

Теория на електронните схеми

Демонстратор: Метод на многополюсните подсхеми

Проф. д.т.н. Елена Шойкова
Доц. д-р инж. Тодор Тодоров



Катедра Електронна техника, ФЕЕТ



Технически университет - София

Цел

- Целта на демонстратора е да ви представи примери за прилагане на метода на многополюсните подсхеми за съставяне на матрици на проводимостите на електронни схеми с по-нисък ред .
- Това е случаят за съставяне на $[Y]$ на схеми с многополюсни подсхеми, многополюсници, пасивни u -клони и зависими източници на ток, управлявани от напрежение (ЗИТУН).
- За целта се прилагат практическите правила, които следват от метода на възловите напрежения в матрична форма $[J] = [Y]*[U]$

Защо е необходим метода на многополюсните подсхеми?

- При анализ на сложни схеми, които имат голям брой възли, матриците на проводимостите, съставени по метода на възловите напрежения, са от висок ред и тяхното използване е трудно
- За да се намали броят на възлите, а следователно и редът на матрицата, обособени части от схемата се разглеждат като многополюсни подсхеми
- Вътрешните възли на подсхемата, които не участват в свързването ѝ с останалата част на схемата имат задаващи токове равни на нула и те могат да бъдат редуцирани

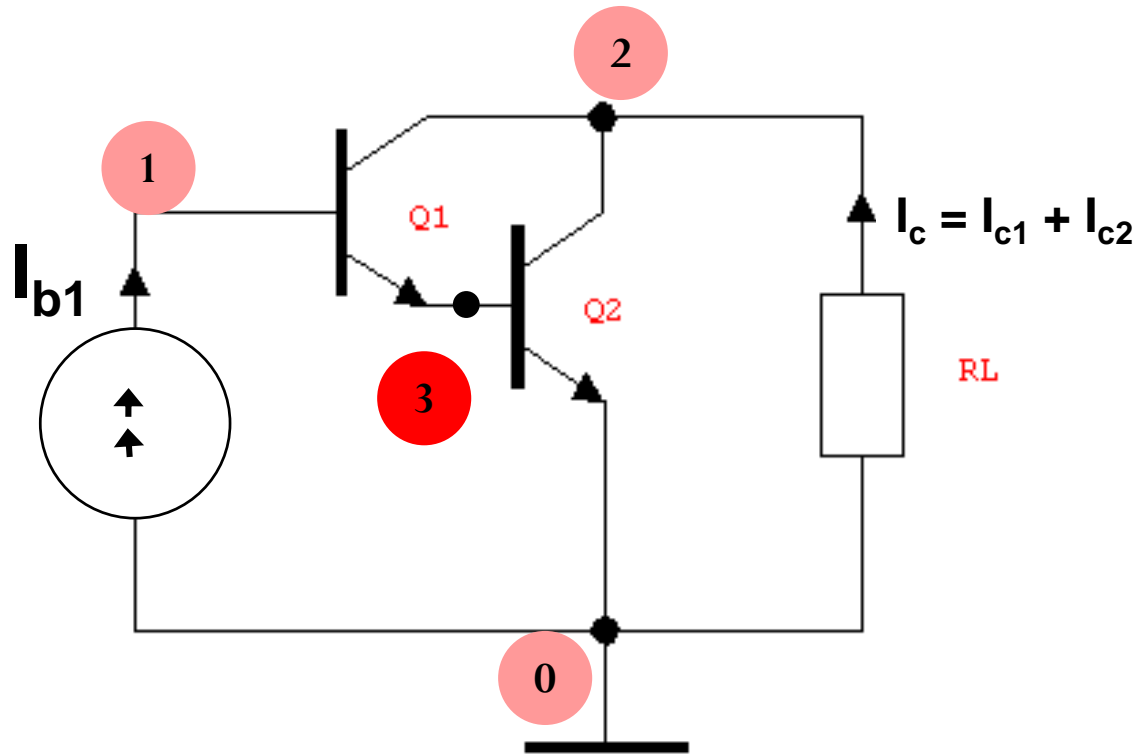
Подсхема

- В много случаи, за целите на анализа е удобно част от елементите в електронната схема да се групират в отделен 'пакет', който се нарича подсхема (subcircuit)
- Това осигурява възможност за многократно обръщение към тази подсхема, без тя да се описва отново
- Възлите на подсхемата, чрез които се осъществяват електрическите връзки с останалата част от схемата, се декларират като външни изводи (полюси)

Метод на многополюсните подсхеми

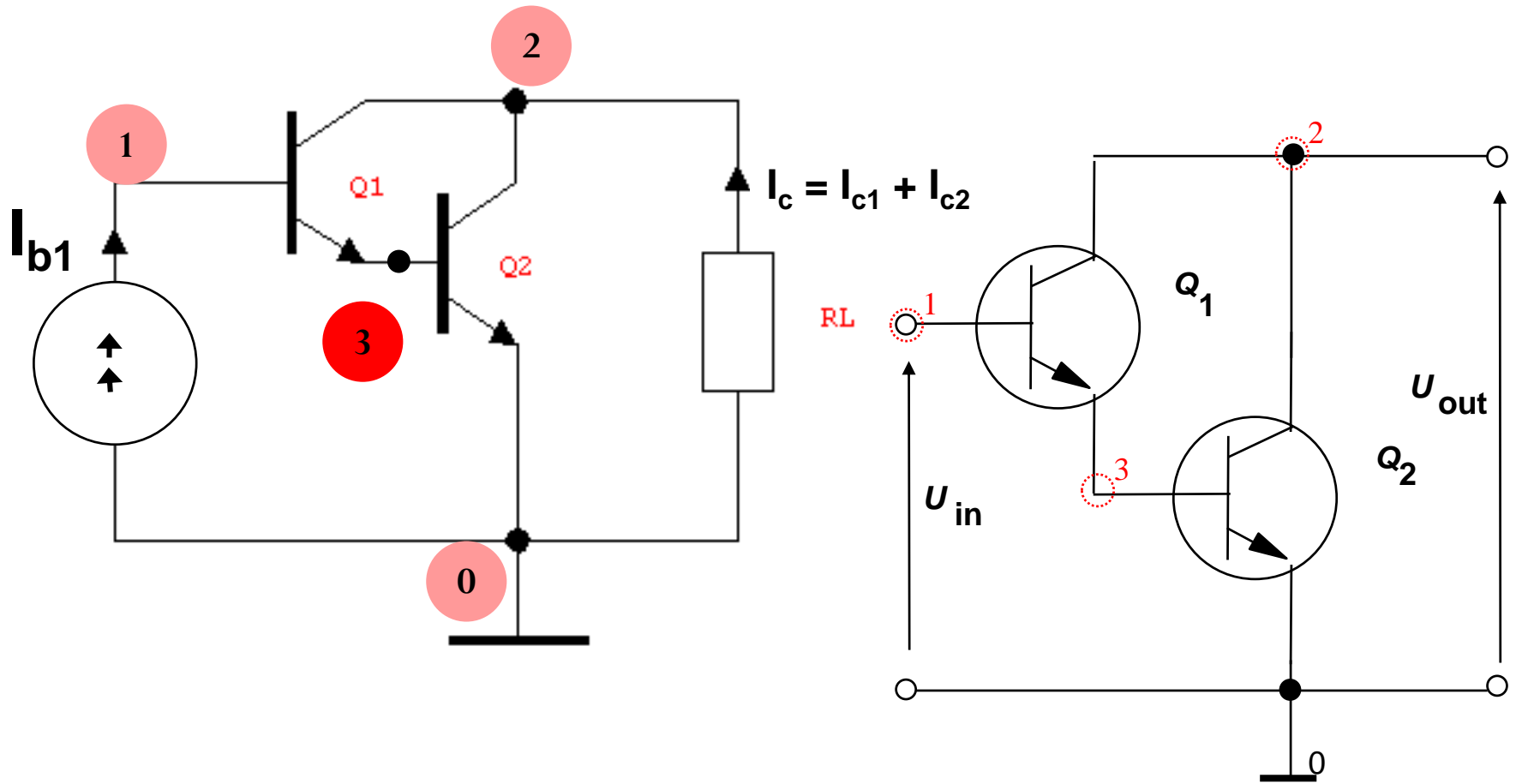
- В теорията на електронните схеми при развитието на метода на многополюсните подсхеми, практически интерес представляват два частни случая:
 - **Подсхема с един вътрешен възел.** Броят на полюсите, които се приемат за вътрешни възли е единица, т.е. многополюсната подсхема остава с $n-1$ външни полюса и нейната матрица е от $n-1$ ред
 - **Подсхема с два външни полюса.** Това е случаят на редуциране на схема до четириполусник с общ възел между входа и изхода, при което $n-2$ възли се приемат за вътрешни, а матрицата на подсхемата е от **2** ред

