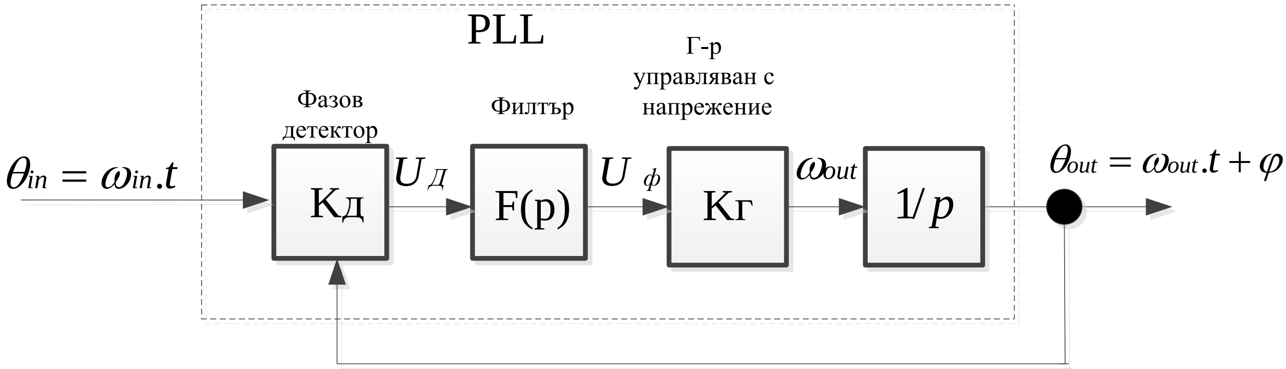
Фазово затворени контури (PLL) – предавателни функции, реализация в аналогов и цифров вид. Грешка в установен режим. Изменение на грешката при стъпално или линейно изменение на фазата или честотата. Примери за приложения на PLL.

Обща структурна схема и предавателни функции



предавателна функция на отворената система- $W_O = \dfrac{K_Д.K_Г.F(p)}{p}$;

предавателна функция на затворената система- $W_З = \dfrac{K_Д.K_Г.F(p)}{p + K_Д.K_Г.F(p)}$;

предавателна функция на грешката - $W_{Зer}(p) = W_{er}(p) = \dfrac{e(p)}{r(p)}$;

$$W_{зer}(p) = \frac{1}{1 + W_O(p)} = \frac{p}{p + K_Д.K_Г.F(p)};$$

тип на системата – определя се от $W_O = \dfrac{K_Д.K_Г.F(p)}{p}$;

Установена стойност на грешката при $t \to \infty$

$$e_{установено}(t) = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.e(p);$$

$e(p) = W_{Зer}(p).r(p)$ или в случая $e(p) = W_{Зer}(p).\theta_{in}(p) = \dfrac{p}{p + K_Д.K_Г.F(p)}.\theta_{in}(p)$

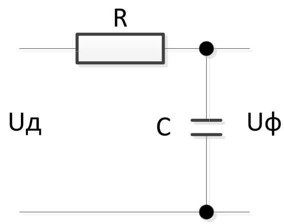
$$e_{установено}(t) = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.e(p) = \lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.F(p)}.\theta_{in}(p)\right)$$

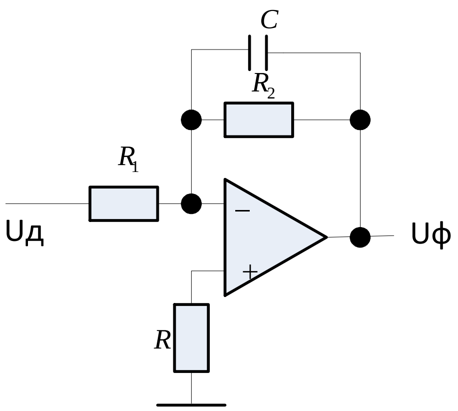
Следователно типът на системата и установената стойност на грешката зависят от предавателната функция на филтъра $F(p)$, която в общия случай има вида:

$$F(p)=\frac{\sum_{i=1}^{m} a^{i}.p^{i}}{\sum_{j=1}^{n} b^{j}.p^{j}} \qquad \text{при} \quad m<n \quad .$$

Например могат да се разгледат 3 вида филтри със съответните им предавателни функции:

Филтър 1:



