	Стартира преобразуването на температурата в код	Eeh
Спиране	Спира преобразуването на температурата в код	22h
<i>Инструкции на термостата</i>		
Запис TH	Записва горната температурна граница в регистъра TH	01h
Запис TL	Записва ниската температурна граница в регистъра TL	02h
Четене TH	Прочита горната температурна граница от регистъра TH	A1h
Четене TL	Прочита долната температурна граница от регистъра TL	A2h
Запис на конфигурацията	Записва данни в регистъра на състоянието	0Ch
Четене на конфигурацията	Прочита данните от регистъра на състоянието	ACh

Прочитане на температурата. Тази инструкция прочита съдържанието на регистъра, който съдържа резултата от последното измерване на температурата. Следващите девет цикъла на тактовия сигнал извеждат съдържанието на регистъра.

Запис TH. Тази инструкция прави запис в регистъра TH. След получаване на тази команда следващите девет цикъла на тактовия сигнал записват 9-битовата стойност на температурата, която установява прага за сработване на изходния сигнал T_{high} .

Запис TL. Тази инструкция прави запис в регистъра TL. След получаване на тази команда следващите девет цикъла на тактовия сигнал записват девет-битовата стойност на температурата, която осигурява прага за сработването на изхода T_{low} .

Четене TH. Тази команда прочита стойността на регистъра TH. След изпълнение на тази команда следващите девет цикъла на тактовия сигнал прочитат деветбитовата стойност на температурата, записана в регистъра TH.

Четене TL. Тази команда прочита стойността на регистъра TL. След изпълнението на тази команда следващите девет цикъла на тактовия сигнал осигуряват четенето на 9 - битовата стойност на температурата, записана в регистъра TL.

Стартиране на преобразуването на температурата. Тази команда инициира началото на преобразуването на температурата. При работа в режим на еднократно преобразуване ще се извърши едно измерване и схемата ще

премине в режим на очакване. При работа в непрекъснат режим тази инструкция стартира непрекъснатото преобразуване на температурата.

Спиране на преобразуването на температурата. Тази инструкция спира преобразуването на температурата. Тя може да се използва за спиране на непрекъснатия режим на работа на схемата. След получаване на инструкцията текущото температурно измерване завършва и схемата се установява в режим на очакване до получаване на команда за стартиране на преобразуването.

Запис на конфигурацията. Тази инструкция прави запис в регистъра на състоянието. След нейното приемане следващите осем цикъла на тактовия сигнал извършват запис на дума в регистъра на състоянието.

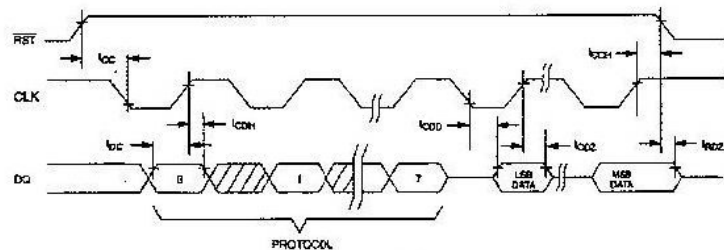
Четене на конфигурацията. Тази инструкция прочита стойността на регистъра на състоянието. След нейното приемане следващите осем цикъла на тактовия сигнал извеждат стойността на регистъра на състоянието.

Пример за програмиране

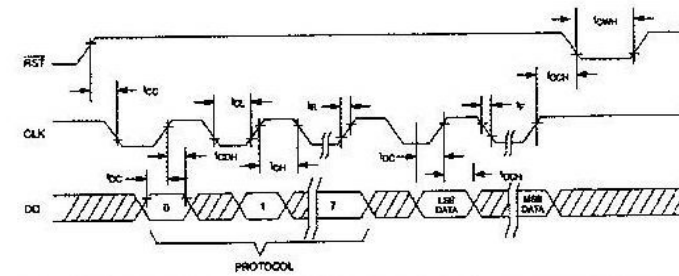
Пример за установяването на DS1620 в режим на непрекъснато преобразуване на температурата и изпълняването на функцията на термостат, таблица 4.3.

Таблица 4.3

Режим на процесора	Режим на DS1620	Данни	Коментар
Предаване	Приемане	0Ch	Процесорът предава инструкцията „Запис на конфигурацията”
Предаване	Приемане	00h	Процесорът установява режим на непрекъснато преобразуване
Предаване	Приемане	01h	Процесорът предава инструкцията „Запис TH”
Предаване	Приемане	0050h	Процесорът предава данни в регистъра TH (+40°C)
Предаване	Приемане	02h	Процесорът предава инструкцията „Запис TL”
Предаване	Приемане	0014h	Процесорът предава данни в регистъра TL (+10°C)
Предаване	Приемане	A1h	Процесорът предава инструкцията „Четене TH”
Приемане	Предаване	0050h	DS1620 предава съдържанието на регистъра TH за проверка от процесора
Предаване	Приемане	A2h	Процесорът предава инструкцията „Четене TL”
Приемане	Предаване	0014h	DS1620 предава съдържанието на регистъра TL за проверка от процесора
Предаване	Приемане	Eeh	Процесорът изпраща инструкцията „Старт на преобразуването на температурата”

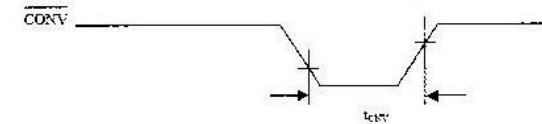


Фиг. 4.11



Забележка: t_{OH} , t_{OEN} и t_{OZ} са еднакво приложими по време на часките за четене и запис на данни

Фиг. 4.12



Фиг. 4.13. Форма на сигнала \overline{CONV} при работа в автономен режим.

ИЗБОР НА ЗАКОН ЗА РЕГУЛИРАНЕ И НАСТРОЙКА НА РЕГУЛАТОРИТЕ

5.1. Основни параметри на преходните процеси в системите за регулиране

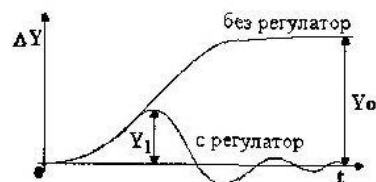
Към автоматичните системи за регулиране се поставят изисквания не само към устойчивостта на процеса на регулиране в целия диапазон на изменение на товара на обекта, но и за осигуряване на определени качествени показатели на процеса на регулиране. Към тях се отнасят:

- грешка на регулирането (статична или средноквадратична съставяща);
- време на регулиране;
- пререгулиране;
- степен на колебателност.

Динамичният коефициент на регулиране R_d , се определя по формулата

$$(5.1) \quad R_d = \frac{Y_l}{Y_0} \cdot 100\%,$$

където стойностите на Y_l и Y_0 се определят от графиката показана на фиг. 5.1.



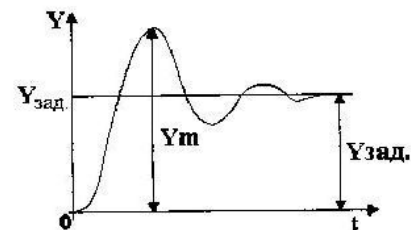
Фиг. 5.1

Стойността на R_d характеризира степента на въздействие на регулатора върху процеса, тоест степента на намаляване на динамичното отклонение в системата с регулатор и без него.

Пререгулирането зависи от вида на отработвания сигнал. При отработване на стъпаловидно входно въздействие пререгулирането се определя по формулата

$$(5.2) \quad \sigma = \frac{Y_m - Y_{зад}}{X_{зад}} \cdot 100\%,$$

където стойностите на Y_m и $Y_{зад}$ са показани на фиг. 5.2.

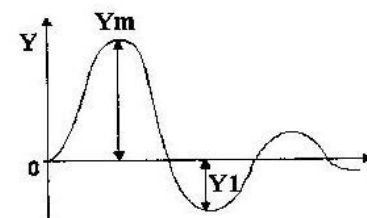


Фиг. 5.2

При отработване на смущаващо въздействие стойността на пререгулирането се определя по формулата

$$(5.3) \quad \sigma = \frac{Y_l}{Y_m} \cdot 100\%,$$

където величините Y_m и Y_l се определят от графиката, показана на фиг. 5.3.



Фиг. 5.3

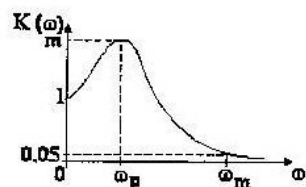
Времето на регулиране е периодът за който регулираната величина по време на преходния процес започва да се отличава от заданието със стойност по-малка от стойността β , където β е точността на регулирането. Регулаторът се настройва така, че или да се осигури минимално време за регулиране, или да се постигне минимална стойност на първата полуълна на преходния процес.

В някои системи за автоматично регулиране се наблюдава грешка, която остава и след дълъг интервал от време. Тя се нарича *статична грешка при регулирането ϵ_c* .

При регулаторите с интегрална съставяща грешката в установен режим е теоретично равна на нула. На практика незначителна грешка може да

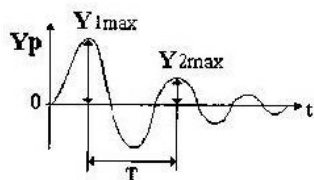
съществува от наличието на зона на нечувствителност на елементите в затворената система.

Показателят на колебателност M характеризира стойността на максимума на модула на честотната предавателна функция на затворената система (на резонансната честота) и по този начин характеризира колебателните свойства на системата. Показателят на колебателността е илюстриран нагледно на фиг. 5.4.



Фиг. 5.4

Логаритмичен декремент на затихване – D . Той представлява натурален логаритъм от отношението между два последователни екстремума с един и същи знак от кривата на затихване. На фиг. 5.5 е показана кривата на затихване на колебателен процес.



Фиг. 5.5

Затихването на отделните съставящи на колебателния процес се осъществява по уравнението

$$(5.4) \quad Y = C \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\omega t + \varphi).$$

Разстоянието във времето между два последователни максимума с един и същи знак е равно на

$$(5.5) \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Отношението между тези два максимума се определя от израза

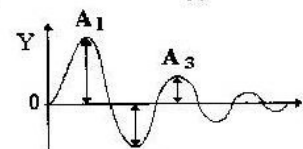
$$(5.6) \quad q = e^{\alpha T}$$

или като логаритмуваме

$$(5.7) \quad \ln q = \alpha T = D.$$

Колкото по-голям е логаритмичният декремент на затихване D , толкова по-бързо се осъществява затихването на колебателната съставяща на преходния процес. Величината $1/D$ определя броя на периодите, след изтичането на които амплитудата на колебанията се намалява e пъти.

Степен на затихване – ψ е количествен показател за определяне характера на затихване на преходния процес. Степента на затихване ψ е един от основните комплексни параметри на преходния процес в една система. По определение степента на затихване се определя от графиката показана на фиг. 5.6 и се изчислява от уравнението



Фиг. 5.6

$$(5.8) \quad \psi = \frac{A_1 - A_3}{A_1}.$$

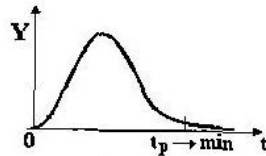
Условно се приема, че стойността $M=1,5+1,6$ се явява оптимална за промишлените системи, тъй като в този случай се осигурява стойност за σ в границите от 20 до 40%. При увеличаване на M колебателността на системата се увеличава.

В някои случаи се нормира лента на пропускане на системата $\omega_{\text{пр}}$, която съответства на ниво на усилване в затворената система – 0,05. Колкото по-голяма е лентата на пропускане, толкова по-голямо е бързодействието на затворената система. При това се повишава чувствителността на системата към шума в измервателния канал и нараства дисперсията на грешката от регулирането.

При настройката на регулатора може да се получат голям брой преходни процеси, удовлетворяващи зададените изисквания. По този начин се получава една неопределеност в избора на конкретните стойности на параметрите за настройка на регулатора. С цел премахване на тази неопределеност и улесняване на изчисленията при настройка се въвежда понятието оптимални преходни процеси на регулиране,

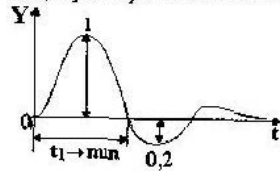
Най – често се дефинират три типови процеса:

1. **Аперiodичен процес с минимално време на регулиране** (фиг. 5.7). Този типов процес предполага, че се отработва смущаващото въздействие F (система за автоматична стабилизация). В този случай настройката се подбира така, че времето на регулиране t_p да бъде минимално. Този вид типов процес се използва често за настройка на системи, недопускащи колебания в затворената система за регулиране.



Фиг. 5.7

2. *Процес с 20 – процентно пререгулиране* и с минимално време на първия полупериод (фиг. 5.8). Този процес се прилага за настройка на повечето промишлени САР, тъй като той съчетава в себе си достатъчно високо бързодействие ($t_1 = \min$) при ограничена колебателност ($\sigma = 20\%$).

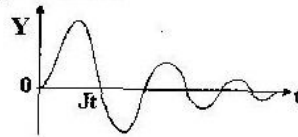


Фиг. 5.8

3. *Процес, осигуряващ минимума на интегралния критерий за качество.* Интегралният критерий за качество се определя по формулата

$$(5.9) \quad J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \rightarrow \min,$$

където e – грешка при регулирането.



Фиг. 5.9

Като предимство на този процес фиг. 5.9 може да се отбележи високото бързодействие (1- та полувървна) при достатъчно продължителна колебателност. Освен това оптимизацията по този критерий по параметрите за настройка на регулатора може да бъде изпълнена аналитично, числено или чрез моделиране.

5.2. Избор на закон за регулиране и настройка на коефициентите на избрания регулатор

Задачата на конструктора се състои в избора на такъв вид регулатор, който при минимална цена и максимална надеждност да осигурява зададеното качество на регулиране.

За да се избере видът на регулатора и да се определи неговата настройка, е необходимо да се знаят:

- ✓ статическите и динамичните характеристики на обекта за управление;
- ✓ изискванията към качеството на процеса на регулиране;
- ✓ показателите на качеството за регулиране за серийните регулатори;
- ✓ характера на смущаващите въздействия на процеса на регулиране.

Изборът на вида на регулатора започва с обикновените двупозиционни регулатори и може да завърши със самонастройващите се микропроцесорни регулатори.

Ще разгледаме показателите за качеството на серийните регулатори. В качеството на серийни регулатори се предполага използването на непрекъснатите регулатори, реализиращи законите за управление И, П, ПИ и ПИД.

Теоретично с усложняването на закона за регулиране качеството на работата на системата се подобрява. Известно е, че на динамиката на регулирането най-голямо влияние оказва стойността на отношението на времето на чисто закъснение на обекта τ към времеконстантата на обекта T . Ефективността на компенсацията на стъпаловидно смущение за регулатора достатъчно точно може да се характеризира със стойността на динамичния коефициент на регулиране K_d , а бързодействието - със стойността на времето на регулиране. Теоретично в системите със закъснение минималното време за регулиране е $t_{\min} = 2T$.

Минимално възможното време за регулиране за различните видове регулатори при оптималната им настройка се определя от таблица 5.1.

Таблица 5.1

Закон за регулиране	П	ПИ	ПИД
t_p/τ , където t_p – време на регулиране, τ – време на закъснение на обекта	6,5	12	7

Ръководейки се от таблицата, може да твърдим, че най-голямо бързодействие осигурява пропорционалният закон за регулиране П. Но ако коефициентът на усилване на П - регулатора K_p е малък (това често се наблюдава в системите със закъснение), то този регулатор не осигурява висока точност на регулирането, тъй като в този случай е голяма стойността на статичната грешка. Ако K_p има стойност равна на 10 или повече, то П-регулаторът е приемлив, а ако $K_p < 10$, то е необходимо в закона за регулиране да се въведе интегрална съставка.

Най-разпространеният на практика е ПИ-регулаторът, който има следните предимства:

- ✓ Осигурява нулева статична грешка при регулиране;
- ✓ Достатъчно лесна настройка тъй като се настройват само два параметъра, а именно коефициентът на усилване K_p и времето на интегриране T_i . В този

регулатор има възможност за оптимизиране на $K_p/T_i \rightarrow \max$, което осигурява управление с минимално възможна средноквадратична грешка на регулирането;

✓ Притежава ниска чувствителност към шума в измервателния канал (веригата на сензора), за разлика от ПИД-регулатора.

В таблица 5.2 са показани формулите за определяне на оптималните настройки на регулатори с непрекъснато действие, предназначени за обекти със самоизравняване.