Пример 1: Схема Дарлингтон - редуциране на възел 3

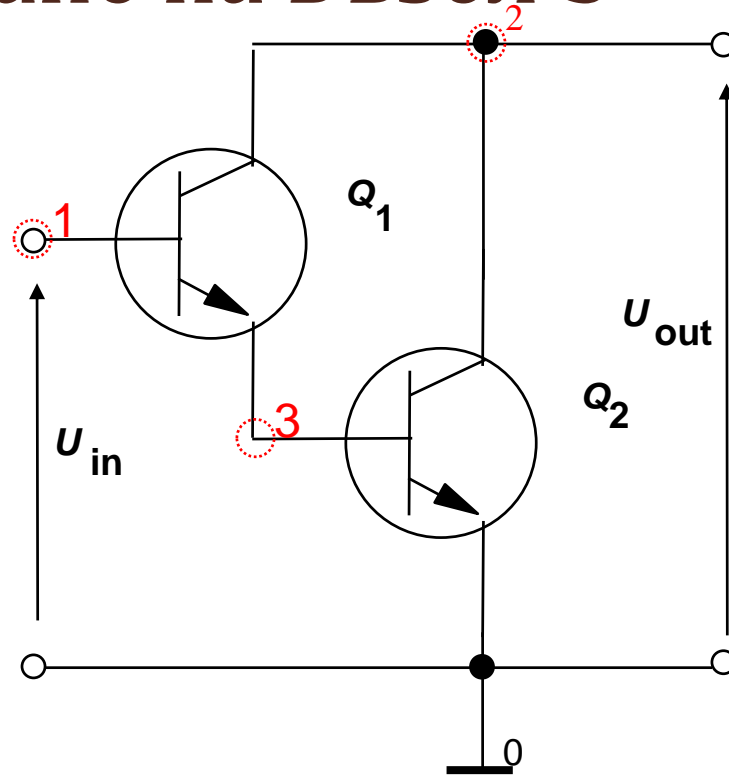


Възел 3 не участва във връзките на съставния транзистор Q1-Q2 с останалите елементи, поради което неговият задаващ ток е равен на 0 и следователно, той може да бъде разгледан като вътрешен, или да бъде редуциран. За целта съставяме схемната матрица и изключваме променливата U_3 , по формулата на Гаус.

Пример 1: Схема Дарлингтон - редуциране на възел 3



Пример 1: Схема Дарлингтон - редуциране на възел 3



	1	2	3
1	Y_{bb}^{Q1}	Y_{bc}^{Q1}	Y_{be}^{Q1}
2	Y_{cb}^{Q1}	$Y_{cc}^{Q1} + Y_{cc}^{Q2}$	$Y_{ce}^{Q1} + Y_{cb}^{Q2}$
3	Y_{eb}^{Q1}	$Y_{ec}^{Q1} + Y_{bc}^{Q2}$	$Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2}$

$$[Y] =$$

Пример 1: Схема Дарлингтон - редуциране на възел 3

	1	2	3
1	Y_{bb}^{Q1}	Y_{bc}^{Q1}	Y_{be}^{Q1}
2	Y_{cb}^{Q1}	$Y_{cc}^{Q1} + Y_{cc}^{Q2}$	$Y_{ce}^{Q1} + Y_{cb}^{Q2}$
3	Y_{eb}^{Q1}	$Y_{ec}^{Q1} + Y_{bc}^{Q2}$	$Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2}$

$[Y] =$
(3x3)

$$p = 3 \quad Y'_{ij} = Y_{ij} - Y_{i3} Y_{3j} / Y_{33} \quad i = 1, 2 \quad j = 1, 2$$

$$Y'_{11} = Y_{11} - Y_{13} Y_{31} / Y_{33} = Y_{bb}^{Q1} - Y_{be}^{Q1} \cdot Y_{eb}^{Q1} / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$$

$$Y'_{12} = Y_{12} - Y_{13} Y_{32} / Y_{33} = Y_{bc}^{Q1} - Y_{be}^{Q1} \cdot (Y_{ec}^{Q1} + Y_{bc}^{Q2}) / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$$

$$Y'_{21} = Y_{21} - Y_{23} Y_{31} / Y_{33} = Y_{cb}^{Q1} - (Y_{ce}^{Q1} + Y_{cb}^{Q2}) \cdot Y_{eb}^{Q1} / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$$

$$Y'_{22} = Y_{22} - Y_{23} Y_{32} / Y_{33} = Y_{cc}^{Q1} + Y_{cc}^{Q2} - (Y_{ce}^{Q1} + Y_{cb}^{Q2}) \cdot (Y_{ec}^{Q1} + Y_{bc}^{Q2}) / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$$