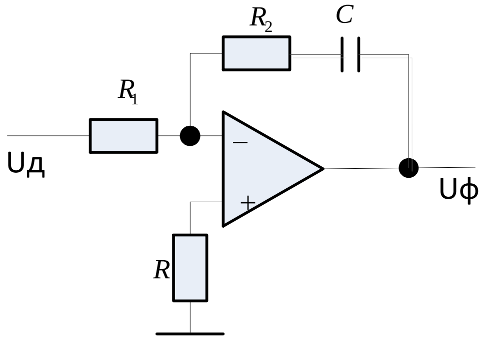


$$F(p)=\frac{k}{1+\tau.p}; \quad k=1; \tau=R.C$$

$$F(p)=\frac{k}{1+\tau.p}; \quad k=\frac{R_2}{R_1}; \tau=R_2.C$$

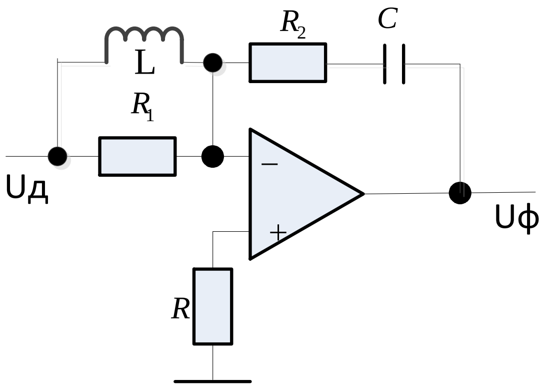
Тип на системата – 1, т.к. $W_O=\frac{K_Д.K_Г.F(p)}{p}=\frac{K_Д.K_Г.k}{p.(1+\tau.p)}$

Филтър 2:



$$F(p)=\frac{\tau_2.p+1}{\tau_1.p}; \quad \tau_2=R_2.C; \tau_1=R_1.C$$

Филтър 3:



$$F(p)=\frac{k.(\tau_2.p+1).(\tau_1.p+1)}{p^2};\quad k=\frac{1}{L.C};\tau_2=R_2.C;\ \tau_1=\frac{L}{R_1}$$

Разглеждат се 3 варианта на изменение на входната величина:

1. Стъпално изменение на фазата: $\theta_{in}(p)=\frac{\Delta\theta}{p}$;
2. Стъпално изменение на честотата (линейно изменение на фазата): $\theta_{in}(p)=\frac{\Delta\theta}{p^2}$;
3. Линейно изменение на честотата (квадратично изменение на фазата): $\theta_{in}(p)=\frac{\Delta\theta}{p^3}$.

Разглеждане на първия вариант за трите вида филтри:

$$e_{установено}(t)=e(\infty)=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{p\to 0}p.e(p)=\lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p+K_Д.K_Г.F(p)}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p}\right)=0$$

Разглеждане на 2 и 3 варианти за филтър 1:

Вариант 2:

$$e_{установено}(t)=e(\infty)=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{p\to 0}p.e(p)=\lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p+K_Д.K_Г.\frac{k}{1+\tau.p}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^2}\right)=const.$$

Вариант 3:

$$e_{установено}(t) = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.e(p) = \lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.\frac{k}{1+\tau.p}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^3} \right) = \infty$$

Разглеждане на 2 и 3 варианти за филтър 2:

Вариант 2:

$$e_{установено}(t) = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.e(p) = \lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.\frac{\tau_2.p+1}{\tau_1.p}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^2} \right) = 0$$

Вариант 3:

$$e_{установено}(t) = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.e(p) = \lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.\frac{\tau_2.p+1}{\tau_1.p}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^3} \right) =$$

$$= \lim_{p\to 0}\left(\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{\frac{p + K_Д.K_Г.\frac{\tau_2.p+1}{\tau_1.p}}{\frac{1}{p}}} \right) ...\textit{правило на Лопитал в знаменалеля}... = const.$$

Може и без Лопитал, като се преработи израза:

$$e_{установено}(t) = e(\infty) = lim_{t\to\infty} e(t) = lim_{p\to 0} p.e(p)$$
$$= lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.\frac{\tau_2.p+1}{\tau_1.p}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^3} \right)$$
$$= lim_{p\to 0}\left(\frac{\tau_1.p^3}{\tau_1.p^2 + K_Д.K_Г.(\tau_2.p+1)}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^3} \right) = const.$$

Разглеждане на 2 и 3 варианти за филтър 3:

Вариант 2:

$$e_{установено}(t) = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.e(p) = \lim{}_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.\dfrac{k.(\tau_2.p+1).(\tau_1.p+1)}{p^2}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^2}\right) = 0$$