Таблица 5.2

Регулатор	Вид на процеса на регулиране		
	апериодичен	с 20% пререгулиране	Jmin
И	$K_i = \frac{1}{4,5 k_{i,d} T}$	$K_i = \frac{1}{1,7 k_{i,d} T}$	$K_i = \frac{1}{1,7 k_{i,d} T}$
П	$K_p = \frac{0,3}{k_{i,d} \tau / T}$	$K_p = \frac{0,7}{k_{i,d} \tau / T}$	$K_p = \frac{0,9}{k_{i,d} \tau / T}$
ПИ	$K_p = \frac{0,6}{k_{i,d} \tau / T}$ $T_i = 0,6 T$	$K_p = \frac{0,7}{k_{i,d} \tau / T}$ $T_i = 0,7 T$	$K_p = \frac{1}{k_{i,d} \tau / T}$ $T_i = T$
ПИД	$K_p = \frac{0,95}{k_{i,d} \tau / T}$ $T_i = 2,4 \tau$ $T_d = 0,4 \tau$	$K_p = \frac{1,2}{k_{i,d} \tau / T}$ $T_i = 2 \tau$ $T_d = 0,4 \tau$	$K_p = \frac{1,4}{k_{i,d} \tau / T}$ $T_i = 1,3 \tau$ $T_d = 0,5 \tau$

За най-отговорните контури се препоръчва използването на ПИД-регулатори, които осигуряват най-високо бързодействие в системата. Но трябва да се отбележи, че това условие се изпълнява само при неговата оптимална настройка (настройката на трите му параметъра). С увеличаване на закъснението в системата рязко нарастват и отрицателните фазови отмествания, което намалява ефекта от действието на диференциалната съставка. Ето защо работата на ПИД-регулатора за системи с голямо закъснение е сравнима по качество с работата на ПИ-регулатора. Освен това наличието на шумове в измервателния канал в система с ПИД-регулатор довежда до значителни колебания в управляващия сигнал на регулатора, което увеличава дисперсията на грешката от регулирането. Следователно ПИД-регулаторът следва да се избира за системи за регулиране с ниско ниво на шумовете и с малка стойност на закъснението в обекта за управление. Като пример за такива системи се явяват тези за регулиране на температура.

При избора на вида на регулатора се препоръчва да се ориентираме по стойността на отношението на времето на закъснение към времеконстантата на обекта τ/T . Ако $\tau/T < 0,2$, то може да се избере релеен, непрекъснат или цифров регулатор. Ако $0,2 < \tau/T < 1$, то трябва да бъде избран непрекъснат

или цифров, ПИ или ПИД-регулатор. Ако $\tau/T > 1$, се избира специален цифров регулатор с определител, който компенсира закъснението в контура за управление.

5.3. Теоретични и експериментални методи за настройка на регулаторите

Този метод се използва за бърза и приблизителна настройка на стойностите на параметрите на регулаторите за трите оптимални видове процеси. Методът е приложим както за статични обекти със самоизравняване (таблица 5.2), така и за обекти без самоизравняване (таблица 5.3).

Таблица 5.3

Регулатор	Вид на процеса на регулиране		
	апериодичен	с 20% пререгулиране	Jmin
И	$K_p = \frac{0,4}{\tau / T}$	$K_p = \frac{0,7}{\tau / T}$	-
ПИ	$K_p = \frac{0,4}{\tau / T}$ $T_i = 0,6 \tau$	$K_p = \frac{0,7}{\tau / T}$ $T_i = 3 \tau$	$K_p = \frac{1}{\tau / T}$ $T_i = 4 \tau$
ПИД	$K_p = \frac{0,6}{\tau / T}$ $T_i = 5 \tau$ $T_d = 0,2 \tau$	$K_p = \frac{1,1}{\tau / T}$ $T_i = 2 \tau$ $T_d = 0,4 \tau$	$K_p = \frac{1,4}{\tau / T}$ $T_i = 1,6 \tau$ $T_d = 0,5 \tau$

Забележка: T и τ времеконстантата на обекта и времето на чисто закъснение.

В тези формули се предполага, че се настройва регулатор със зависимы настройки, предавателната функция на който има вида

$$(5.10) \quad W_p = K_p \cdot \left(1 + \frac{I}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p \right),$$

където:

K_p е коефициент на усилване на регулатора;

T_i е време на издрорма (време на интегриране на регулатора);

T_d е време на изпреварване (време на диференциране).

Изчисление на настройките по честотните характеристики на обекта

Съществува специална апаратура за експериментално определяне на амплитудно-фазово-честотната характеристика на обекта за управление. Тази характеристика може да се използва за определяне на настройките на ПИ -

регулатор, където основен критерий е осигуряването на зададения запас по устойчивост на системата.

Запасът по устойчивост е удобно да се определя с показателя на колебателност на системата M , стойността на който в система с ПИ-регулатор съвпада с максимума на амплитудно-честотната характеристика на затворената система. За да не превишава този максимум зададената стойност, АФЧХ на отворената система не трябва да навлиза вътре в окръжността с център P_0 и с радиус R , където:

$$(5.11) \quad P_0 = \frac{M_3^2}{1 - M_3^2}, \quad R = \left| \frac{M_3^2}{1 - M_3^2} \right|.$$

Може да се докаже, че при оптимално по минимума на средноквадратичната грешка регулиране настройките ще бъдат такива, при които система с показател на колебателност $M \leq M_1$ ще има най-голям коефициент при интегралната съставляваща, на което съответства условието $K_p/T_i \rightarrow \min$.

Във връзка с това изчисляването на оптималната настройка преминава през два етапа:

- ✓ Определяне в равнината на параметрите K_p и T_i границите на областта в която системата притежава зададения показател на колебателност M_1 .
- ✓ Определянето на точка на границата на областта, удовлетворяваща изискването K_p/T_i .

Експериментални методи за настройка на регулаторите

За повечето промишлени обекти за управление няма достатъчно точни математически модели, описващи техните статични и динамични характеристики. В същото време провеждането на експерименти за снимането на техните характеристики е доста скъпо и трудоемко.

Експерименталният метод за настройка на регулаторите не изисква познаването на математическия модел на обекта. Предполага се, че системата е монтирана и може да бъде пусната да работи, а също така съществува възможност за изменение в настройките на регулатора. По този начин може да се направят някои експерименти по анализа на влиянието на настройките, на динамиката на системата. Като краен резултат се гарантира получаването на достатъчно добра настройка за дадената система за регулиране.

Известни са два метода за настройка – метод на незатихващите колебания и метод на затихващите колебания.

Метод на незатихващите колебания

В работещата система се изключват интегралната и диференциалната съставляваща на регулатора ($T_i = 0, T_d = 0$), т.е. системата се привежда в ПЕ-закон за регулиране.

С последователното увеличение на стойността на K_p и с едновременното подаване на неголям скокообразен сигнал на задамето се достига до възникването в системата на незатихващи колебания с период $T_{кр}$. Това съответства на довеждането на системата на границата на колебателната устойчивост. При възникването на дадения режим на работа се фиксира стойността на критичния коефициент на усилване на регулатора $K_{кр}$ и периода на критичните колебания в системата – $T_{кр}$. При появата на тези критични колебания нито една променлива на системата не трябва да излиза на нивото на ограниченията.

По стойностите на $T_{кр}$ и $K_{кр}$ се изчисляват параметрите за настройка на регулатора:

- ПЕ - регулатор: $K_p = 0,55 \cdot K_{кр}$;
- ПИ - регулатор: $K_p = 0,45 \cdot K_{кр}$; $T_i = T_{кр}/1,2$;
- ПИД - регулатор: $K_p = 0,6 \cdot K_{кр}$; $T_i = T_{кр}/2$; $T_d = T_{кр}/8$.

Изчисленията за настройката на регулатора може да се направят и по критичната честота на обекта за управление ω_n . Отчитайки, че собствената честота ω_n на ОУ съвпада с критичната честота на колебанията на затворената система с ПЕ - регулатор, величините $T_{кр}$ и $K_{кр}$ могат да бъдат определени по амплитудата и периода на критичните колебания на обекта за управление.

При довеждането на затворената система на границата на колебателната устойчивост амплитудата на колебанията може да надмине допустимите стойности, което на свой ред ще доведе до възникването на аварийна ситуация в обекта. Ето защо не всички системи за управление на промишлени обекти може да се довеждат до критичен режим на работа.

Метод на затихващите колебания

Използването на този метод позволява настройката на регулаторите без довеждането на системата до критичен режим на работа. Както и в предишния метод за затворена система с ПЕ - регулатор чрез последователно увеличение на K_p се постига преходен процес за отработване на правоъгълни импулси на сигнала на задамето или смущаващи сигнали с декремент на затихването $D = 0,25$. След това се определя периодът на тези колебания T_k и стойността на времеконстантите на интегриране и диференциране на регулатора T_i и T_d .

- За ПИ - регулатор: $T_i = T_k/6$;
- За ПИД - регулатор: $T_i = T_k/6$; $T_d = T_k/1,5$.

След установяване на изчислените стойности на T_i и T_d на регулатора е необходимо и експерименталното определяне на стойността на K_p за получаването на декремент на затихване $D = 0,25$. С тази цел се прави допълнителна настройка на K_p за избрания закон на регулиране, което обикновено довежда до намаляването на K_p с 20 – 30%. За качествено настроени се считат повечето промишлени системи за регулиране, ако техният декремент на затихване D е равен на 0,25 или 0,20.

Регулиране при наличие на шумове

Наличието на високочестотни шумови съставляващи в сигнала от сензорите довежда до случайни колебания в изпълнителното устройство на системата, което увеличава дисперсията на грешката на регулирането и намалява точността на регулиране. В някои случаи силните шумови съставляващи могат да доведат системата до неустойчив режим на работа.

В промишлените системи във веригите на сензорите често присъстват шумове с честотата на захранващата мрежа. Във връзка с това важна задача се явява правилната филтрация на измервателния сигнал, а също така и изборът на подходящия алгоритъм и на параметрите за работа на регулатора. За тази цел се използват нискочестотни филтри от висок ред (5-7), имащи голям наклон на спада. Те понякога се вграждат в нормиращите преобразуватели.

По този начин, основната задача на регулатора е компенсацията на нискочестотните смущения. С цел получаването на минимална дисперсия на грешката от регулирането високочестотните шумове трябва да бъдат филтрирани. За намаляване на влиянието на шумовете на практика се прилагат два метода, основани на:

- Намаляване на коефициента на усилване на регулатора K_p , тоест преминаване на интегрален закон за регулиране, който е слабо чувствителен към шумовете;
- Филтрация на сигналите от сензорите.

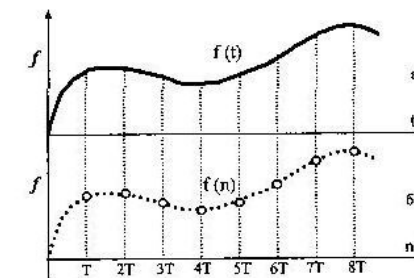
ЦИФРОВИ РЕГУЛАТОРИ

6.1. Дискретни функции. Диференциране и интегриране на дискретни функции

Дискретни функции. Дискретната функция има стойност в определен момент от времето $t = nT$, където n е цяло число, а T е периодът на повторение. Дискретната функция се записва $f[nT]$ или в съкратен запис $f[n]$. Замяната на непрекъснатата функция с дискретна се представя по следния начин:

$$(6.1) \quad f[n] = f(t)|_{t=nT}$$

На фиг. 6.1 са показани графиките на две функции от времето: а – непрекъснатата; б – дискретна.



Фиг. 6.1

Изобразените ординати на непрекъснатата функция от времето представляват дискрети, определени за моменти от времето $t = nT$. Дискретната функция не е задължително да се формира от изходна непрекъснатата функция. Всяка числова последователност на изменение да дадена величина, определена в дискретни, равноотстоящи интервали от време, може да се тълкува като дискретна функция.

Права и обратна разлика. Аналог на първата производна за непрекъснатата функция за дискретната функция се явява или първата права разлика

$$(6.2) \quad \Delta f[n] = f[n+1] - f[n],$$

или първата обратна разлика

$$(6.3) \quad \nabla f[n] = f[n] - f[n-1].$$

Най-често при реализация на цифрова система за управление за реализиране на даден закон с намиране на производна се използва първата обратна разлика. Тази обратна разлика се определя за момента от време

$t = nT$ по отношение на предишната стойност на дискретната функция в момента $(n-1)T$.

Аналог на втората производна на непрекъснатата функция за дискретната функция служи втората разлика:

права
 (6.4) $\Delta^2 f[n] = \Delta f[n+1] - \Delta f[n] = f[n+2] - 2f[n+1] + f[n]$

и обратна
 (6.5) $\nabla^2 f[n] = \nabla f[n] - \nabla f[n-1] = f[n] - 2f[n-1] + f[n-2]$.

Аналогично на последните две формули могат да се изчислят прави и обратни разлики от по-висок ред. Обратните разлики притежават следната особеност. Ако дискретната функция е определена само за положителни стойности на аргумента, т.е. $f[n] \equiv 0$ при $n < 0$, то в точката $n = 0$ k -тата разлика е равна на

(6.6) $\nabla^k f[0] = f[0]$

за всяка цяла положителна стойност на k .

Аналогично на интеграла от непрекъснатата функция в интервала от 0 до t за дискретната функция се явява:

непълната сума

(6.7) $\sigma[n] = \sum_{m=0}^{n-1} f[m] = \sum_{v=1}^n f[n-v]$

и пълната сума

(6.8) $\sigma_0[n] = \sigma[n] + f[n] = \sigma[n+1] = \sum_{m=0}^n f[m]$.

Разликата между второто и първото уравнение е, че стойността на функцията $f[n]$ в момента $t = nT$ също участва във формирането на резултата.

6.2. Уравнение на крайните разлики. Дискретно преобразуване на Лаплас

Уравнение на крайните разлики

Като аналог на диференциалните уравнения от непрекъснати функции при дискретните функции може да се разглеждат уравненията на крайните разлики. При използване на обратните разлики линейните нееднородни разликкови уравнения имат следния вид:

(6.9) $b_0 \nabla^m y[n] + b_1 \nabla^{m-1} y[n] + \dots + b_m y[n] = F[n]$,

където $F[n]$ е зададената, а $y[n]$ е търсената дискретна функция.

Ако $F[n] \equiv 0$, уравнението става еднородно. Ако се премине посредством формулите за производни към дискрети, то уравнението на разликите ще получи следния вид:

(6.10) $a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_m y[n-m] = F[n]$.

Разликковите уравнения могат да се разглеждат като рекурентни съотношения, позволяващи да се изчислят стойностите на $y[n]$ за $n=0,1,2,\dots$, при известна стойност на функцията влясно и началните условия

(6.11) $y[n-1], y[n-2], \dots, y[n-m]$.

Общото решение на еднородното уравнение на разликите при некратни корени на характеристичното уравнение може да бъде записано така:

(6.12) $y[n] = c_1 z_1^n + c_2 z_2^n + \dots + c_m z_m^n$,

където z_i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$) са корените на характеристичното уравнение

(6.13) $a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + a_2 z^{m-2} + \dots + a_m = 0$,

а c_i - са произволни константи.

Дискретно преобразуване на процесите

Дискретно преобразуване на Лаплас за дискретните функции.

Дискретното преобразуване се получава от формулата

(6.14) $F(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{-p \cdot nT}$.

Както и при непрекъснатото преобразуване на Лаплас тук се използва комплексното число p :

(6.15) $p = c + j\omega$,

където c е абсцисата на абсолютната сходимост, а ω - ъгловата честота. Ако $c < \infty$, то редовете са сходящи и на дискретната функция съответства някакво изображение. Изображението ще бъде функция на комплексното число $p = c + j\omega$.

Z - преобразуване на дискретни функции

Под Z - преобразуване се разбира изображението на дискретната функция, определено по формулата

$$(6.16) \quad F[z] = \sum_{n=0}^{\infty} f[n]z^{-n}.$$

Тук е въведено новото означение $z = e^{sT}$. От това следва, че Z - преобразуването съпада с дискретното преобразуване на Лаплас и се различава само по аргумента на изображението.

Формулата за преобразуването може да се запише и в символичен вид:

$$(6.17) \quad F(z) = Z\{f[n]\}.$$

Тези редове са сходящи и изображението на дискретната функция съществува, ако $c < \infty$, c е абсцисата на абсолютната сходимост.