Пример 1: Схема Дарлингтон - редуциране на възел 3

$[Y] = (3 \times 3)$

	1	2	3
1	Y_{bb}^{Q1}	Y_{bc}^{Q1}	Y_{be}^{Q1}
2	Y_{cb}^{Q1}	$Y_{cc}^{Q1} + Y_{cc}^{Q2}$	$Y_{ce}^{Q1} + Y_{cb}^{Q2}$
3	Y_{eb}^{Q1}	$Y_{ec}^{Q1} + Y_{bc}^{Q2}$	$Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2}$

$p = 3$

$Y'_{ij} = Y_{ij} - Y_{i3} Y_{3j} / Y_{33} \quad i=1,2 \quad j=1,2$

$[Y]' =$

	1	2
1	$Y_{bb}^{Q1} - Y_{be}^{Q1} \cdot Y_{eb}^{Q1} / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$	$Y_{bc}^{Q1} - Y_{be}^{Q1} \cdot (Y_{ec}^{Q1} + Y_{bc}^{Q2}) / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$
2	$Y_{cb}^{Q1} - (Y_{ce}^{Q1} + Y_{cb}^{Q2}) \cdot Y_{eb}^{Q1} / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$	$Y_{cc}^{Q1} + Y_{cc}^{Q2} - (Y_{ce}^{Q1} + Y_{cb}^{Q2}) \cdot (Y_{ec}^{Q1} + Y_{bc}^{Q2}) / (Y_{ee}^{Q1} + Y_{bb}^{Q2})$

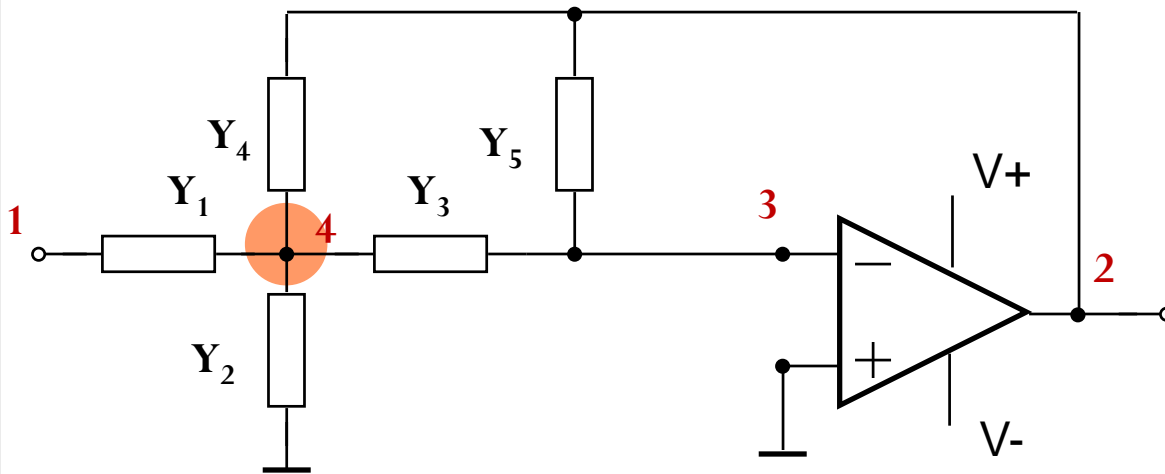


Изводи:

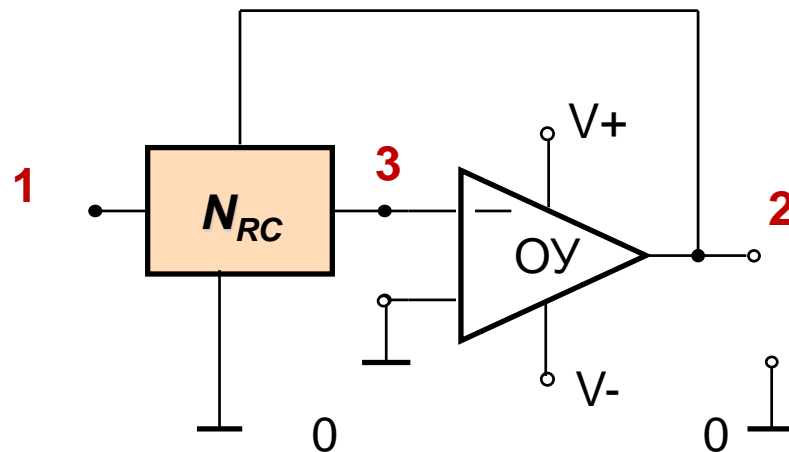
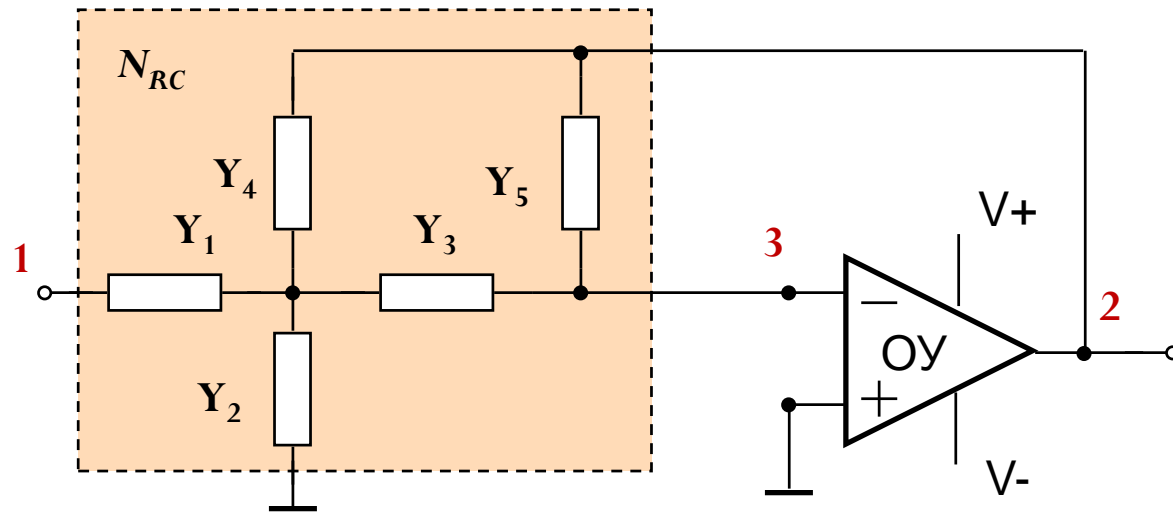
- Новата схемна матрица е с намалена размерност - 2×2 , вместо 3×3 .
- Нейните елементи са получени чрез коригиране на първоначалните елементи по формулата на Гаус.
- Следователно, при редуциране на възел, информацията за свързаните с него елементи не се премахва, а се разпределя в останалите клетки на новата матрица.