Вариант 3:

$$e_{установено}(t) = e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p.e(p) = \lim{}_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.\dfrac{k.(\tau_2.p+1).(\tau_1.p+1)}{p^2}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^3}\right)$$

$$= \lim = \left(\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{\dfrac{p + K_Д.K_Г.k.\dfrac{(\tau_2.p+1).(\tau_1.p+1)}{p^2}.}{\dfrac{1}{p}}} \right) = ...\textit{правило на Лопитал в знаменателя}... = 0$$

Може и без Лопитал, като се преработи израза:

$$\begin{aligned} e_{\text{установено}}(t) &= e(\infty) = lim_{t\to\infty} e(t) = lim_{p\to 0} p.e(p) \\ &= lim_{p\to 0}\left(p.\frac{p}{p + K_Д.K_Г.\dfrac{k.(\tau_2.p+1).(\tau_1.p+1)}{p^2}}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^3}\right) \\ &= lim_{p\to 0}\left(\frac{p^4}{p^3 + K_Д.K_Г.k.(\tau_2.p+1).(\tau_1.p+1)}.\frac{\Delta\theta_{in}(p)}{p^3}\right) = 0 \end{aligned}$$

Установена стойност на грешката в табличен вид за разгледаните филтри и случаи:

Изменение на входа	Филтър 1, Тип на системата 1	Филтър 2, Тип на системата 2	Филтър 3, Тип на системата 3
Стъпално на фазата	0	0	0
Стъпално на честотата(линейно на фазата)	Константа	0	0
Линейно на честотата(квадратично на фазата)	Непрекъснато нараства $\rightarrow \infty$	Константа	0

Пример за цифрова реализация на трифазен PLL,базиран на моментната мощност, т.н. pPLL

$$p = v_a.i_a + v_b.i_b + v_c.i_c$$

В симетрична трифазна система $i_a + i_b + i_c = 0$, т.е. $i_b = -(i_a + i_c)$.

Следователно $p = (v_a - v_b).i_a + (v_c - v_b).i_c$

Входната трифазна система напрежения е:

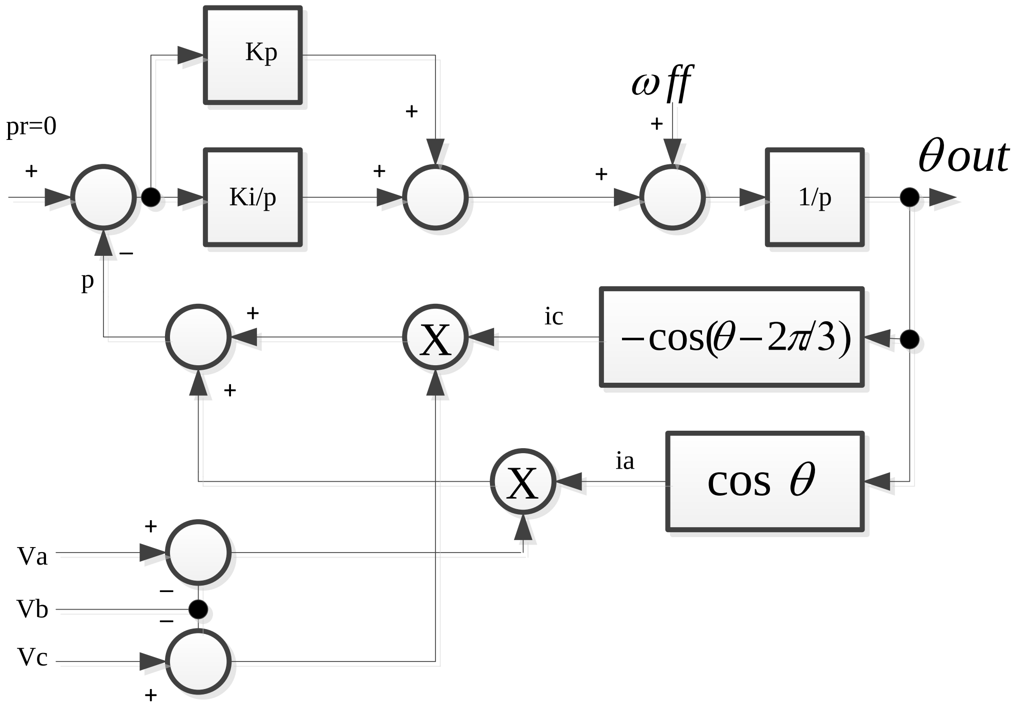
$$v_a = V.\sin\theta_{in}$$
$$v_b = V.\sin\left(\theta_{in} - \frac{2.\pi}{3}\right)$$
$$v_c = V.\sin\left(\theta_{in} + \frac{2.\pi}{3}\right)$$