6.3. Законите за регулиране в дискретен вид

При Пе - регулаторите с непрекъснато действие е валиден законът $Y(t) = K_p \cdot X(t)$, където $X(t)$ е разсъгласуването. В дискретна форма законът има следния вид: $Y(n) = K_p \cdot X(n)$, $X(n)$ е разсъгласуването в момента nT . Параметрите за настройка на дискретния Пе - регулатор са коефициентът K_p и времето на дискретизация - T .

Интегралният закон за регулиране в непрекъснат вид е следният:

$$(6.18) \quad Y(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t X(t) dt.$$

В дискретна форма същият закон се записва така:

$$(6.19) \quad Y[n] = K_i \sum_{j=1}^n X(j).$$

Тук операцията интегриране се заменя с операцията сумиране на разсъгласуването в моментите от време $T, 2T, 3T, \dots, nT$. Параметрите за настройка на интегралния регулатор са коефициентът K_i и времето на дискретизация - T . Коефициентът на интегриране е равен на $K_i = \frac{1}{T_i}$.

Уравнението на ПИ - регулатора в дискретен вид е следното:

$$(6.20) \quad Y[n] = K_p \cdot X[n] + K_i \sum_{j=1}^n X[j].$$

Уравнението на Д - съставката в непрекъснатата и дискретна форма има вида

$$(6.21) \quad Y(t) = T_d \frac{dX(t)}{dt} \quad \text{и}$$

$$(6.22) \quad Y[n] = T_d \frac{X[n] - X[n-1]}{T} = K_d [X[n] - X[n-1]],$$

където $X[n-1]$ е разсъгласуването в предходния времеви интервал, а коефициентът на диференциране се определя от отношението

$$(6.23) \quad K_d = \frac{T_d}{T}.$$

Уравнението на ПИД - регулатора в дискретен вид е следното

$$(6.24) \quad \begin{aligned} Y[n] &= K_p \cdot X[n] + K_i \sum_{j=1}^n X[j] + K_d [X[n] - X[n-1]] = \\ &= (K_p + K_d) \cdot X[n] + K_i \sum_{j=1}^n X[j] - K_d \cdot X[n-1]. \end{aligned}$$

6.4. Линейни дискретни филтри. Рекурсивни и нерекурсивни филтри

Математически работата на линейния дискретен филтър се описва с уравнение на разликите:

$$(6.25) \quad y[nT] = - \sum_{j=1}^M a_j \cdot y[nT - jT] + \sum_{l=0}^N b_l \cdot x[nT - lT],$$

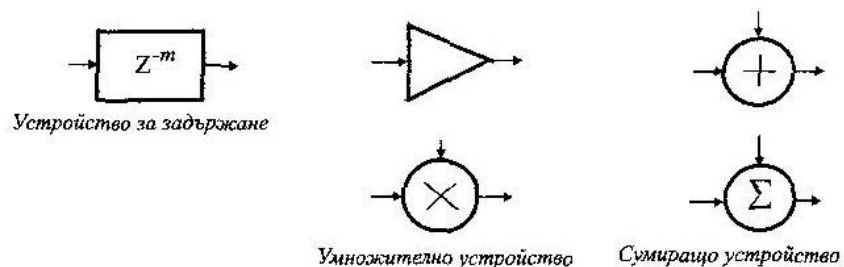
където $x[nT]$ и $y[nT]$ са n - тите стойности на входния $\{x[nT]\}$ и на изходния $\{y[nT]\}$ сигнал на филтъра, коефициентите a_j и b_l са или константи, или стойности на дискретната функция, зависещи от (n) .

Ако са известни коефициентите a_j и b_l и началните условия:

$$\begin{aligned} &\{y[-T], y[-2T], \dots, y[-MT]\}, \\ &\{x[-T], x[-2T], \dots, x[-NT]\}, \end{aligned}$$

може да се определи стойността на $y[nT]$ за всяко $n \geq 0$.

За непосредствена реализация на дискретен филтър са необходими устройства, изпълняващи три операции: задържане (запомняне) на информацията, умножение и събиране. Условните означения на тези устройства са следните:



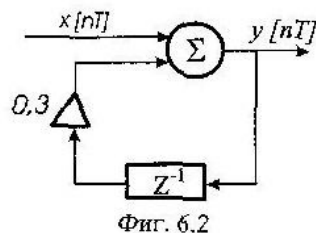
Пример. Да се начертае структурната схема на цифров филтър, описан с уравнението

$$(6.26) \quad y[nT] = 0,3y[nT - T] + x[nT].$$

В тази схема са включени:

- един елемент за задръжане (запомняне) на стойността $y[nT - T]$;
- умножително устройство за изпълнение на произведението $0,3y[nT - T]$;
- суматор за изчисление на сумата $0,3y[nT - T] + x[nT]$.

Решение (фиг. 6.2):



Фиг. 6.2

Дискретните филтри се разделят на два класа:

- **нерекурсивни филтри (НФ)**, ако всички коефициенти a_j са равни на нула, то филтърът реализиращ този алгоритъм, се нарича **нерекурсивен**;

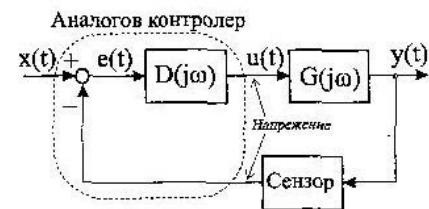
$$(6.27) \quad y[nT] = \sum_{l=0}^N b_l x[nT - lT].$$

- ако макар и един от коефициентите a_j е различен от нула, то филтърът реализиращ този алгоритъм се нарича **рекурсивен (РФ)**.

От това следва, че **нерекурсивният филтър представлява устройство без обратна връзка**, а **рекурсивният филтър е устройство с обратна връзка**.

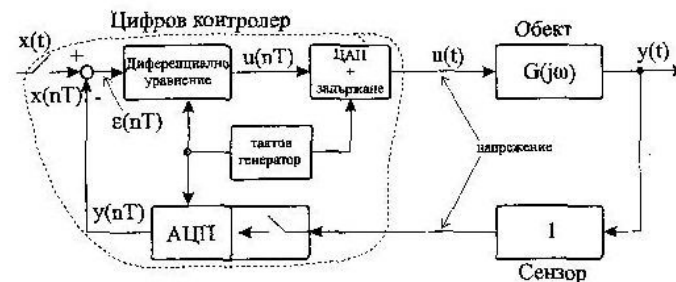
6.5. Затворена система за цифрово управление

Аналоговите системи за автоматично управление се изграждат на базата на операционни усилватели с възможност за настройка посредством избора на стойности на резистори и кондензатори (Фиг. 6.3).



Фиг. 6.3

Повечето съвременни системи за управление използват цифрови компютри (микропроцесори или микроконтролери) лесно се репрограмират и следователно са по-гъвкави (фиг. 6.4).



Фиг. 6.4

Ще разгледаме възможността за замяна на аналоговия контролер с цифров с използването на дискретни функции. Цифровата система е показана на фиг. 6.4.

Особености на цифровия регулатор:

- ✓ Оперира с дискретни стойности на заданието $x(nT)$ и със сигнала от сензора $y(nT)$, който най-често се получава от АЦП;
- ✓ Дискретните стойности се получават през равни интервали, равни на периода на дискретизация - T (получавани от тактов генератор), с честота равна на $1/T$ [Hz] (или $2\pi/T$ [rad/sec]);

- ✓ Обикновено честотата на дискретизация е около 30 до 40 пъти по-голяма от честотната лента на сигнала в затворената аналогова система за регулиране.

Елементи на цифровия регулатор:

- ✓ тактов генератор – осигурява продължителността на времето на дискретизация;
- ✓ дискретизатор – дискретизира изходния сигнал от обекта за регулиране (данните от сензора), Аналого-цифровия преобразувател (АЦП), или импулсния брояч;
- ✓ микропроцесор – управлява софтуера за изпълнение на избрания закон за управление.

Реализиране на пропорционално – интегрално – диференциален закон (ПИД) за регулиране. Предавателната функция на ПИД регулатора с аргумент сигнала от разсъгласуването $e(j\omega)$ и с изходен управляващ сигнал $u(j\omega)$ има следния вид:

$$(6.28) \quad D(j\omega) = \frac{u(j\omega)}{e(j\omega)} = K_p \left(1 + \frac{1}{j\omega T_i} + j\omega T_d \right).$$

Нека преобразуваме това уравнение във времевата област:

- изразяваме изходната функция на регулатора:

$$(6.29) \quad u(j\omega) = D(j\omega) \cdot e(j\omega),$$

- умножаваме двете страни на уравнението с $j\omega$:

$$(6.30) \quad j\omega \cdot u(j\omega) = K_p \left(j\omega + \frac{1}{T_i} + j^2 \omega^2 T_d \right) \cdot e(j\omega)$$

- и накрая прилагаме обратната трансформация на Лаплас:

$$(6.31) \quad u'(t) = K_p \left[e'(t) + \frac{1}{T_i} \cdot e(t) + T_d \cdot e''(t) \right].$$

Изпълнение на ПИД-закона с цифров регулатор

- Цифровото управление се изпълнява с използването на разликкови уравнения.
- Разликковите уравнения представляват дискретна апроксимация на диференциалните уравнения.

Пример: вместо $x'(t) = A \cdot x(t)$
заместваме $x((k+1)T) = F \cdot x(kT)$

- Крайните разлики осигуряват обикновена (от първи ред) апроксимация (метод на Ойлер) на обратната и на правата разлика. Тези разлики съответстват на първата производна на непрекъснатата функция.

$$(6.32) \quad x'(n) \approx \frac{x(n) - x(n-1)}{T} \quad (\text{обратна разлика})$$

$$(6.33) \quad x'(n) \approx \frac{x(n+1) - x(n)}{T} \quad (\text{права разлика})$$

В тези уравнения T е периодът на дискретизация.

Сега можем да получим съответното уравнение на разликите от диференциалното уравнение, описващо действието на ПИД-регулатора:

$$(6.34) \quad u'(t) = K_p \left[e'(t) + \frac{1}{T_i} \cdot e(t) + T_d \cdot e''(t) \right].$$

Замествайки производните със съответните крайни разлики

$$(6.35) \quad u'(n) \approx \frac{u(n) - u(n-1)}{T} \quad \text{и} \quad e'(n) \approx \frac{e(n) - e(n-1)}{T}$$

и прилагайки два пъти метода на Ойлер, получаваме

$$(6.36) \quad e''(n) \approx \frac{e'(n) - e'(n-1)}{T} \approx \frac{e(n) - 2e(n-1) + e(n-2)}{T^2}.$$

Прегрупирайки отделните елементи на уравнението, се получава

$$(6.37) \quad u(n) = u(n-1) + K_p \left[\left(1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right) \cdot e(n) - \left(1 + 2\frac{T_d}{T} \right) \cdot e(n-1) + \frac{T_d}{T} \cdot e(n-2) \right].$$

МЕТОДИ ЗА РЕГУЛИРАНЕ НА СКОРОСТТА НА ПОСТОЯННОТОКОВИ И АСИНХРОННИ ДВИГАТЕЛИ

7.1. Регулиране на скоростта на постояннотоков двигател

Механични характеристики на постояннотоковия двигател (ПТД) с независимо възбуждане.

Уравнение на равновесието на напреженията във веригата на котвата при установен режим на работа:

$$(7.1) \quad U = E + I_a R_a$$

Индуктираното в котвата електродвижещо напрежение (е.д.н.) е равно на

$$(7.2) \quad E = C_e \Phi \omega$$

където:

ω - скорост на въртене в rad/s;

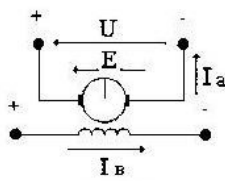
Φ - магнитен поток на двигателя - Wb;

$C_e = \frac{P \cdot N}{60 \cdot a}$ - коефициент, зависещ от конструктивните параметри на двигателя.

двигателя.

§ В последното уравнение: P - брой на цифровите полюси; a - брой на двойките паралелни клонове на котвената намотка; N - брой на активните проводници на котвената намотка.

Принципната схема на ПТД е показана на фиг. 7.1.



Фиг. 7.1

Електромеханичната и механичната характеристика на ПТД с независимо възбуждане се изразяват със следните уравнения:

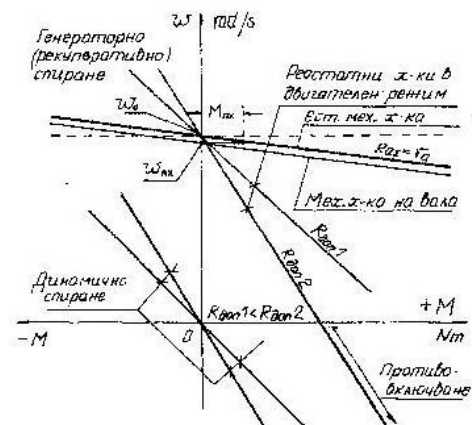
$$(7.3) \quad \omega = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_a}{C \Phi} I_a = \omega_0 - \Delta \omega$$

$$(7.4) \quad \omega = \frac{U}{C \Phi} - \frac{R_a M}{(C \Phi)^2}$$

където: M е електромагнитният момент, развиван от двигателя - N.m;
 R_a е съпротивление на котвената верига;

ω_0 - скорост на идеален празен ход; $\Delta \omega$ - пад на скоростта съответстващ на определено натоварване.

Графиката на електромеханичната характеристика на ПТД е показана на фиг. 7.2.



Фиг. 7.2

При постоянно захранващо напрежение и постоянен магнитен поток механичната характеристика на двигателя е права линия. При работа в двигателен и генераторен режим и в режим на противовключване всички характеристики преминават през една точка, разположена на ординатната ос, която съответства на скоростта на идеален празен ход ω_0 . Когато скоростта на двигателя стане по-голяма от скоростта на идеален празен ход, т.е. $\omega > \omega_0$, е.д.н. на въртене E на двигателя става по-голямо от приложеното напрежение на котвата U и двигателят започва да работи като генератор. Режимът на динамично спиране се получава, когато котвата на двигателя се изключи от захранването и се затвори през определено съпротивление. Характеристиките в режим на динамично спиране са прави линии, минаващи през началото на координатна система, която аналитично се описва с уравненията

$$(7.5) \quad \omega = -\frac{R_a}{C \Phi} I_a$$

$$(7.6) \quad \omega = -\frac{R_a}{(C \Phi)^2} M$$

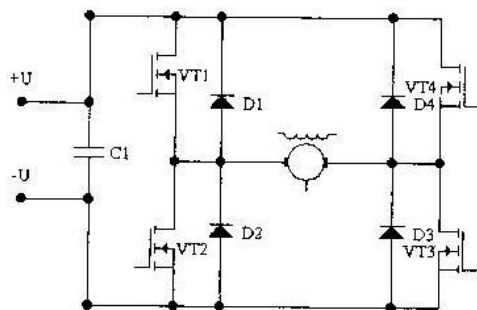
От уравнението на електромеханичната характеристика на ПТД се вижда, че скоростта на въртене може да се регулира по три начина:

✓ с промяна на стойността на захранващото напрежение - U , на котвата на двигателя;

- ✓ с промяна на големината на магнитния поток - Φ , създаван от статорната намотка;
- ✓ с добавяна на външно съпротивление - $R_{доп.}$ последователно на котвената верига на двигателя.

7.2. Транзисторна мостова схема. Симетричен и несиметричен алгоритъм за управление

Транзисторните мостови схеми осъществяват реверсивно управление на скоростта на двигателя за постоянен ток (фиг. 7.3). В зависимост от закона на комутация на транзисторите в моста изходните каскади се разделят на две групи: симетрична и несиметрична. В симетричните реверсивни схеми транзисторите в противоположните рамена на моста се превключват едновременно с еднакви сигнали. При това котвата на двигателя е постоянно включена към захранващия източник, като се изменя само полярността на напрежението в отделните интервали на периода. Напрежението на котвата на двигателя представлява последователност от импулси с различна полярност.



Фиг. 7.3

Необходимият алгоритъм за управление на транзисторите се осигурява от схема със следната структура, показана на фиг. 7.4.