Пример 2: Схема с многоконтурна ООВ: редуциране на възел 4

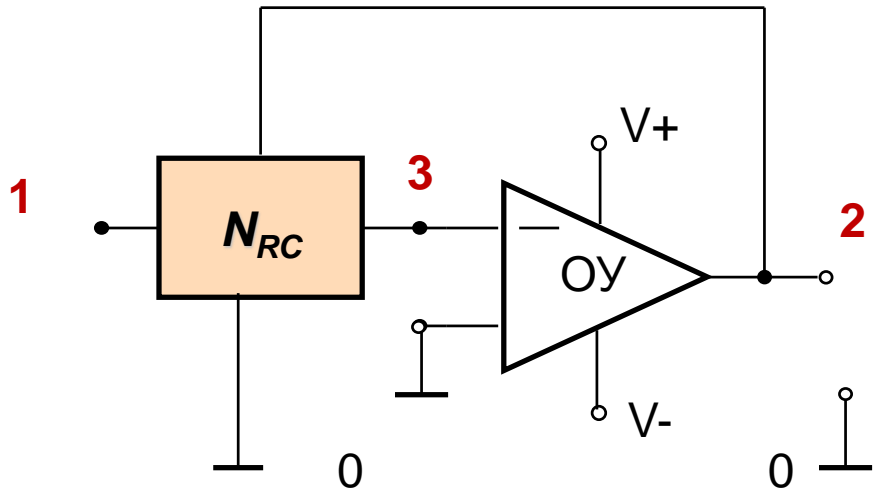
- Функционалният възел, който включва елементите Y_1 - Y_5 определя основните качества на тази схема. Елементите Y_1 - Y_5 могат да бъдат групирани в многополюсната подсхема N_{RC} .
- Възел 4 не участва във връзките с останалите елементи, поради което неговият задаващ ток е равен на 0 и следователно, той може да бъде разгледан като вътрешен, или редуциран.
- За целта съставяме матрицата на многополюсната подсхема N_{RC} и изключваме променливата U_4



Пример 2: Схема с многоконтурна ООВ:



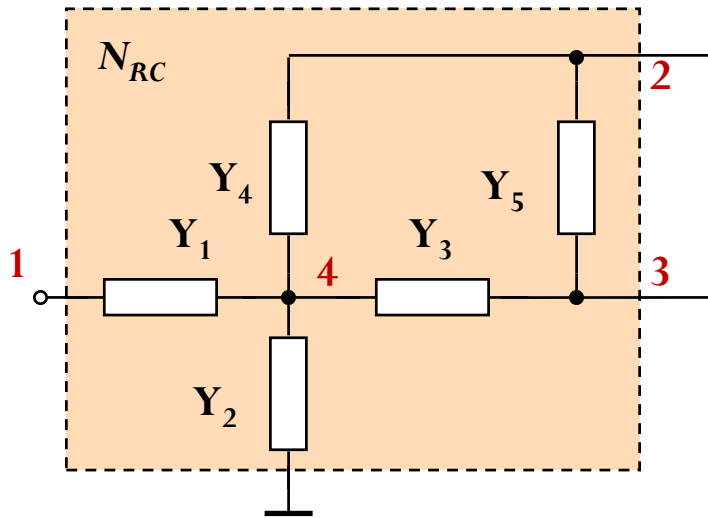
Пример 2: Схема с многоконтурна ООВ:



$$[Y] = (3 \times 3)$$

	1	2	3
1	Y'_{N11}	Y'_{N12}	Y'_{N13}
2	Y'_{N21}	γ^{OY}_{22+} Y'_{N22}	Y'_{N23+} γ^{OY}_{23}
3	Y'_{N31}	Y'_{N32+} γ^{OY}_{32}	Y'_{N33+} γ^{OY}_{33}

Пример 2: Схема с многоконтурна ООВ:



$$[Y_{N_{RC}}] =$$

	1	2	3	4
1	Y_1			$-Y_1$
2		$Y_4 + Y_5$	$-Y_5$	$-Y_4$
3		$-Y_5$	$Y_3 + Y_5$	$-Y_3$
4	$-Y_1$	$-Y_4$	$-Y_3$	$\sum Y_i$

$$\sum_{i=1}^4 Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$$

$$p = 4$$

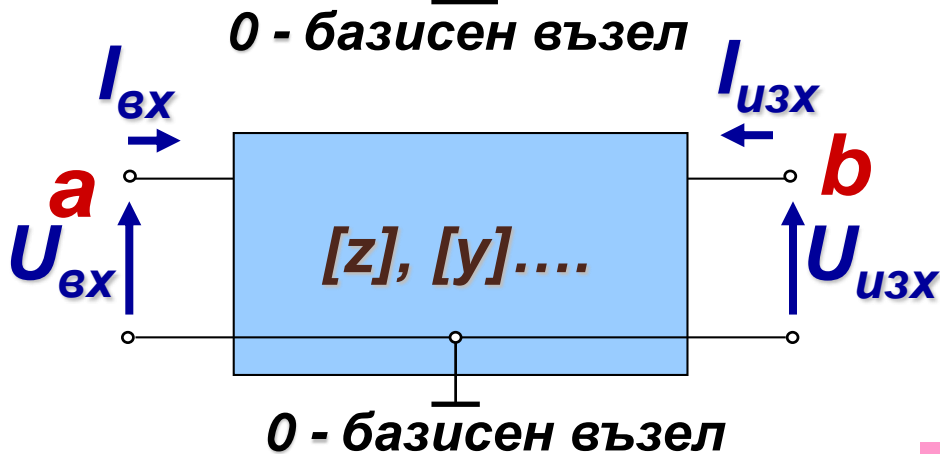
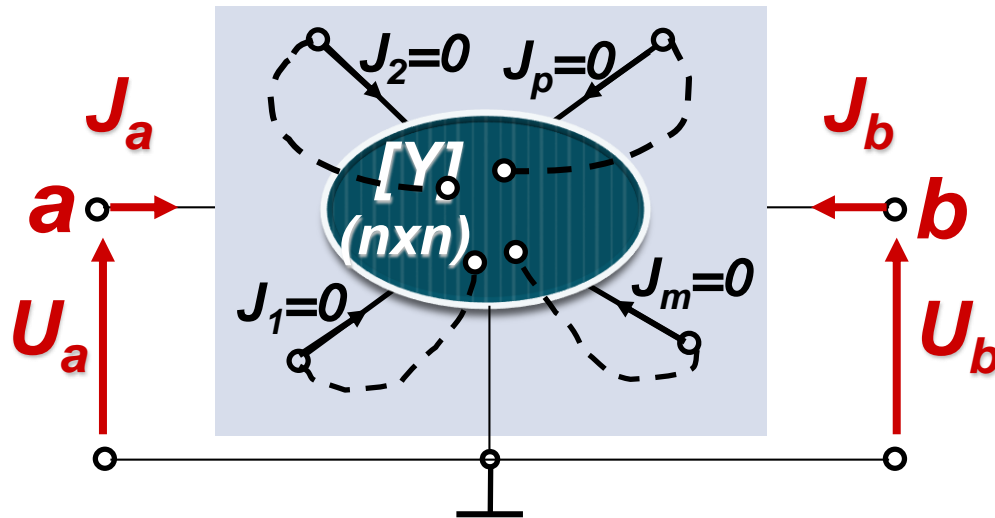
$$i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3$$