И нека сигналите

$$i_a = \cos\theta_{out}$$
$$i_c = -\cos\left(\theta_{out} - \frac{2.\pi}{3}\right)$$

, тогава

$$p = \frac{3}{2}V.\sin(\theta_{in} - \theta_{out})$$

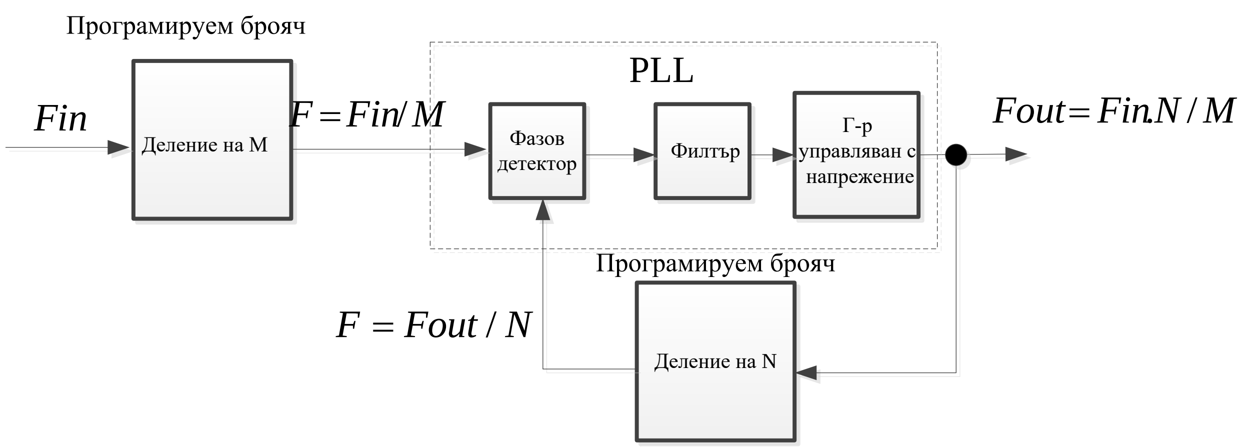


Някои примери за приложение на PLL

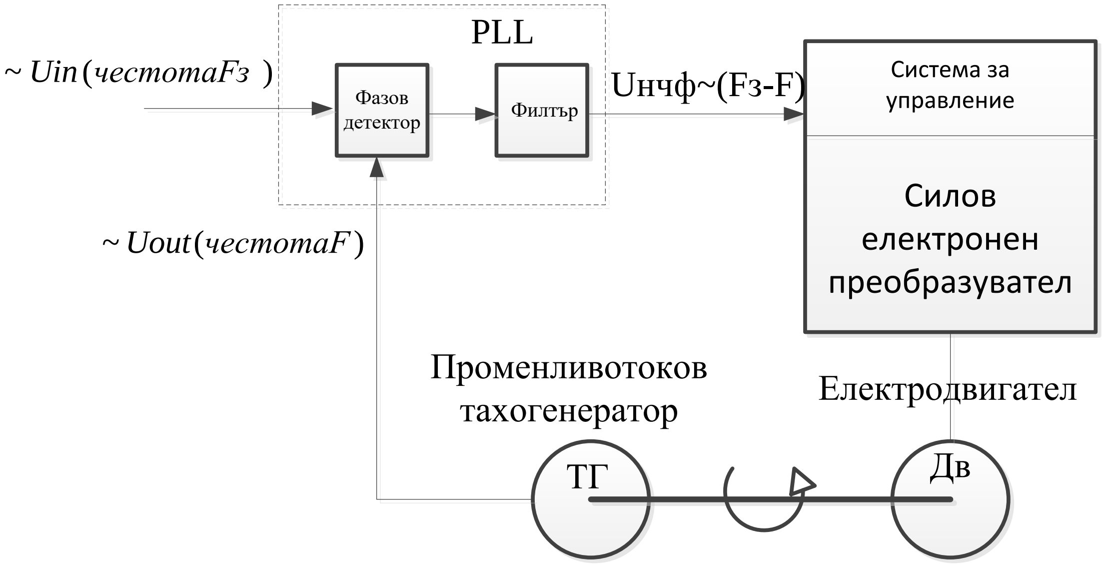
1. В телекомуникационни системи:

Честотни и фазови демодулатори, амплитудни модулатори, тонални дешифратори и др.

2. Синтезатори на честота



3. В някои случаи при регулиране скоростта на електродвигатели



3. В системи с възобновяеми енергийни източници