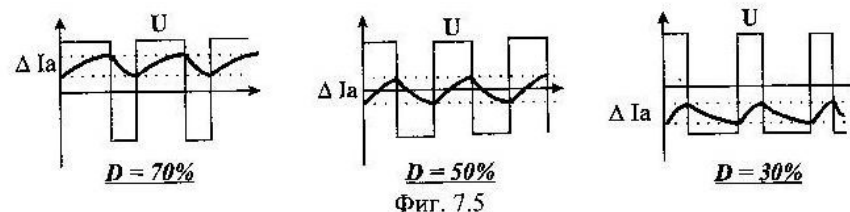


Фиг. 7.4

На фигура 7.5 са показани графиките на напрежението и на тока в котвата на двигателя при управляващи сигнали за транзисторите с коефициенти на запълване съответно $D = 70\%$, $D = 50\%$, $D = 30\%$.

При коефициент на запълване на импулсите $D = 50\%$ средното напрежение на котвата на двигателя е равно на нула и двигателят спира да се

движи. Котвеният ток е двуполярен и се изменя във времето по експоненциално нарастващ и експоненциално спадащ закон. Диодите D1 - D2 осигуряват



непрекъсната комутация на тока в котвата и предпазват мощните транзистори от пренапрежения.

При несиметричното управление се превключват само два транзистора от моста: VT1, VT2 - при една полярност на управляващото напрежение и VT3, VT4 - при друга. При това единият от не превключващите се транзистори е отпушен - а другият запущен през целият период. Напрежението на котвата на двигателя представлява импулси с еднаква полярност.

Статичните характеристики при симетричната реверсивна схема могат да бъдат изчислени от уравненията

$$(7.7) \quad \frac{\omega}{\omega_0} = 2D - 1 - \frac{I_{cp}}{I_k}$$

$$(7.8) \quad \frac{\omega}{\omega_0} = 2D - 1 - \frac{M_c}{M_k}$$

където: I_{cp} - средната стойност на тока в котвата на двигателя;

I_k - токът на късо съединение в котвената намотка;

M_c - статичен съпротивителен момент;

M_k - въртящ момент при достигане на тока на късо съединение за котвата на двигателя.

7.3. Честотно регулиране на скоростта на асинхронен двигател

Честотното регулиране позволява регулиране на скоростта на асинхронен двигател с накъсо съединен ротор с механични характеристики с голяма твърдост за широк интервал на скоростите, включително за много високи скорости, при неголеми загуби на електрическа енергия.

Възможността за регулиране на скоростта на асинхронния двигател чрез изменение на честотата на захранващия ток следва от уравненията

$$(7.9) \quad \omega = \omega_0(1-s) = \frac{2\pi \cdot f_1}{p}(1-s)$$

$$(7.10) \quad \text{или} \quad n = n_0(1-s) = \frac{60 \cdot f_1}{p}(1-s)$$

При захранване на двигателя с постоянно напрежение с намаляване на честотата се увеличава критичният момент. При този метод на регулиране магнитният поток на двигателя се изменя обратнопропорционално на честотата, което води до претоварване или до не използване на двигателя при регулиране с постоянен момент. За най-доброто използване на двигателя по нагряване и за запазване на постоянен критичен момент, тоест постоянна претоварваща способност при всички честоти, е необходимо магнитният поток на двигателя да остане постоянен при работа с $M_c = const$.

Магнитният поток на двигателя може да се определи от формулата за е.д.н. на статора на асинхронния двигател:

$$(7.11) \quad E_1 = 4,44k_w w_1 f_1 \Phi,$$

където: Φ е резултантен магнитен поток на двигателя, Wb;
 w_1 – брой на навивките на една фаза на статорната намотка;
 f_1 – честотата на захранващото напрежение, Hz;
 k_w – намотъчен коефициент.

Ако пренебрегнем активното съпротивление на статорната намотка, можем да приемем, че

$$(7.12) \quad U \approx E_1 = c f_1 \Phi,$$

където $c = 4,44k_w w_1$.

От уравнение 4 определяме

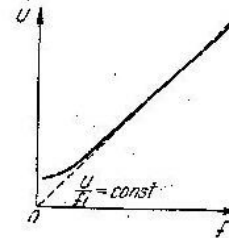
$$(7.13) \quad \Phi \approx \frac{U}{c f_1}.$$

Следователно, за да запазим постоянен магнитен поток при всички честоти, е необходимо едновременно с честотата да се изменя напрежението на статора, така че отношението да се запази константно:

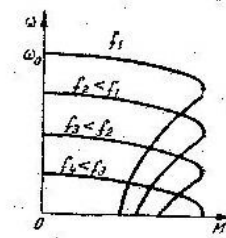
$$(7.14) \quad \frac{U}{f_1} = const.$$

Критичният момент на двигателя при честотно регулиране се запазва приблизително постоянен само при високи честоти, за които активното съпротивление на статора R_1 е значително по-малко от индуктивното X_k и можем да го пренебрегнем. При ниски честоти влиянието на активното съпротивление се увеличава вследствие на намаляването на $X_k = 2\pi L_1 f_1$ с намаляването на честотата. Влиянието на пада от напрежение в статора довежда до намаляването на M_k . За получаване на постоянен критичен момент M_k и при ниски честоти е необходимо да се компенсира падът на напрежението в активното съпротивление на статора, като напрежението на статора се намалява в по-ниска степен в сравнение с честотата, фиг. 7.6.

Механичните характеристики на асинхронен двигател при честотно регулиране с компенсация на пада на напрежението в активното съпротивление на статора са показани на фиг. 7.7. С намаляване на честотата пусковият



Фиг. 7.6



Фиг. 7.7

момент M_n на двигателя отначало се увеличава и при по-нататъшното намаляване на честотата се намалява. Влиянието на честотата върху пусковия момент зависи от големината на активните съпротивления в статора и във веригата на ротора.

При проектиране на електрозадвижване с честотно регулиране е необходимо да се осигури такова съотношение между напрежението и честотата, което би създавало оптимални условия за работа на електродвигателя по отношение на допустимото нагряване и на запазването на постоянна претоварваща способност при всички стойности на честотата и товара. За идеален асинхронен двигател с активно съпротивление на статора $R_1 = 0$ и не наситена магнитна верига оптималният режим на работа за всички честоти и товари се осигурява при спазването на следния закон:

$$(7.15) \quad \frac{U}{U_n} = \frac{f}{f_n} \sqrt{\frac{M}{M_n}}$$

При управление на асинхронния двигател по този закон са в сила следните съотношения:

$$(7.16) \quad \frac{\Phi}{\Phi_n} = \sqrt{\frac{M}{M_n}}; \quad \frac{I_a}{I_n} = \frac{\Phi}{\Phi_n} \sqrt{\frac{M}{M_n}}; \quad \frac{P}{P_n} = \frac{f}{f_n} \frac{M}{M_n}.$$

Както се вижда от уравнение 7, изменението на напрежението при регулиране чрез изменение на честотата на захранващия ток се определя от вида на статичния момент $M_c = f(\omega)$.

При постоянен момент на статичното съпротивление $M_c = const$ получаваме изразите:

$$(7.17) \quad \frac{U}{f} = \frac{U_n}{f_n} = const;$$

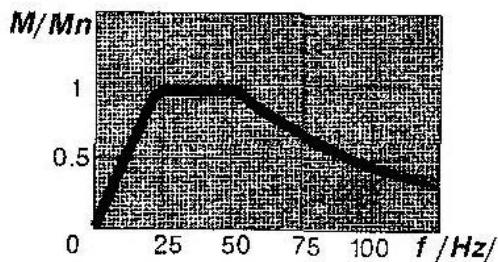
$$(7.18) \quad \frac{\Phi}{\Phi_n} = const; \quad \frac{I}{I_n} = const; \quad \frac{P}{P_n} = \frac{f}{f_n}$$

При натоварване с постоянна мощност - $P = const$ се спазват следните съотношения:

$$(7.19) \quad \frac{U}{\sqrt{f}} = const;$$

$$(7.20) \quad \frac{\Phi}{\Phi_n} = \sqrt{\frac{f_n}{f}}; \quad \frac{I}{I_n} = \sqrt{\frac{f}{f_n}}; \quad \frac{P}{P_n} = const.$$

Електромеханичната характеристика при честотно регулиране на скоростта е показана на фиг. 7.8.

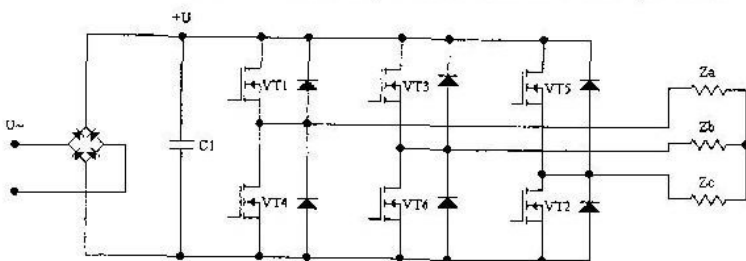


Фиг. 7.8

Регулирането на скоростта е възможно както под, така и над номиналната скорост.

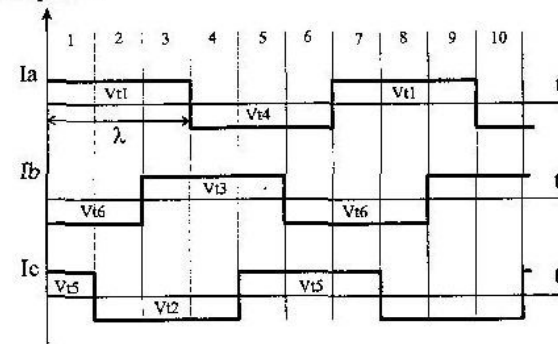
7.4. Трифазен инвертор на напрежение, предназначен за честотно регулиране на скоростта на асинхронен двигател

В електрозадвижванията на асинхронните двигатели се използват както автономни инвертори на ток (за големи мощности), така и автономни инвертори на напрежение за средни и малки мощности. Принципната схема за получаване на трифазна система от напрежения е показана на фиг. 7.9.



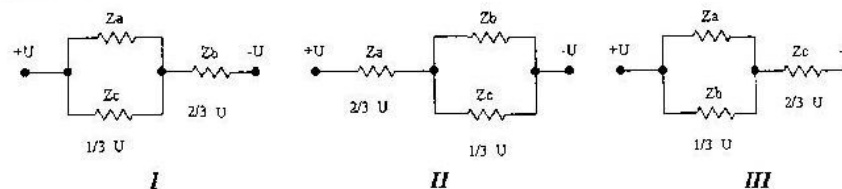
Фиг. 7.9

Времедиаграмата на токовете при ъгъл на проводимост на транзисторите $\lambda = T/2 = 180^\circ$ е показана на фиг. 7.10. От всичките 6 транзистора във всеки момент са включени три, по два от анодната група и един от катодната или обратно.



Фиг. 7.10.

За определяне формата на напрежението върху товара е необходимо периодът T да се раздели на шест подинтервала. В първия интервал началата на фазите А и С са включени към $+U$, а началото на фаза В към $-U$. Ако съпротивлението на трите фази е еднакво, то еквивалентното съпротивление на фазите А и С ще бъде два пъти по-малко от съпротивлението на фаза В. Това означава, че напрежението на паралелно свързаните фази А и С ще бъде два пъти по-малко от това на фазата В, т.е. ще има стойност $1/3 U$. На фиг. 7.11 са показани еквивалентните заместващи схеми на включване на фазовите намотки от статора на двигателя за първите три интервала от времедиаграмата на токовете.



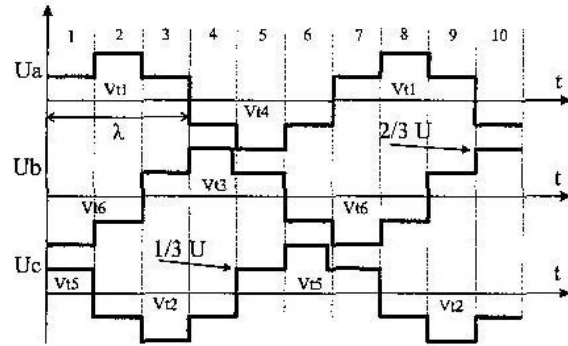
Фиг. 7.11

Във втория интервал продължават да бъдат включени транзисторите VT1 и VT6, а с изключването на VT5 се включва транзисторът VT2. В третия интервал се изключва транзисторът VT6, а се включва VT3 (VT1 и VT2 остават включени).

Фазите А и В са включени паралелно. Схемите на включване за 4,5 и 6 са аналогични на 1,2 и 3, но с друга полярност на началните фази.

От всичко казано дотук може да се направят следните изводи:

- ❖ Товарът се захранва с трифазно променливо напрежение, като максимумите на това напрежение са изместени на една трета от периода на регулируемата честота;
- ❖ Върху товара се получава стандартна система от трифазни напрежения, но с не синусоидална форма, показана на фиг. 7.12.



Фиг. 7.12

Алгоритъма за превключване на транзисторите на инвертора с цел получаване на трифазно напрежение е следният: [5,6,1]; [6,1,2]; [1,2,3]; [2,3,4]; [3,4,5]; [4,5,6]; [5,6,1].

7.5. Векторно регулиране на скоростта на асинхронен двигател. Преобразование на Кларк и преобразование на Парк

Векторното управление представлява управление на статорния ток, представен като един вектор. Този контрол се основава на проекциите, които трансформират една трифазна определена във времето и скоростта система в двукоординатна (по d и q координати) инвариантна във времето система. За векторното управление е необходимо задаването на две константни входни величини: входна компонента на въртящия момент (проектираща се върху q координатата) и входна компонента за потокосцеплението на ротора на двигателя (проектираща се върху d координатата). По този начин векторното управление решава класическите схемни проблеми по следния начин:

- лесно постигане на константните величини (компоненти на въртящия момент и на потокосцеплението на статорния ток);
- лесно регулиране на въртящия момент, защото в координатната система (d,q) изразът за въртящия момент е следният:

$$(7.21) \quad m \approx \psi_R i_{sq}$$

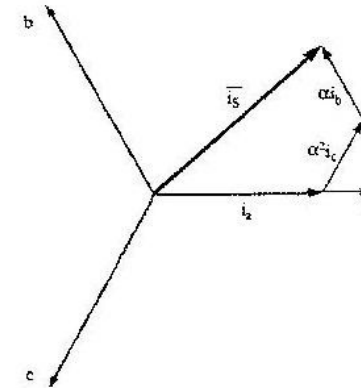
С поддържането на амплитудата на роторното потокосцепление (ψ_R) като фиксирана стойност ние постигаме линейна зависимост между въртящия момент и неговата компонента (i_{sq}). Следователно можем да управляваме въртящия момент, чрез управление на моментната компонента на вектора на статорния ток.

Дефиниране на пространствения вектор и на неговите проекции

Трифазното напрежение, токовете и потокосцеплението на асинхронните двигатели могат да бъдат анализирани посредством комплексния пространствен вектор. В съответствие с моментните стойности на тока i_a, i_b, i_c в статорните намотки комплексният вектор на статорния ток се дефинира по следния начин:

$$(7.22) \quad \bar{i}_s = i_a + \alpha i_b + \alpha^2 i_c,$$

където $\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ и $\alpha^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$ са пространствени оператори. На фиг. 7.13 е показан статорният комплексен пространствен вектор на тока,



Фиг. 7.13

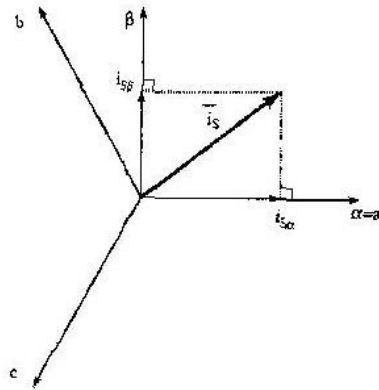
където (a,b,c) е трифазната координатна система.

Този пространствен вектор описва трифазната синусоидална система. Той е необходимо да се трансформира в двуосна инвариантна във времето координатна система. Тази трансформация се извършва последователно на две стъпки:

- $(a,b,c) \Rightarrow (\alpha, \beta)$ (трансформация на Кларк), чийто изходен сигнал се получава в двукоординатна вариантна във времето система;
- $(\alpha, \beta) \Rightarrow (d, q)$ (трансформация на Парк), чийто изходен сигнал се получава в двукоординатна инвариантна във времето система.