$$Y'_{ij} = Y_{ij} - \frac{Y_{i4} Y_{4j}}{Y_{44}}$$

	1	2	3
1	$Y_1 - Y_1^2 / \sum Y_i$	$-Y_1 Y_4 / \sum Y_i$	$-Y_3 Y_1 / \sum Y_i$
2	$-Y_1 Y_4 / \sum Y_i$	$Y_1 + Y_5 - Y_4^2 / \sum Y_i$	$-Y_5 - Y_1 Y_4 / \sum Y_i$
3	$-Y_1 Y_3 / \sum Y_i$	$-Y_5 - Y_3 Y_4 / \sum Y_i$	$Y_3 + Y_5 - Y_3^2 / \sum Y_i$

$$[Y_{N_{RC}}]' =$$

Подсхема с два външни полюса



- Ако в многополюсната подсхема $n-2$ полюса се приемат за вътрешни, се получава схемата на четириполюсник с входни полюси $a-0$ и изходни полюси $b-0$

- $[J] = [Y] [U] \Rightarrow [U] = [Y]^{-1} [J]$
 $(n \times 1) \quad (n \times n) \quad (n \times 1)$

- $U_i = 1 / \Delta \sum \Delta_{si} J_s, i = 1, n$

- При $J_s = 0, s = 1, 2, \dots, n$ и $s \neq a, b$

$$U_i = 1 / \Delta (\Delta_{ai} J_a + \Delta_{bi} J_b)$$

$$i = a, b$$

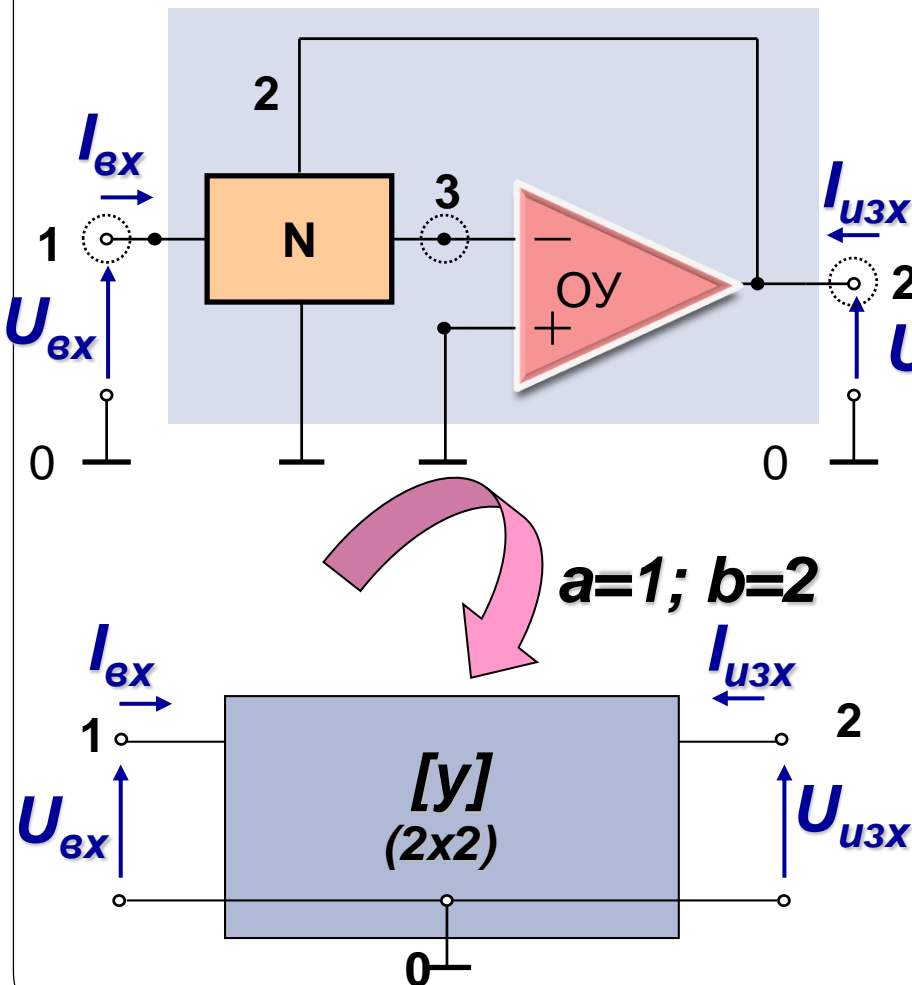
Δ – детерминанта на $[Y]$; Δ_{si} – адюнгирани количества на $[Y]$

Четириполюсните параметри на схемата се определят от схемната матрица [Y] по следните зависимости:

$$\begin{matrix} [y] = \\ (2 \times 2) \end{matrix}
 \begin{array}{|c|c|} \hline y_{11} & y_{12} \\ \hline y_{21} & y_{22} \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|} \hline \frac{\Delta_{bb}}{\Delta_{aa,bb}} & -\frac{\Delta_{ba}}{\Delta_{aa,bb}} \\ \hline -\frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{aa,bb}} & \frac{\Delta_{aa}}{\Delta_{aa,bb}} \\ \hline \end{array}$$

$$\Delta_{aa,bb} = \frac{\Delta_{aa}\Delta_{bb} - \Delta_{ab}\Delta_{ba}}{\Delta}$$

Пример 3: Редуциране на схемата от пример 2 до четириполусник



$$[Y] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} Y'_{N11} & Y'_{N12} & Y'_{N13} \\ Y'_{N21} & Y_{ou}{}_{22}^{+} & Y'_{N23}^{+} \\ Y'_{N31} & Y'_{N32}^{+} & Y'_{N33}^{+} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3 \times 3)$$

$$[y] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \Delta_{22}/\Delta_{11,22} & -\Delta_{21}/\Delta_{11,22} \\ -\Delta_{12}/\Delta_{11,22} & \Delta_{11}/\Delta_{11,22} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2 \times 2)$$