Проекция на $(a, b, c) \Rightarrow (\alpha, \beta)$ (Трансформация на Кларк)

Пространственият вектор се трансформира в двусна ортогонална координатна система с оси (α, β) . Приемайки, че осите a и b са в едно и също направление, получаваме следната векторна диаграма, фиг. 7.14.:



Фиг. 7.14

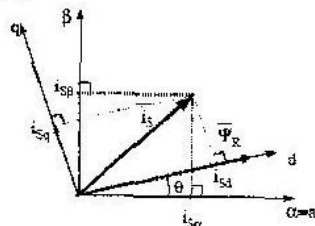
Проекциите, които изменят трифазната система в декартова (α, β) координатна система, са посочени в системата уравнения:

$$(7.23) \quad \begin{cases} i_{s\alpha} = i_a \\ i_{s\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} i_a + \frac{2}{\sqrt{3}} i_b \end{cases}$$

Ние получаваме двукоординатна система, която е във функция от времето и скоростта.

Проекция на $(\alpha, \beta) \Rightarrow (d, q)$ (Трансформация на Парк)

Това е най-важната трансформация във векторното управление. Тази проекция преобразува двуфазната ортогонална система (α, β) в d, q въртяща се опорна рамка. Ако приемем, че d оста съвпада с роторното потокосцепление, следващата диаграма показва (фиг. 7.15) вектора на тока и неговата връзка с двете координатни системи,



Фиг. 7.15

където θ е моментната позиция на роторното потокосцепление. Компонентите на вектора на тока, тази на въртящия момент и на потокосцеплението се определят от следните уравнения:

$$(7.24) \quad \begin{cases} i_{sd} = i_{s\alpha} \cdot \cos \theta + i_{s\beta} \cdot \sin \theta \\ i_{sq} = -i_{s\alpha} \cdot \sin \theta + i_{s\beta} \cdot \cos \theta \end{cases}$$

Тези компоненти зависят от координатите на вектора на тока в (α, β) и от позицията на роторното потокосцепление. Със зададени i_{sd} (компонента на потокосцеплението) и i_{sq} (компонента на въртящия момент) директното регулиране на въртящия момент става възможно и лесно.

Проекция на $(d, q) \rightarrow (\alpha, \beta)$ (Обратна трансформация на Парк).

В следващата система от уравнения е представена трансформацията на напреженията, която преобразува напреженията от въртящата се рамка (d, q) в двуфазна ортогонална система:

$$(7.25) \quad \begin{cases} v_{s\alpha ref} = v_{sdref} \cos \theta - v_{sqref} \sin \theta \\ v_{s\beta ref} = v_{sdref} \sin \theta + v_{sqref} \cos \theta \end{cases}$$

Исходните сигнали, получени след това преобразуване, представляват компонентните на опорния вектор на напрежението, който означаваме с \bar{V}_r , това е пространственият вектор на напрежението, който се прилага на трите фази на двигателя.

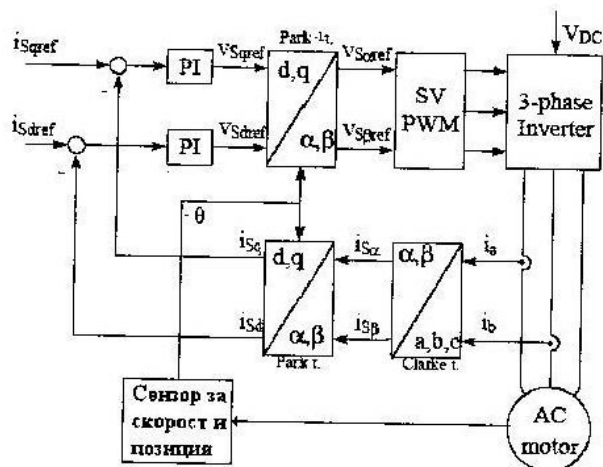
7.6. Структурна схема на системата за векторно управление с ПИ-регулатор

Схемата на фиг. 7.16 показва базовата структура на система за векторно управление на АД. Измерват се два от фазовите токове на двигателя и резултатите от измерването захранват модула за трансформацията на Кларк. На изхода на модула за трансформацията на Парк се получават координатите на вектора на тока във въртящата се рамка (d, q) . На входовете на сумиращите устройства постъпват зададените стойности за потокосцеплението i_{sdref} и за въртящия момент i_{sqref} . Следват блоковете на два ПИ - регулатора (PI).

Следва модулт за обратната трансформация на Парк. Като изходни сигнали от последния се получават управляващите сигнали за пространствено векторния широчинно-импулсен модулатор SV PWM. Исходните сигнали на този модулатор управляват трифазния инвертор на напрежение.

Позицията на ротора на двигателя се измерва най-често с помощта на оптоелектронен инкрементален сензор за скорост и от този сензор се получава

стойността на θ . Тези модули за векторно управление на асинхронен двигател се реализират с помощта на цифров сигнален процесор DSP.



Фиг. 7.16

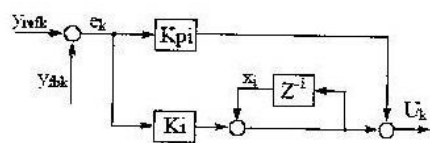
Пропорционално интегрален регулатор

Пропорционално - интегралният регулатор е подходящ за регулиране на въртящия момент и на потокосцеплението след сравнението им със зададените стойности. Настройката на пропорционалната съставка се извършва с коефициента K_{pi} , а на интегралната съставка с коефициента K_i .

Уравнението на пропорционално - интегралния закон за регулиране в цифров вид може да бъде представено по следния начин:

$$(7.26) \quad U_k = K_{pi} e_k + K_i e_k + \sum_{n=0}^{k-1} e_n$$

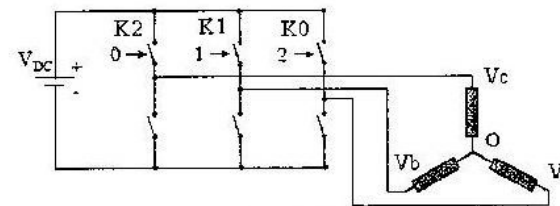
Структурата на цифровия пропорционално - интегрален регулатор е показана на фиг. 7.17.



Фиг. 7.17

7.7. Алгоритъм за пространствено векторно управление на ШИМ, предназначен за трифазен инвертор на напрежение

Структурната схема на трифазен инвертор на напрежение е показана на фиг. 7.18, където V_A, V_B, V_C са напреженията, приложени към свързаните в звезда трифазни намотки на двигателя, а V_{DC} постоянното напрежение, което е приложено на входа на инвертора.



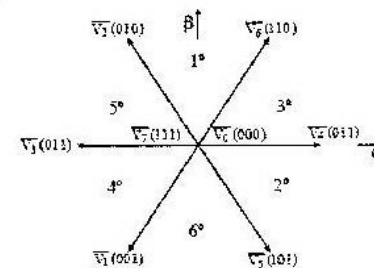
Фиг. 7.18

Шестте ключа могат да бъдат реализирани с ВЈТ, GTO, IGBT, MCT транзистори. Последователността на включеното и изключеното състояние на тези транзистори трябва да отговаря на следните условия:

- Три от тези ключове трябва да са винаги включени и три изключени.
- Горен и долен ключ от едно и също рамо на моста се управляват от комплементарни сигнали.

Векторно - пространствена широчинно-импулсна модулация (ШИМ).

Векторно - пространствената ШИМ (ВПШИМ) захранва асинхронния двигател с необходимите фазови напрежения. Този метод удовлетворява необходимата последователност на включване на транзисторите и минимизира хармоничния състав на напреженията. Хармоничният състав определя загубите в медните части на двигателя, които представляват голяма част от загубите в машината. При този метод се реализират шест възможни комбинации за управление на ключовите елементи. Тези осем комбинации за включване определят осем конфигурации на фазовите напрежения. Тези комбинации са показани на фиг. 7.19.

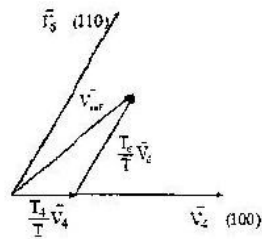


Фиг. 7.19

ВПШИМ - векторите разделят равнината на шест сектора. В зависимост от сектора, в който се намира векторът на опорното напрежение, се избират два съседни вектора.

Двоичното представяне на двата съседни базови вектора се отличава само с един бит. По този начин само един от горните транзистори се включва, когато ключовият модел се предвижда от един вектор към съседния.

Двата вектора имат една и съща времева продължителност по време на избрания период T за получаване на желаното изходно напрежение. Да предположим, че опорният вектор V_{ref} е в сектор 3° , тогава ще имаме следната зависимост от комбинацията на съседните вектори, фиг. 7.20,



Фиг. 7.20

където T_4 и T_6 са времената, през които векторите V_4 и V_6 са приложени, T_0 е времето, през което са приложени нулевите вектори.

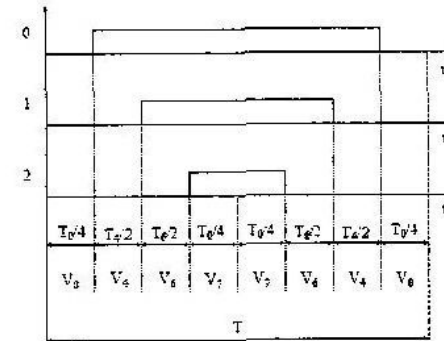
Когато опорното напрежение (изходът на инверсната трансформация на Парк) и периодът на дискретизация са известни, следващата система от уравнения дава възможност за определяне на времевите интервали T_4 , T_6 и T_0 .

$$(7.27) \quad \begin{cases} T = T_4 + T_6 + T_0 \\ \vec{V}_{ref} = \frac{T_4}{T} \vec{V}_4 + \frac{T_6}{T} \vec{V}_6 \end{cases}$$

От поставените ограничения местоположението на опорния вектор се намира във вътрешността на един шестоъгълник, чиито върхове се формират от върховете на осем вектора.

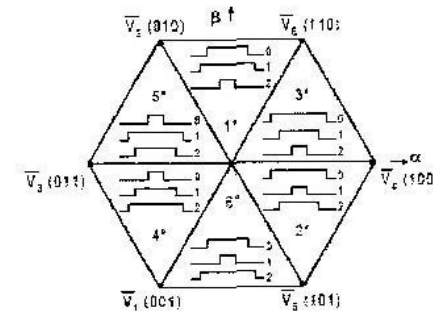
Генерираните пространствено векторни сигнали са симетрични по отношение на средата на всеки ШИМ - период.

На фиг. 7.21 е показана диаграмата на сигналите в разгледания по-горе пример за сектор 3.



Фиг. 7.21

Следващата диаграма показва модела на ВПШИМ за всеки сектор, фиг. 7.22.



Фиг. 7.22

В заключение може да се каже, че входни сигнали за ВПШИМ са компонентите на опорния вектор (V_{asr} , V_{bsr}), а изходните сигнали определят времената за прилагането във всеки сектор на съответните вектори.

ВЪВЕДЕНИЕ В ЦИФРОВИТЕ СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ

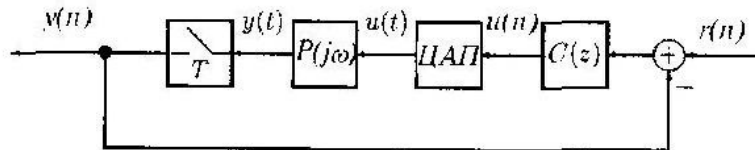
8.1. Методи за проектиране на цифрови системи

На нас са ни необходими знания за проектирането на цифрови системи за управление в следните случаи:

- Системата, която искаме да управляваме, е цифрова като готова разработка;
- Системата за управление е аналогова и ние искаме да я заменим с цифров контролер, включващ аналогово-цифров преобразувател (АЦП) и цифрово-аналогов преобразувател (ЦАП) на една платка.

Следващото въведение се отнася за втория случай.

Цифровите системи включват много често операцията квантуване. Измервателните и управляващите входове могат да обработват само дискретни величини. Например АЦП и ЦАП могат да въвеждат и извеждат данни само представени като цяло число, кратнo на най-младшия значещ бит. Ние ще предположим, че стъпките на квантуване са малки и няма да ги разглеждаме тук. Една затворена система за автоматично управление има структура, показана на фиг. 8.1.



Фиг. 8.1

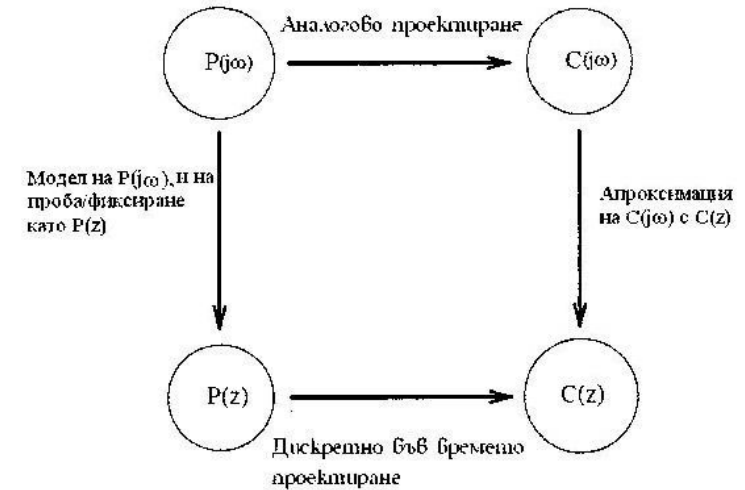
Математическото описание на операцията, извършвана от ЦАП, е известна като фиксиране от нулев ред (Zero-order hold - ZOH). Операцията на преобразуване, извършвана от АЦП, има период на дискретизация с продължителност T . В тази конфигурация зададената входна величина е представена като дискретен във времето сигнал.

В зависимост от приложението това може да бъде дискретна във времето величина (генерирана от компютър) или непрекъсната във времето величина (задавана от потенциометър).

Методи на проектиране

- Проектиране на аналогов контролер $C(j\omega)$ за обекта $P(j\omega)$ и след това извършване на апроксимация, с цел постигането на приблизителното равенство $C(z) \approx C(j\omega)$.
- Моделиране на комбинацията от дискретизатор, обекта за управление и на фиксатора от нулев ред (ZOH) като една дискретна във времето система. С други думи, проектиране $C(z)$ за $P(z)$.

Тези методи са илюстрирани на следващата фигура 8.2.

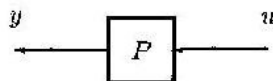


Фиг. 8.2

Съществуват потенциални проблеми при всяко едно от тези преобразувания. Получаването на $C(z)$ посредством апроксимирането на проектирания аналогов регулатор $C(j\omega)$ ще въведе грешки. Това може да влоши характеристиките и да понижи устойчивостта. Директното моделиране на $P(z)$ ще подобри устойчивостта на системата. Все пак това може да даде представа какво е поведението на обекта между две последователни измервания. Ако обектът на управление е непрекъснат във времето, ние се интересуваме от неговото поведение през цялото време, не само в моментите на дискретизация.

8.2. Диференциални уравнения

Следва обсъждането на дискретните във времето системи, фиг. 8.3.



Фиг. 8.3

Входният сигнал u може да бъде представен като една поредица от стойности:

$$(8.1) \quad u = \{u(0), u(1), u(2), \dots, u(n), \dots\}.$$

По същия начин и изходният сигнал y ще има вида

$$(8.2) \quad y = \{y(0), y(1), y(2), \dots, y(n), \dots\}.$$

В тази система връзката между входната и изходната величина може да бъде изразена по следния начин:

$$(8.3) \quad y(n) = f[u(n), u(n-1), \dots, u(0), y(n-1), \dots, y(0)],$$

където $f(\cdot)$ е функционалният модел на системата. Ние ще предполагаме, че:

- системата е линейна и инвариантна във времето;
- изходният сигнал в момента nT зависи само от краен брой предишни стойности на входната и на изходната величина.

Можем също да запишем модела на тази система като едно диференциално уравнение:

$$(8.4) \quad y(n) = -a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) \dots - a_m y(n-m) + b_0 u(n) + b_1 u(n-1) \dots + b_m u(n-m).$$

Знаейки последователността от стойности на входната величина u и началните условия, ние можем да решим това диференциално уравнение и да определим стойността на y .