Пример 3: Редуциране на схемата от пример 2 до четириполюсник

$[Y] =$	1	2	3
	1	2	3
1	Y'_{N11}	Y'_{N12}	Y'_{N13}
2	Y'_{N21}	$Y^{oy}_{22} + Y'_{N22}$	$Y'_{N23} + Y^{oy}_{23}$
3	Y'_{N31}	$Y'_{N32} + Y^{oy}_{32}$	$Y'_{N33} + Y^{oy}_{33}$

→

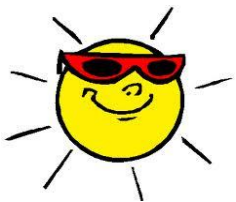
$[y] =$	1	2
	1	2
1	$\Delta_{22}/\Delta_{11,22}$	$-\Delta_{21}/\Delta_{11,22}$
2	$-\Delta_{12}/\Delta_{11,22}$	$\Delta_{11}/\Delta_{11,22}$

$$\Delta_{11,22} = Y'_{N33} + Y^{oy}_{33}$$

$$\Delta_{11} = (Y_{22}^{oy} + Y'_{N22})(Y'_{N33} + Y_{33}^{oy}) - (Y'_{N32} + Y_{32}^{oy})(Y'_{N23} + Y_{23}^{oy})$$

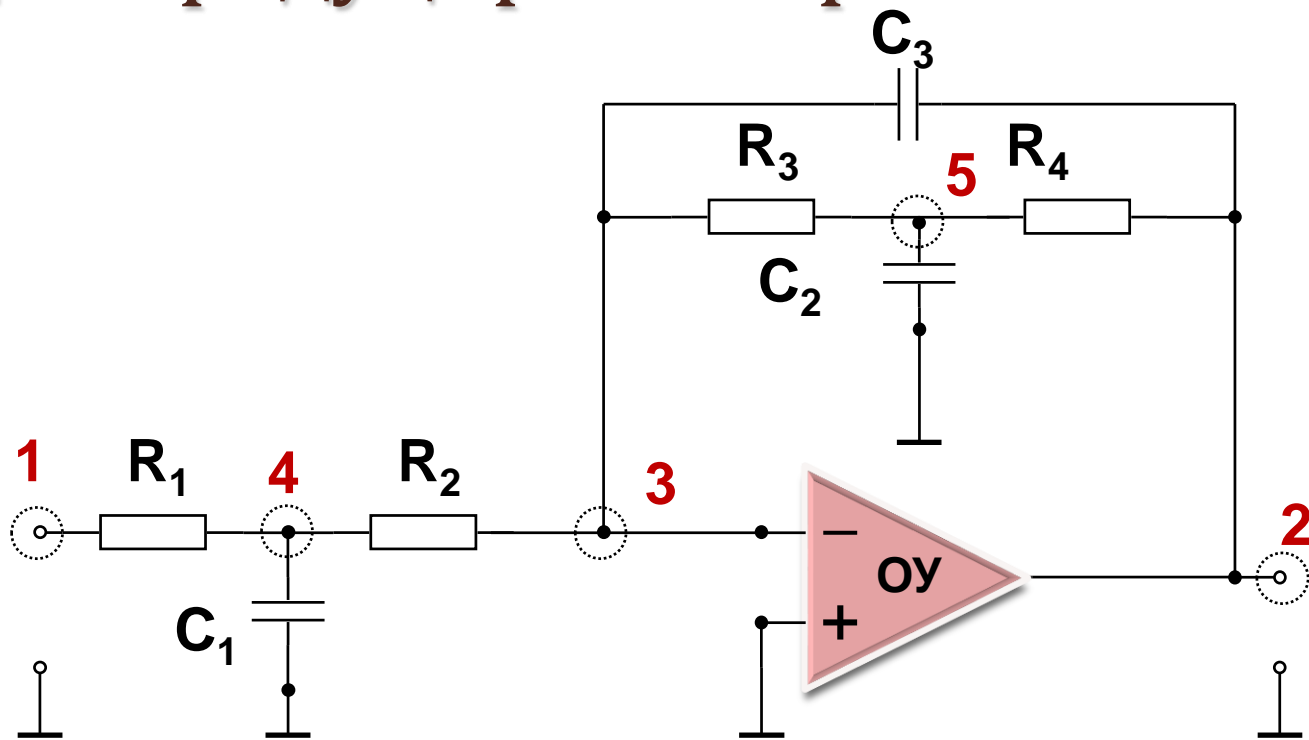
$$\Delta_{22} = Y'_{N11}(Y'_{N33} + Y_{33}^{oy}) - Y'_{N31}Y_{N13}$$

.....



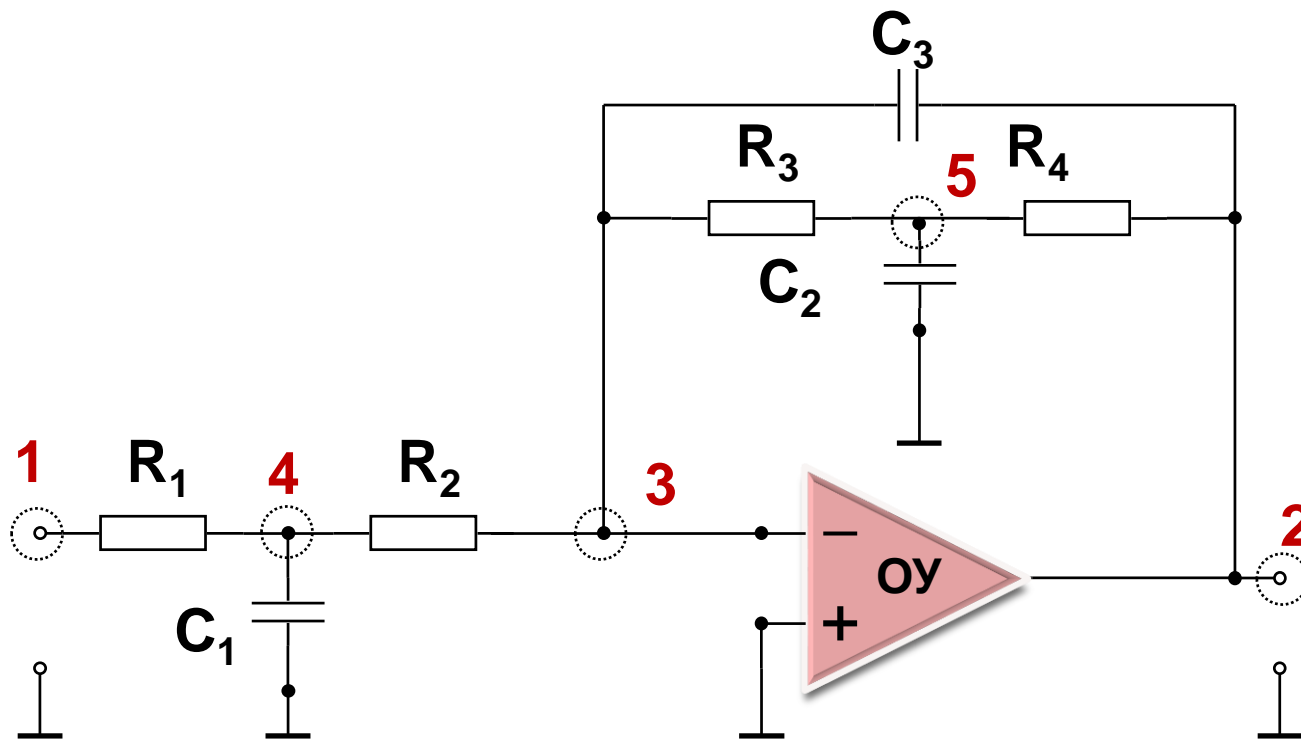
Определете самостоятелно всички адюнгирани количества и съответните четириполюсни параметри, за да сте уверени че разбирате и можете да прилагате изучаваните методи.