8.3. Z – трансформация

Z - трансформацията на последователност от стойности y се означава по следния начин:

$$(8.5) \quad y(z) = Z\{y\}$$

и се дефинира по следния начин:

$$(8.6) \quad y(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n},$$

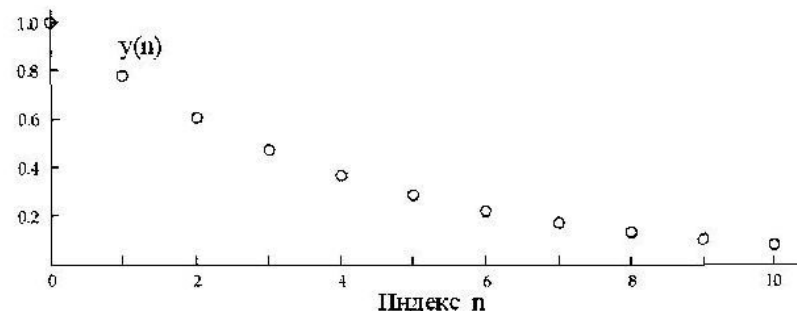
където z е комплексно число. Отнася се само за тези точки от комплексната равнина, които са включени в областта

$$(8.7) \quad r_0 < |z| < R_0.$$

Като пример да разгледаме последователността

$$(8.8) \quad y(n) = \begin{cases} 0 & \text{за } n < 0 \\ e^{-anT} & \text{за } n \geq 0 \end{cases}.$$

Един пример за такъв сигнал (със стойности за $a = 0,25$ и $T = 1$) е показан на фиг. 8.4.



Фиг. 8.4

От дефиницията за тази трансформация се получава:

$$(8.9) \quad \begin{aligned} y(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} e^{-anT} \cdot z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-aT} \cdot z^{-1})^n \\ &= \frac{1}{1 - e^{-aT} \cdot z^{-1}}, \quad \text{за } e^{-aT} < |z| < \infty, \\ &= \frac{z}{z - e^{-aT}}, \quad \text{за } e^{-aT} < |z| < \infty. \end{aligned}$$

Може да се отбележи, че познаването на областта на съсредоточаване е критична за възстановяване на оригиналния сигнал $y(n)$ от неговата Z - трансформация $y(z)$.

Нека като пример да възстановим сигнала $y(n)$, съответстващ на Z -трансформацията:

$$(8.10) \quad y(z) = \frac{z}{z - e^{-aT}}, \quad \text{за } |z| < e^{-aT}.$$

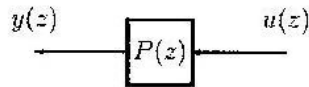
Друго полезно свойство на Z -трансформацията е нейното приложение за смяна на последователностите. Да разгледаме последователността $y(n)$, отместена надясно на l измервания. В периода на сигналите това е закъснение от l отчета.

$$(8.11) \quad \begin{aligned} Z\{y(n-l)\} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n-l)z^{-n}, \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} y(i)z^{-i-l}, \text{ след заместване на } i = n-l, \\ &= z^{-l} \sum_{i=-\infty}^{\infty} y(i)z^{-i} \\ &= z^{-l} y(z). \end{aligned}$$

Това свойство ще се ползва и при следващите анализи.

8.4. Предавателна функция на цифрово устройство за управление

Предавателна функция. Както и при непрекъснатите във времето системи предавателната функция представлява отношението на изходния към входния сигнал в трансформираната област. Следва обсъждането на дискретна във времето система, показана на фиг. 8.5.



Фиг. 8.5

Предавателната функция има следния вид:

$$(8.12) \quad P(z) = \frac{y(z)}{u(z)}.$$

Нека да се върнем към оригиналното диференциално уравнение за тази система, описано в предишните анализи:

$$(8.13) \quad \begin{aligned} y(n) &= -a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) \dots - a_n y(n-l) \\ &+ b_0 u(n) + b_1 u(n-1) \dots + b_m u(n-m). \end{aligned}$$

Умножавайки двете страни със z^{-n} и сумирайки около всички n , се получава:

$$(8.14) \quad \begin{aligned} y(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-a_1 y(n-1) \dots - a_n y(n-l) + b_0 u(n) \dots + b_m u(n-m))z^{-n} \\ &= -a_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n-1)z^{-n} \dots - a_n \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n-l)z^{-n} \\ &\quad + b_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n)z^{-n} \dots + b_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n-m)z^{-n} \\ &= a_1 z^{-1} y(z) \dots - a_n z^{-n} y(z) + b_0 u(z) \dots + b_m z^{-m} u(z). \end{aligned}$$

Прегрупирайки събираемите, получаваме

$$(8.15) \quad (1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}) y(z) = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}) u(z).$$

От последното уравнение получаваме предавателната функция

$$(8.16) \quad P(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}.$$

Това в действителност е един полином на z^{-1} . Ако $l \geq m$, ние можем да умножим по z^l числителя и знаменателя и ще получим

$$(8.17) \quad P(z) = \frac{b_0 z^l + b_1 z^{l-1} + \dots + b_m z^{l-m}}{z^l + a_1 z^{l-1} + \dots + a_n} = \frac{b(z)}{a(z)}.$$

Както и при непрекъснатите във времето функции корените на полинома в числителя

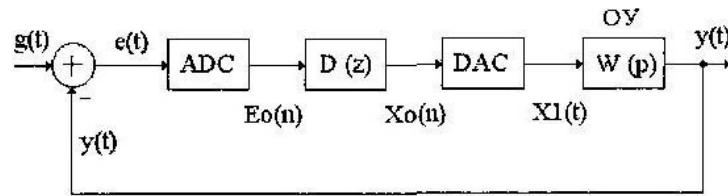
$$(8.18) \quad b(z) = 0$$

са нулите на предавателната функция. Корените на полинома в знаменателя

$$(8.19) \quad a(z) = 0$$

са полюсите на предавателната функция.

Структура на цифрова система за автоматично управление



Фиг. 8.6

Цифровото устройство за управление е представено в блоков вид с предавателна функция $D(z)$ на фиг. 8.6. Използваните означения са следните:

- ❖ ADC – аналогово - цифров преобразувател;
- ❖ $D(z)$ – диференциално уравнение, решавано от микропроцесора;
- ❖ DAC – цифрово - аналогов преобразувател;
- ❖ $W(p)$ – предавателна функция на обекта за управление (ОУ).

Използваните означения на сигналите за сумиращото устройство са следните:

- $g(t)$ – задаващо въздействие;
- $y(t)$ – управляван параметър;
- $e(t)$ – грешка на системата.

В този случай

$$(8.20) \quad e(t) = g(t) - y(t).$$

Предавателна функция на цифровото управляващо устройство

Тази функция представлява отношението на образите на изходната и входната величина за микропроцесорното устройство:

$$(8.21) \quad D(z) = \frac{X_o(z)}{E_o(z)} = \frac{b_s + b_{s-1}z + \dots + b_0z^s}{a_k + a_{k-1}z + \dots + a_0z^k},$$

където $E_o(z)$ и $X_o(z)$ са z - преобразуванията на дискретните функции $e_o(n)$ и $x_o(n)$. Необходимо е винаги да бъде изпълнено условието $k \geq s$. Нека разделим числителя и знаменателя на (z^k) . Тогава в граничния случай при $s = k$ получаваме

$$(8.22) \quad D(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_kz^{-k}}{a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_kz^{-k}}.$$

Ако се изпълни условието $a_0 = 1$, може да се получи линейният алгоритъм за работа на цифровото управляващо устройство:

$$(8.23) \quad x_o(n) = b_0e_o(n) + b_1e_o(n-1) + \dots + b_k e_o(n-k) - [a_1x_o(n-1) + a_2x_o(n-2) + \dots + a_kx_o(n-k)].$$

В съответствие с тези уравнения цифровото управляващо устройство представлява дискретен (цифров) филтър, свойствата на който се характеризират напълно с последните изрази.

Ако в установен режим (при $z = 1$) предавателната функция има крайна стойност $D(1) = k_0$, то това съответства на реализация на статично звено (дискретно).

Ако предавателната функция има вида

$$(8.24) \quad D(z) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_kz^{-k} = k_0(B_0 + B_1z^{-1} + \dots + B_kz^{-k}),$$

този филтър се нарича нерекурсивен и неговата импулсна характеристика затихва за k – такта. Ако коефициентите $k_0, B_0, B_1, \dots, B_k$ са цели числа, то в този случай

$$(8.25) \quad x_o(n) = k_0[B_0e_o(n) + B_1e_o(n-1) + \dots + B_ke_o(n-k)].$$

Исходната функция ще бъде винаги цяло число, кратно на k_0 , както в установен, така и в преходен режим.

Ако предавателната функция има вида

$$(8.26) \quad D(z) = \frac{k_0(B_0 + B_1z^{-1} + \dots + B_kz^{-k})}{1 + A_1z^{-1} + \dots + A_kz^{-k}},$$

тези филтри се наричат рекурсивни. Тяхната импулсна характеристика затихва за безкрайно дълго време.

8.5. Определяне на полюсите и нулите

Ние ще изследваме отношението между местоположението на полюсите в z – равнината и съответствието им във времевата област с няколко примера.

Като първи пример нека да разгледаме системата

$$(8.27) \quad P(z) = \frac{b_1z}{z - a_1} = \frac{b_1}{1 - a_1z^{-1}}.$$

Предполагаме, че входната величина $u(n)$ е единичен правоъгълен импулс при $n = 0$, т.е.

$$(8.28) \quad u(n) = \begin{cases} 0 & \text{за } n < 0 \\ \geq 1 & \text{за } n = 0 \\ 0 & \text{за } n > 0. \end{cases}$$

Сега изходният сигнал се получава от уравнението

$$(8.29) \quad y(z) = P(z) \cdot u(z).$$

Първата стъпка е определянето на $u(z)$. Лесно се установява, посредством дефиницията за Z -преобразуването, че в този случай

$$(8.30) \quad u(z) = 1.$$

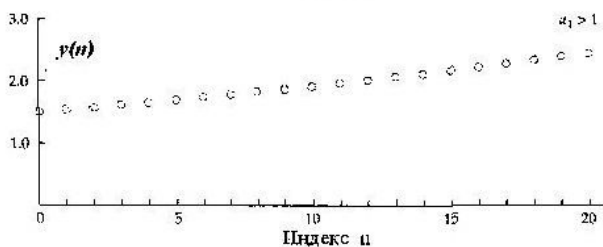
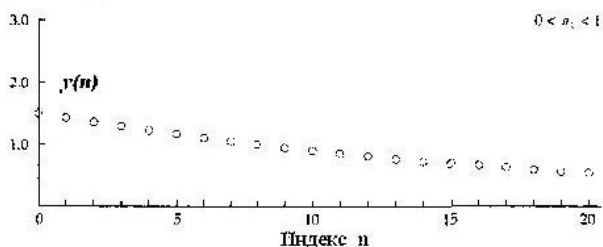
Следователно

$$(8.31) \quad y(z) = \frac{b_1 z}{z - a_1}$$

и за определянето на $y(n)$ ние трябва да определим обратната Z -трансформация на $y(z)$. С други думи

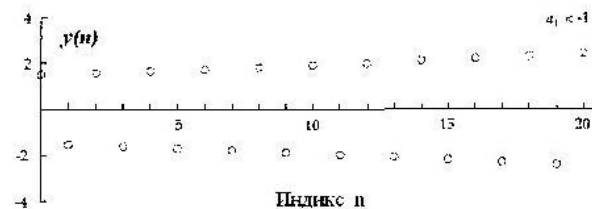
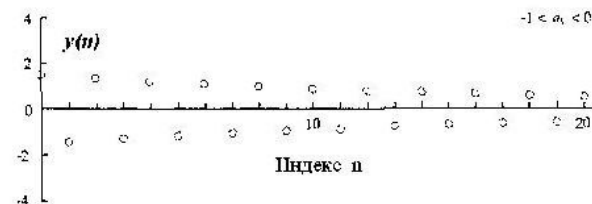
$$(8.32) \quad y(n) = Z^{-1}\{y(z)\} = b_1 a_1^n.$$

Ние можем да установим, че b_1 представлява машабен коефициент. Много по-трудно се определя стойността на a_1 . Определянето на стойностите за $a_1 > 0$ са показани на следващите фигури. Ще илюстрираме тези примери със стойност на $b_1 = 1,5$, фиг. 8.7.



Фиг. 8.7

На следващите две графики са илюстрирани случаите, при които стойността на $a_1 < 0$, фиг. 8.8.



Фиг. 8.8

От графиките се вижда, че за $|a_1| < 1$ съответствието намалява. Ако $|a_1| > 1$, съответствието се увеличава. Ако a_1 има отрицателна стойност то съответствието се редува по знак.

Ще направим и анализ на системата от втори ред. Нека

$$(8.33) \quad P(z) = \frac{N(z^{-1})}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}},$$

където $N(z^{-1})$ е полинома в числителя, зависещ от z^{-1} . Този израз може да се представи като сума от две събираеми:

$$(8.34) \quad P(z) = \frac{B}{1 - p \cdot z^{-1}} + \frac{B^*}{1 - p^* \cdot z^{-1}}.$$

Тук използваме B^* , за да покажем комплексно спрегнатата стойност на B . B е комплексно число и неговата стойност зависи от $N(z^{-1})$. Приемаме предположението, че двата полюса p и p^* са комплексно спрегната двойка. Нека си припомним, че те са корените на уравнението

$$(8.35) \quad z^2 + a_1 z + a_2 = 0.$$

Ако и двете стойности бяха реални числа, ние щяхме да отнесем този пример към предишния случай. Нека да изразим полюсите в полярни координати:

$$(8.36) \quad p = r \cdot e^{j\theta}, \quad p^* = r \cdot e^{-j\theta}, \quad \text{с } r > 0 \text{ и } 0 \leq \theta \leq \pi.$$

По същия начин можем да изразим и B съответно с неговата реална и имагинерна част:

$$(8.37) \quad B = \alpha + j\beta, \quad B^* = \alpha - j\beta.$$

Сега можем да извършим следните изчисления, без да се съобразяваме със стойността на входния импулс, по следния начин:

$$(8.38) \quad \begin{aligned} y(n) &= Z^{-1} \{P(z)u(z)\} \\ &= Z^{-1} \left\{ \left(\frac{B}{1-pz^{-1}} + \frac{B^*}{1-p^*z^{-1}} \right) 1 \right\} \\ &= (\alpha + j\beta) \cdot r^n e^{jn\theta} + (\alpha - j\beta) \cdot r^n e^{-jn\theta} \\ &= r^n \left[\alpha (e^{jn\theta} + e^{-jn\theta}) + j\beta (e^{jn\theta} - e^{-jn\theta}) \right] \\ &= r^n (2\alpha \cos n\theta - 2\beta \sin n\theta). \end{aligned}$$

Можем да направим извода, че във всички случаи изменението на $y(n)$ зависи от r , разстоянието на полюса от началото на координатната система. Ако $r < 1$, то стойността на функцията намалява, а ако $r > 1$, функцията се увеличава. Също така се вижда, че функциите \sin и \cos имат осцилиращ вид и ъгълът на полюса θ определя честотата на съответствието.

Като пример нека да разгледаме импулсната реакция на системата $P(z)$, представена по следния начин:

$$(8.39) \quad y(n) = r^n \cos n\theta, \quad c \ r > 0.$$

Сравнявайки с предишните анализи, виждаме, че

$$(8.40) \quad P(z) = \frac{0,5}{1-pz^{-1}} + \frac{0,5}{1-p^*z^{-1}},$$

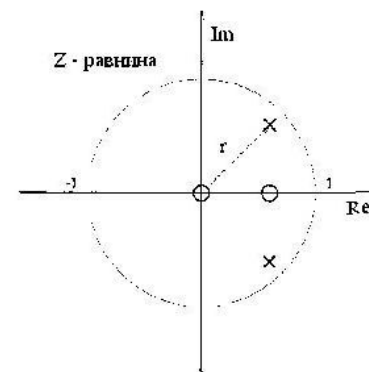
където отново $p = r \cdot e^{j\theta}$. Преобразувайки това уравнение, ние получаваме:

$$(8.41) \quad \begin{aligned} P(z) &= \frac{0,5(1-r \cdot e^{-j\theta} \cdot z^{-1}) + 0,5(1-r \cdot e^{j\theta} \cdot z^{-1})}{(1-r \cdot e^{j\theta} \cdot z^{-1})(1-r \cdot e^{-j\theta} \cdot z^{-1})} \\ &= \frac{1 - 0,5r(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \cdot z^{-1}}{1 - r(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \cdot z^{-1} + r^2 \cdot z^{-2}} \\ &= \frac{1 - r \cos \theta \cdot z^{-1}}{1 - 2r \cos \theta \cdot z^{-1} + r^2 \cdot z^{-2}} \end{aligned}$$

Можем да представим последното уравнение като полином от z :

$$(8.42) \quad P(z) = \frac{z(z - r \cos \theta)}{z^2 - 2r \cos \theta \cdot z + r^2}.$$

Да анализираме z - равнината с означените полюс и нула в графичен вид, показана на фиг. 8.9.



Фиг. 8.9

Може да се направи изводът, че ако $r < 1$ (т.е. полюсите са вътре в единичната окръжност), реакцията от импулса намалява. Една система с полюс извън единичния кръг има импулсна реакция, която нараства. Z - областта на намаляване и на нарастване на сигналите е илюстрирана на фиг. 8.10.



Фиг. 8.10

Можем да направим извода, че r определя степента на затихване на сигнала: колкото по-малка е стойността на r , толкова по-бързо е затихването. Броят на дискретите, необходими до затихването на сигнала до 1% от първоначалната му стойност, е показан в таблица 8.1.

Таблица 8.1

Радиус на полюса R	Продължителност на затихването (брой дискрети)
0,9	43
0,8	21
0,6	9
0,4	5

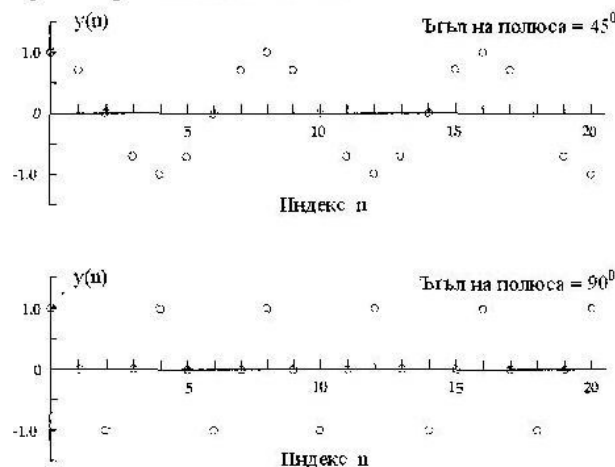
Ъгълът θ определя параметрите на предизвиканите осцилации. Ако реакцията е периодична с период N , тогава

$$(8.43) \quad \cos(\theta.n) = \cos(\theta(n+N)).$$

Това означава, че

$$(8.44) \quad N = \frac{2\pi}{\theta}.$$

Нека разгледаме следния пример с $\theta = \pi/2$ и $N = 4$, или с други думи, правят се по четири измервания за една осцилация на сигнала. Реакцията за няколко стойности на θ : $\theta = \pi/4$ и $\theta = \pi/2$ са показани на фиг. 8.11. Всяка графика е начертана при стойност на $r = 1$.



Фиг. 8.11

8.6. Дискретизация

Ще анализираме отношението между полюсите на сигнала в s -равнината, и полюсите в z -равнината на дискретните сигнали. Да разгледаме сигнала

$$(8.45) \quad y(t) = e^{-at}, \quad a > 0.$$

Трансформацията на Лаплас за функцията $y(t)$ е

$$(8.46) \quad y(s) = \frac{1}{s+a}.$$

Нека да разгледаме дискретизацията на този сигнал с период T :

$$(8.47) \quad y(k) = y(t)|_{t=nT} = e^{-a.nT} = (e^{-aT})^n,$$

а Z -трансформацията има следния вид:

$$(8.48) \quad y(z) = \frac{z}{z - e^{-aT}}.$$

Полюсът в s -равнината е равен на $s_1 = -a$ и съответства на полюса в z -равнината $z_1 = e^{-aT}$. Сега нека да разгледаме и затихващ синусоиден сигнал:

$$(8.49) \quad y(t) = e^{-at} \sin(\beta t).$$

В областта на Лаплас получаваме

$$(8.50) \quad y(s) = \frac{\beta}{(s+a)^2 + \beta^2},$$

като тази функция има следните полюси: $s_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$. При дискретизация с период T получаваме

$$(8.51) \quad y(k) = e^{-anT} \sin(\beta.nT),$$

$$(8.52) \quad y(z) = \frac{z^{-1} e^{-aT} \sin(\beta T)}{1 - z^{-1} 2e^{-aT} \cos(\beta T) + z^{-2} e^{-2aT}}.$$

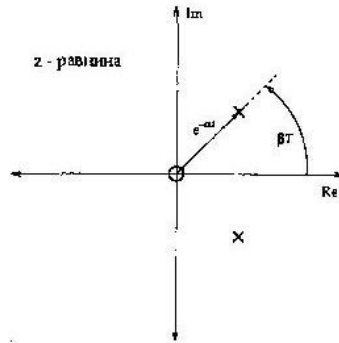
Сега нека да определим къде лежи полюсът на функцията $y(z)$. Той е равен на корен квадратен от знаменателя на горният полином;

$$(8.53) \quad z^2 - 2e^{-aT} \cos(\beta T).z + e^{-2aT} = 0.$$

Корените на този полином са равни на:

$$\begin{aligned}
 z_{1,2} &= e^{-\alpha T} \cos(\beta T) \pm \sqrt{e^{2\alpha T} \cos^2(\beta T) - e^{-2\alpha T}} \\
 &= e^{-\alpha T} \left(\cos(\beta T) \pm j \sqrt{1 - \cos^2(\beta T)} \right) \\
 (8.54) \quad &= e^{-\alpha T} \left(\cos(\beta T) \pm j \sin(\beta T) \right) \\
 &= e^{-\alpha T} e^{\pm j\beta T} \\
 &= e^{(-\alpha \pm j\beta)T}
 \end{aligned}$$

Полюсът в z -областта и нулевата позиция за този сигнал са показани на следващата фиг. 8.12.



Фиг. 8.12

Разгледаните примери илюстрират, че връзката между положението на полюса на един дискретен сигнал в z -областта и този в s -областта е следната:

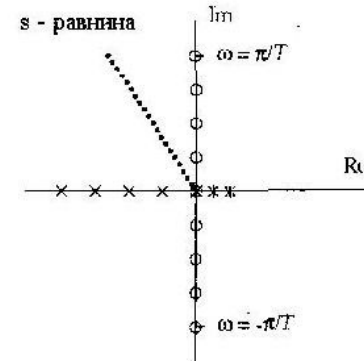
$$(8.55) \quad z_1 = e^{s_1 T}$$

Трябва да се отбележи, че положението на полюса в z -областта зависи от положението му в s -областта и от периода на дискретизация T .

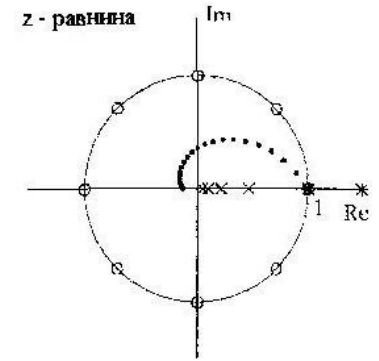
Забелязва се, че устойчивите сигнали в s -областта (реалната част (s_r) < 0) се изобразяват съгласно уравнение 4 в устойчив сигнал в z -областта ($|z_i| < 1$). Това което ще очакваме, е че дискретизирайки един сигнал това няма да доведе до промяна независимо дали той нараства или не.

Така ние изведохме логично и интуитивно характеристиките на един сигнал (честота, затихване и др.), на основата на полюсите в s -областта. Сега е интересно да видим къде се разполагат тези полюси след изпълнението на операцията дискретизация.

Това частично се илюстрира на следващите две фигури за различни положения на полюсите (фиг. 8.13 и фиг. 8.14).



Фиг. 8.13

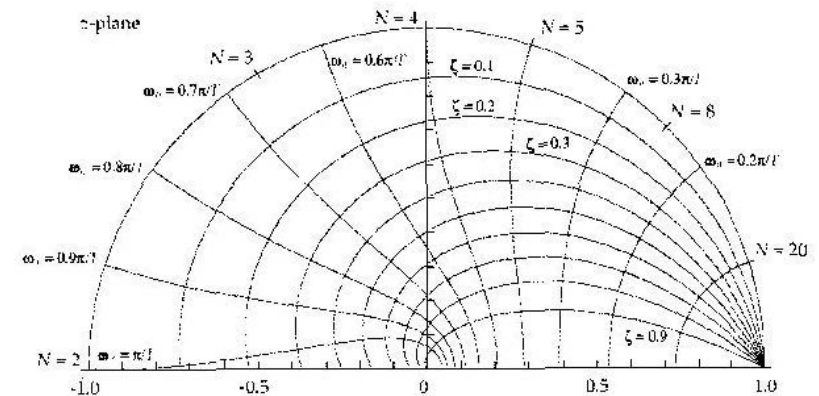


Фиг. 8.14

В s областта честотата се определя от разстоянието от координатното начало и затихването, което се определя от ъгъла по отношение на имагинерната ос. В z областта графиката е по-сложна.

Можем да обърнем внимание на факта, че в z -областта представата за честотата е в броя на отчетите за един период на сигнала. Ако ние променим периода на дискретизация T , променяме броя на отчетите за една осцилация и следователно променяме положението на полюсите в z -равнината.

Мястото на полюсите в z -равнината, съответстващи на дискретизирания сигнал за определена честота и затихване, са показани на фигура 8.15.



Фиг. 8.15

8.7. Представяне на непрекъсната функция в дискретен вид

Ние вече знаем, че сигналите с честоти от 0 до π/T радиана/ за секунда се чертаят върху единичния кръг чрез дискретизация. Ще разгледаме случая със сигнали с по-висока честота и като пример - сигнала със синусоидална форма:

$$(8.56) \quad y(t) = \sin \omega_1 t.$$

Този сигнал в областта на Лаплас има следния вид:

$$(8.57) \quad y(s) = \frac{\omega_1}{s^2 + \omega_1^2}.$$

Сигналят има полюси при $\pm j\omega_1$. Нека разгледаме дискретизирането на $y(t)$ за периода T :

$$(8.58) \quad y(n) = \sin \omega_1 nT,$$

и

$$(8.59) \quad y(z) = \frac{z \sin \omega_1 T}{z^2 - 2 \cos \omega_1 T z + 1}.$$

Полюсите на $y(z)$ са $e^{\pm j\omega_1 T}$.

Нека разгледаме случая, когато $\omega_1 > \pi/T$. Той се постига при следния избор на периода T :

$$(8.60) \quad T > \frac{\pi}{\omega_1}.$$

Еквивалентно за честотата на дискретизация

$$(8.61) \quad \frac{1}{T} = \frac{\omega_1}{\pi}.$$

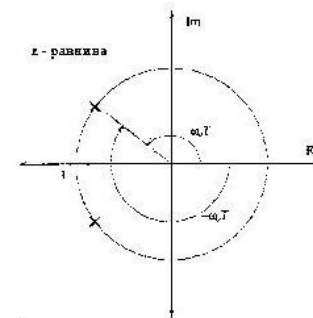
По-известен израз се получава, ако изразим честотата ω_1 в Херци:

$$(8.62) \quad f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \text{ Hz},$$

като ние разглеждаме случая когато,

$$(8.63) \quad \frac{1}{T} < 2f_1.$$

В този случай $\omega_1 T > \pi$ и полюсите са разположени на ъгъл по-голям от 180° градуса в областта на единичния кръг, фиг. 8.16.



Фиг. 8.16

Избирайки $\omega_1 T > \pi$, получаваме

$$(8.64) \quad e^{-j\omega_1 T} = e^{j(2\pi - \omega_1 T)}, \quad e^{j\omega_1 T} = e^{-j(2\pi - \omega_1 T)}.$$

Най-същественото тук е, че $(2\pi - \omega_1 T)$ лежи в интервала от 0 до 180° градуса. С други думи, образът на полюса е идентичен с този на синусоидата при ниски честоти ω_a , където

$$(8.65) \quad \omega_a T = 2\pi - \omega_1 T.$$

Еквивалентно, съответната честота ще бъде

$$(8.66) \quad \omega_a = \frac{2\pi}{T} - \omega_1.$$

Нека отбележим, че $2\pi/T$ е честотата на дискретизация.

Като пример се предполага, че синусоидалният сигнал има честота 60 Hz. Ако честотата на дискретизация е 100 Hz, тогава в z -областта това е незабележима разлика от сигнал с честота

$$(8.67) \quad \omega_a = 100 - 60 = 40 \text{ Hz}.$$

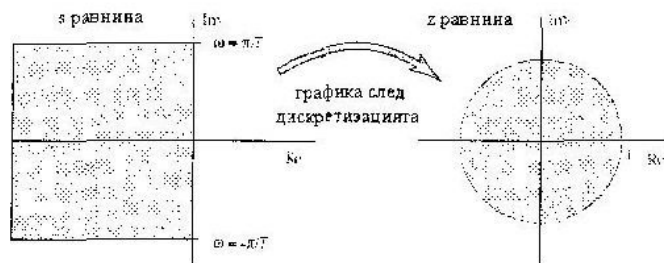
Ако честотата на дискретизация е 119 Hz, тогава очевидно честотата е

$$(8.68) \quad \omega_a = 119 - 60 = 59 \text{ Hz}.$$

Какво се случва, ако на единичния диск могат да се представят сигнали с честоти до $\frac{1}{2}$ от честотата на дискретизация. Тази честота се нарича обикновено честота на Найкуист. При дискретните операции полюсът в s -областта s_1 , трансформиран в z -областта се представя по следния начин:

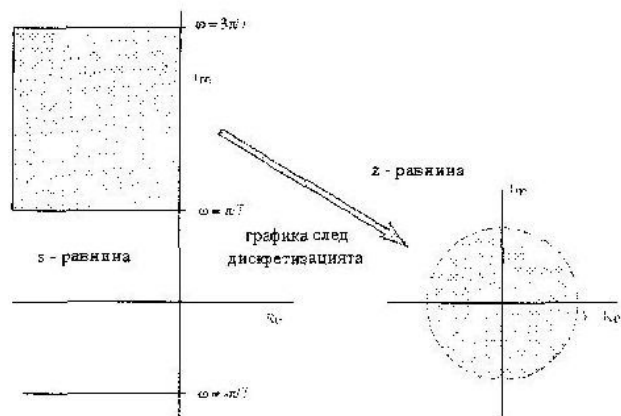
$$(8.69) \quad z_1 = e^{s_1 T}.$$

На фиг. 8.17 е показана трансформацията на хоризонтален сектор от $-j\pi/T$ в $j\pi/T$ в цялата z равнина.



Фиг. 8.17

По същия начин се чертаят и следващите сектори (от $j\pi/T$ до $j3\pi/T$) в цялата z равнина и се добавят към резултата, фиг. 8.18. Това е вярно и за безкрайно голям брой от $2\pi/T$ широки сектори над и под най-ниско честотния сектор.



Фиг. 8.18

Ако сигналът на дискретизация съдържа честотен компонент по-голям от честотата на Найкуист, то в този случай видът в z - областта е като на нискочестотен сигнал. Този ефект е известен като дуалност (aliasing).

Това означава, че сигналът има полюси в един от секторите, съответстващи на високочестотния диапазон. В z - областта ефектът на дуалността е двусмислен – ние не можем да кажем кой честотен интервал на оригиналния сигнал лежи в s - областта. Ако искаме да отстраним този ефект, трябва да филтрираме с нискочестотен филтър сигнала, преди да го дискретизираме, за да сме сигурни, че не съдържа компоненти с честота по-висока от тази на Найкуист. Филтрите за тази цел се наричат "anti-aliasing filters".

8.8. Честотно съответствие

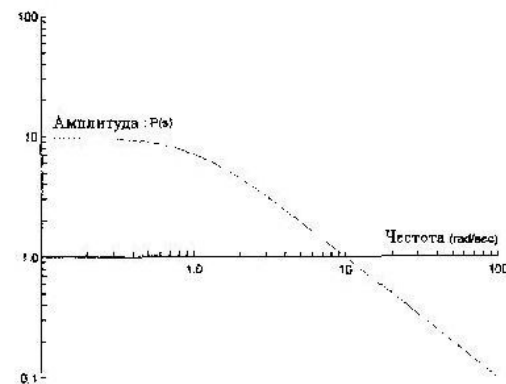
Да си припомним, че време честотният отклик се изчислява по формулата

$$(8.70) \quad P(s) \Big|_{s=j\omega},$$

за $-\infty \leq \omega \leq \infty$. В действителност ние обикновено приемаме, че $0 \leq \omega \leq \infty$. За диаграмите на Бод обикновено използваме логаритмични скали за усилването, фазата и честотата. Като пример системата

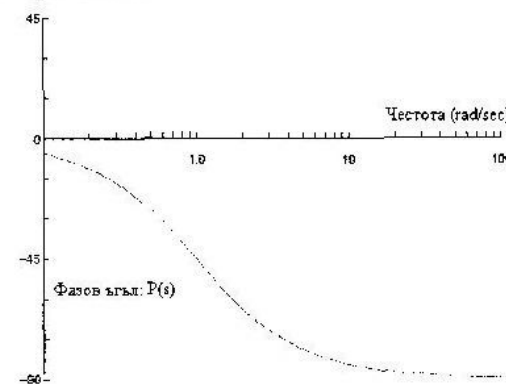
$$(8.71) \quad P(s) = \frac{10}{s+1}$$

има следната амплитудно-честотна характеристика, фиг. 8.19.



Фиг. 8.19

Съответната фазово-честотна характеристика с линеен мащаб за фазовия ъгъл е показана на фиг. 8.20.



Фиг. 8.20

Нека разгледаме случая с дискретния във времето сигнал. Ще направим изчисления за усилването и фазата на

$$(8.72) \quad P(z) \Big|_{z=e^{j\omega}}$$

Ще направим изчисления за усилването и фазата на $P(z)$ в единичния кръг. Както при непрекъснатия във времето сигнал, ще имаме предвид усилването и фазата при постъпване на синусоиден сигнал на входа. Функцията $P(e^{j\omega})$ е периодична функция от ω . Ако $\omega_1 = \omega_2 + n2\pi$ за всяко цяло число n , тогава следва

$$(8.73) \quad P(e^{j\omega_1}) = P(e^{j\omega_2}).$$

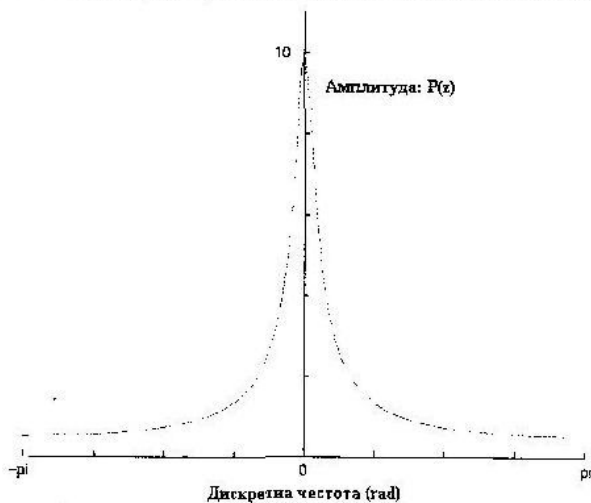
Тъй като цялата информация се съдържа в един период, съответната дискретна във времето честота най-често се чертае в интервала

$$(8.74) \quad -\pi \leq \omega \leq \pi.$$

Като пример нека да разгледаме дискретната във времето система

$$(8.75) \quad P(z) = \frac{z}{z - 0,9}$$

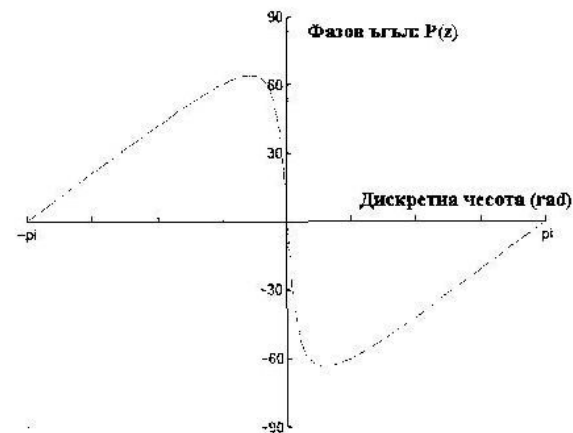
Амплитудно-честотната характеристика на тази система е показан на фиг. 8.21.



Фиг. 8.21

Дискретно - честотното съответствие често се чертае по линейна скала за честотата, особено в приложения на цифрови сигнални процесори. Скалата на

амплитудата на сигнала може да бъде линейна или логаритмична. Другото общо нещо е, че на фигурата се показват и положителната и отрицателната ос на честотата, въпреки че те отговарят на условията за симетрия. Фазово-честотната характеристика на последната система е показана на фиг. 8.22.



Фиг. 8.22

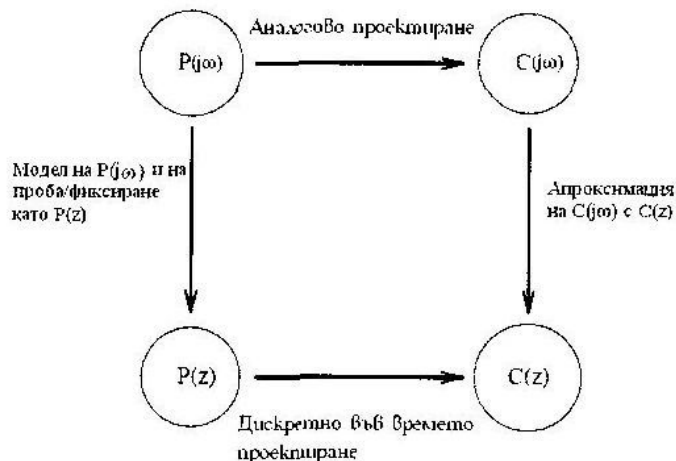
Ако продължим графиката за интервала на ω , който е по-голям от $-\pi$ до π , ние ще видим периодичното естество на дискретното честотно съответствие.

ЦИФРОВО ПРОЕКТИРАНЕ С АПРОКСИМАЦИЯ

9.1 Апроксимация с интегриране

Ще разгледаме проектирането на непрекъснатата във времето система и след това ще извършим дискретна във времето апроксимация на същата система.

Нека се върнем към графиката, разгледана в началото на тази секция. Идеята за апроксимация е следната - да се измени пътят от $P(s)$ до $C(z)$.



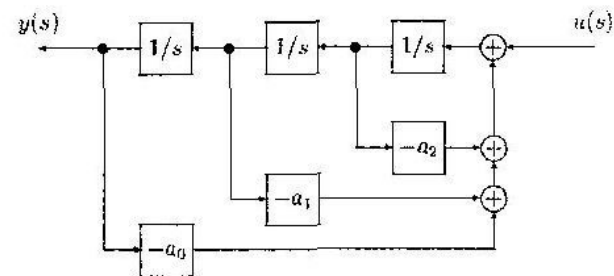
Фиг.9.1

Непрекъснатата във времето предавателна функция може да бъде реализирана чрез свързването на една верига от интегратори. Това е аналогично на метода, използван за програмиране на предавателната функция на един аналогов компютър.

Като пример нека да разгледаме предавателната функция

$$(9.1) \quad P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

Това уравнение е еквивалентно на следващата блокова схема, фиг. 9.2.

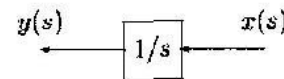


Фиг. 9.2

За да получим дискретна във времето апроксимация към $P(s)$, ние можем да заменим всеки интегратор ($1/s$ елемент) с дискретна във времето апроксимация на интегрирането. За да направим това, нека да разгледаме един интегратор,

$$(9.2) \quad y(t) = y(0) + \int_0^t x(\tau) d\tau,$$

със следната илюстрация, фиг. 9.3.

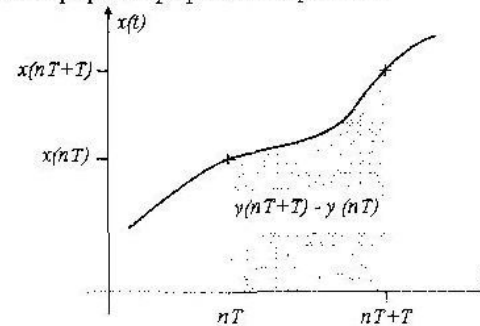


Фиг. 9.3

Исходният сигнал $y(t)$ за един период на дискретизацията T се получава от уравнението

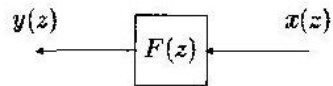
$$(9.3) \quad y(nT+T) = y(nT) + \int_{nT}^{nT+T} x(\tau) d\tau.$$

Уравнение 9.3 е илюстрирано графично на фиг. 9.4.



Фиг. 9.4

Сега е необходимо да намерим дискретната във времето апроксимация на този интеграл. Това може да се направи, като се намери дискретната във времето предавателна функция $F(z)$, апроксимираща интегрирането, фиг. 9.5.



Фиг. 9.5

Необходима е една апроксимация на $1/s$

$$(9.4) \quad \frac{1}{s} \approx F(z),$$

която лесно може да бъде преобразувана в апроксимация за s

$$(9.5) \quad s \approx F^{-1}(z).$$

Този израз може да бъде заменен в $C(s)$, за да се получи $C(z)$:

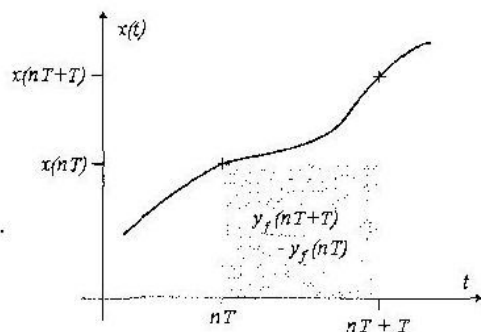
$$(9.6) \quad C(z) = C(s) \Big|_{s=F^{-1}(z)}.$$

Има много начини за извеждане на апроксимиращия образ на интегрирането и тук ще разгледаме най-популярните методи.

9.2. Метод на правата разлика

В този случай се използва апроксимация с правоъгълник за интегриране, фиг. 9.6:

$$(9.7) \quad y_f(nT+T) = y_f(nT) + T x(nT).$$



Фиг. 9.6

Използвайки Z трансформацията,

$$(9.8) \quad zy_f(z) = y_f(z) + Tx(z),$$

от което следва

$$(9.9) \quad \frac{y_f(z)}{x(z)} = \frac{T}{z-1}.$$

От последния израз следва, че интеграторът може да бъде представен със следната предавателна функция:

$$(9.10) \quad \frac{1}{s} \approx \frac{T}{z-1}.$$

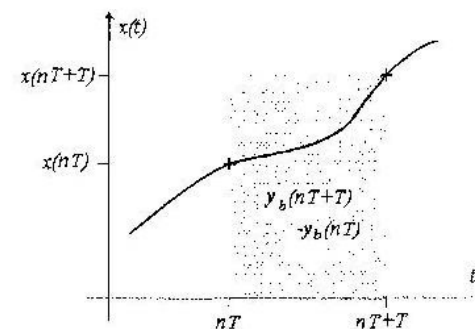
Това е равносилно на следното заместване за s в предавателната функция на непрекъснатата функция:

$$(9.11) \quad s = \frac{z-1}{T}.$$

Тази апроксимация е известна още като апроксимация на Ойлер.

9.3. Метод на обратната разлика

Една алтернативна апроксимация се получава с използването на $x(nT+T)$ вместо $x(nT)$ при метода на обратната разлика, фиг. 9.7.



Фиг. 9.7

В този случай следва

$$(9.12) \quad y_b(nT+T) = y_b(nT) + Tx(nT+T).$$

В Z областта се получава уравнението

$$(9.13) \quad zy_b(z) = y_b(z) + zTx(z),$$

което може да бъде прегрупирано в следната предавателна функция:

$$(9.14) \quad \frac{y_b}{x(z)} = \frac{Tz}{z-1} \approx \frac{1}{s}$$

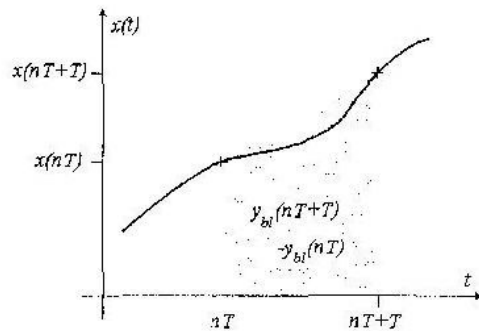
Използвайки заместването

$$(9.15) \quad s = \frac{z-1}{Tz}$$

получаваме тази апроксимация.

9.4. Трапецовиден метод

Очевидно, при този метод се използва трапецовидна апроксимация за интегриране. Този метод не е по-сложен от разгледаните вече методи на правата и обратната разлика. Методът е известен още като билinearна трансформация, името е дадено от математици като са имали предвид резултата от заместването, фиг. 9.8.



Фиг. 9.8

Апроксимацията на интегрирането се получава по следния начин:

$$(9.16) \quad y_{bt}(nT+T) = y_{bt}(nT) + Tx(nT) + (x(nT+T) - x(nT))T/2.$$

Отново използвайки Z - трансформацията, получаваме

$$(9.17) \quad zy_{bt}(z) = y_{bt}(z) + Tx(z) + \frac{T}{2}(z-1)x(z),$$

като последното уравнение лесно се преобразува във вида

$$(9.18) \quad \frac{y_{bt}(z)}{x(z)} = \frac{Tz+1}{2z-1} \approx \frac{1}{s}$$

Това се получава от заместването,

$$(9.19) \quad s = \frac{2z-1}{Tz+1}$$

Тази апроксимация на интегрирането е известна още с името на английския инженер, който първ я използва за тази цел – Tustin.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бесекерского, В. Микропроцесорные системы автоматического управления, Л., Мир, 1988.
2. Брунченко, А. и др. Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике, М. Радио и связь, 1982.
3. Гарипов, Е., Цифрови системи за управление, Ч. II, Проектиране на типови дискретни регулатори, С., ТУ, 2007.
4. Гунчев, Л. Автоматика и телемеханика, С., Техника, 1973.
5. Джордж, Ф. Основы кибернетики, М., Радио и связь, 1984.
6. Загаевский, Т., С. Мальзахер и др. Промышленная электроника, М., Энергия, 1976.
7. Захаров, В. Електронни устройства на автоматиката, С., Техника, 1980.
8. Зубов, В. Лекции по теории управления, М., Наука, 1975.
9. Иванов Св., С. Василева, Ръководство за лабораторни упражнения по Електронни регулатори, Пловдив, 2001.
10. Казьмерковский, М., А. Вуйцак, Схемы упавления и измерения в промышленной электронике. М., Энергоатомиздат, 1983.
11. Калоянов, Г. Автоматизация на производството и управлението С., Техника, 1992.
12. Каров, Р., Преобразувателна техника, С., Техника, 1994.
13. Ключев, В. Теория на електрозадвижането, С., Техника, 1989.
14. Минчев, Д. Автоматизирано електрозадвижане, С., Техника, 1974.
15. Опенхаим, А., Уилски А. и др. Сигнали и системи, С., Техника, 2002.
16. Томов, И., Марков С. и др. Микропроцесорни управляващи системи, С., Техника, 1986.
17. Царевски, В. Електронни регулатори, С., Техника, 1980.
18. Banks, S.P., Control Systems Engineering: Modelling and Simulation, Control Theory, and Microprocessor Implementation, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1986.
19. Bell, L. Industrial noise control fundamentals and applications, 2nd ed., rev. and expanded, New York : M. Dekker, ©1994.
20. Brockett, R.W., and J.L. Willems, "Discretized partial differential equations: examples of control systems defined on modules," Automatica 10(1974): 507-515.
21. Brogan, W.L., Modern Control Theory, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.
22. Coggan D. Fundamentals of Industrial Control, 2nd Edition, ISA, 2005.
23. Franklin G. Digital control of dynamic systems, Addison-Wesley, 1997, 3rd edition.
24. Fruechte, R.D., Application of Control Theory in the Automotive Industry, Interscience Enterprises, Geneve, 1983.
25. Fuller, A.T., "The early development of control theory, parts I and II," J. Dynamic Systems, Measurement, and Control 98(1976): 109-118 and 224-235.
26. Gamkrelidze, R.V., Principles of Optimal Control Theory, Plenum Press, New York, 1978.
27. Isidori, A., Nonlinear Control Systems, Third Edition, Springer-Verlag, London, 1995.
28. Jacobs, J. Industrial control Electronics, Prentice Hall, New Jery, 1988.
29. Kuo, B.C., Automatic Control Systems, Seventh Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995.
30. Levine, W. Control System Fundamentals, CRC Press, 1999.
31. Wang, Y., and E.D. Sontag, "Algebraic differential equations and rational control systems," SIAM J. Control and Opt. 30(1992): 1126-1149.