Пример 4: Да се състави [Y] на схемата и да се редуцират вътрешните възли

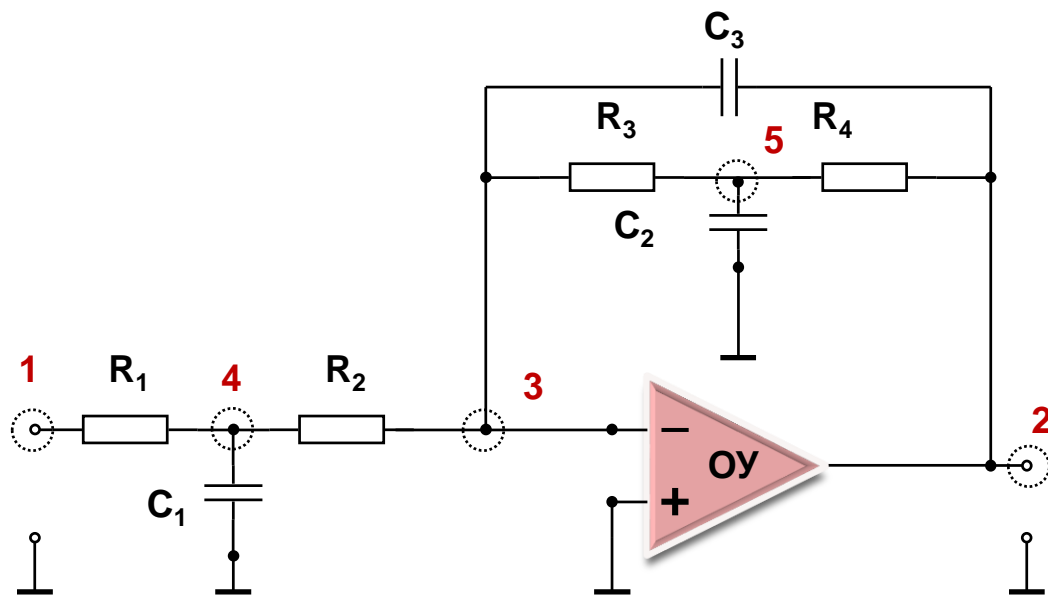


Тази задача може да бъде решена по няколко начина, които се отличават помежду си по своята ефективност – размер на схемната матрица и повторно използване на типови решения.

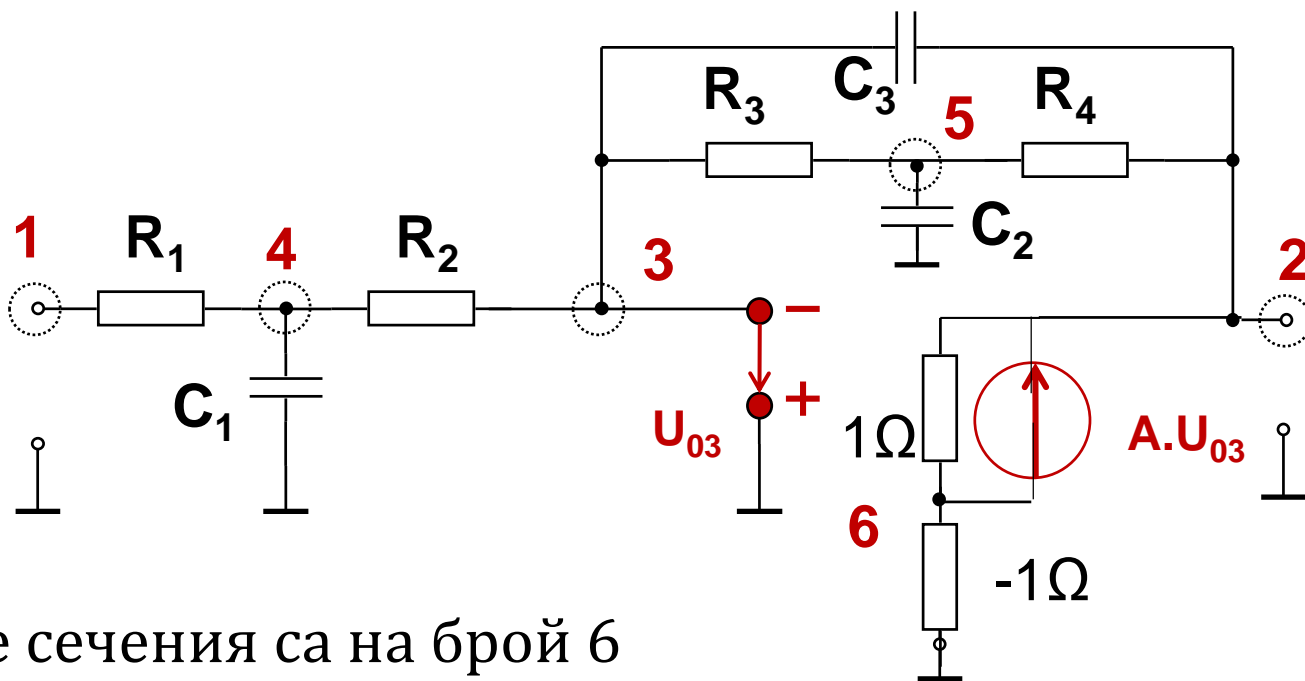
Пример 4: Схема с едноконтурна ООВ:



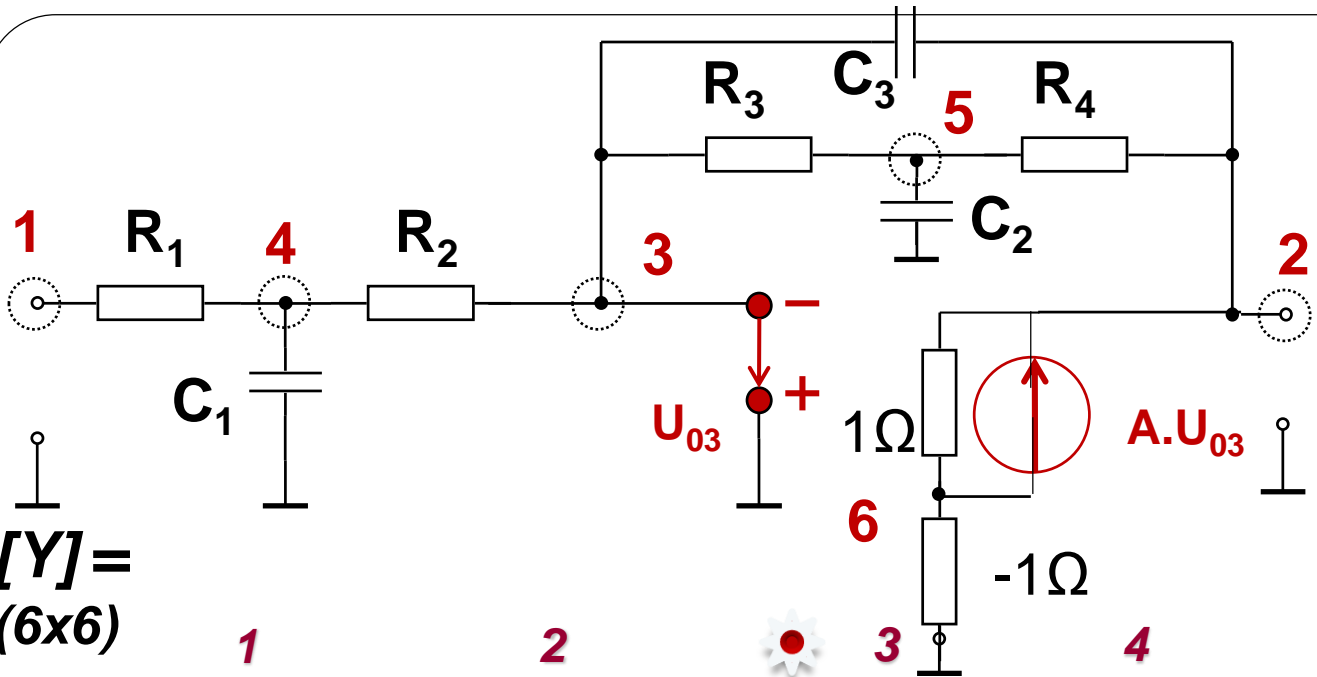
В общия случай, според метода на възловите напрежения и представяне на ОУ с идеалния макромодел може да се състави матрица на схемата със ЗИТУН:



• Еквивалентната схема има вида:



• Каноничните сечения са на брой 6

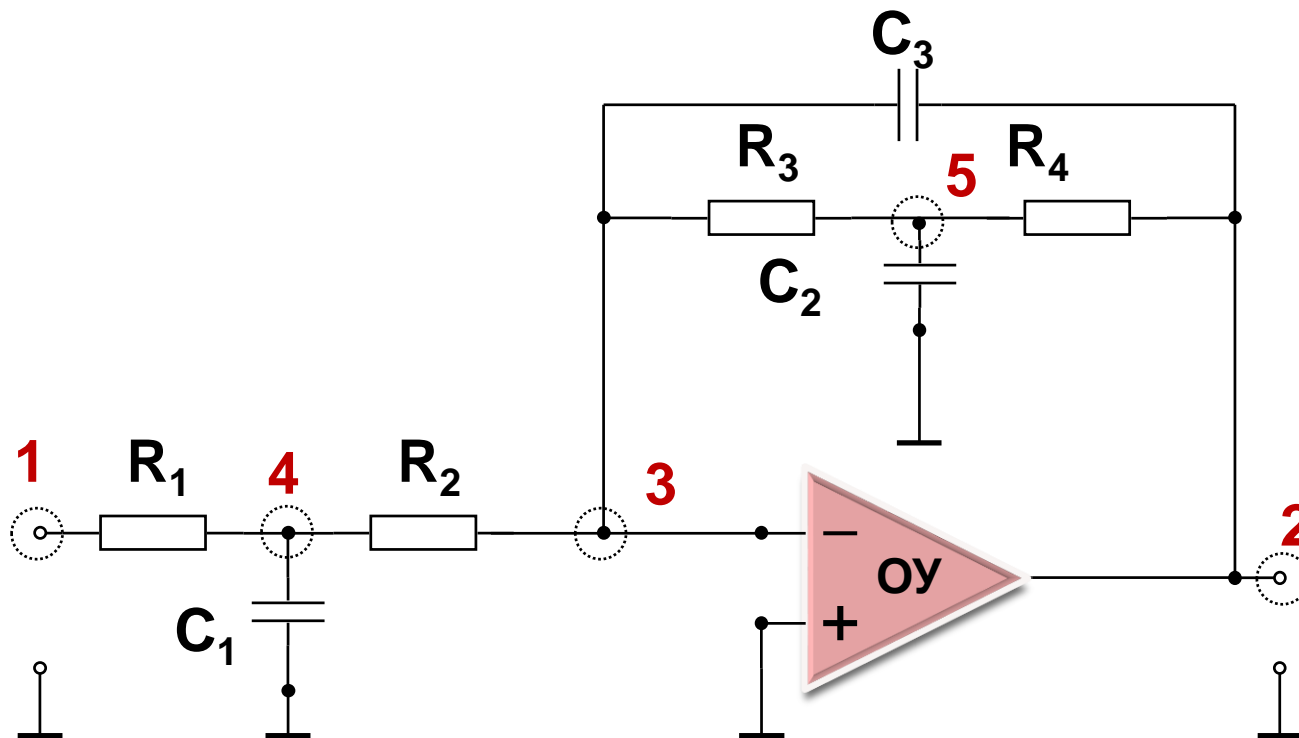


Получената матрица е от 6 ред.

$[Y] =$
(6x6)

1	$1/R_1$			$-1/R_1$		
2		$1/R_4 + pC_3 + 1$	$-pC_3 + A$		$-1/R_4$	-1
3		$-pC_3$	$1/R_2 + 1/R_3 + pC_3$	$-1/R_2$	$-1/R_3$	
4	$-1/R_1$		$-1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2 + pC_1$		
5		$-1/R_4$	$-1/R_3$		$1/R_3 + 1/R_4 + pC_2$	
6		-1	$-A$			

Пример 4: Схема с едноконтурна ООВ:



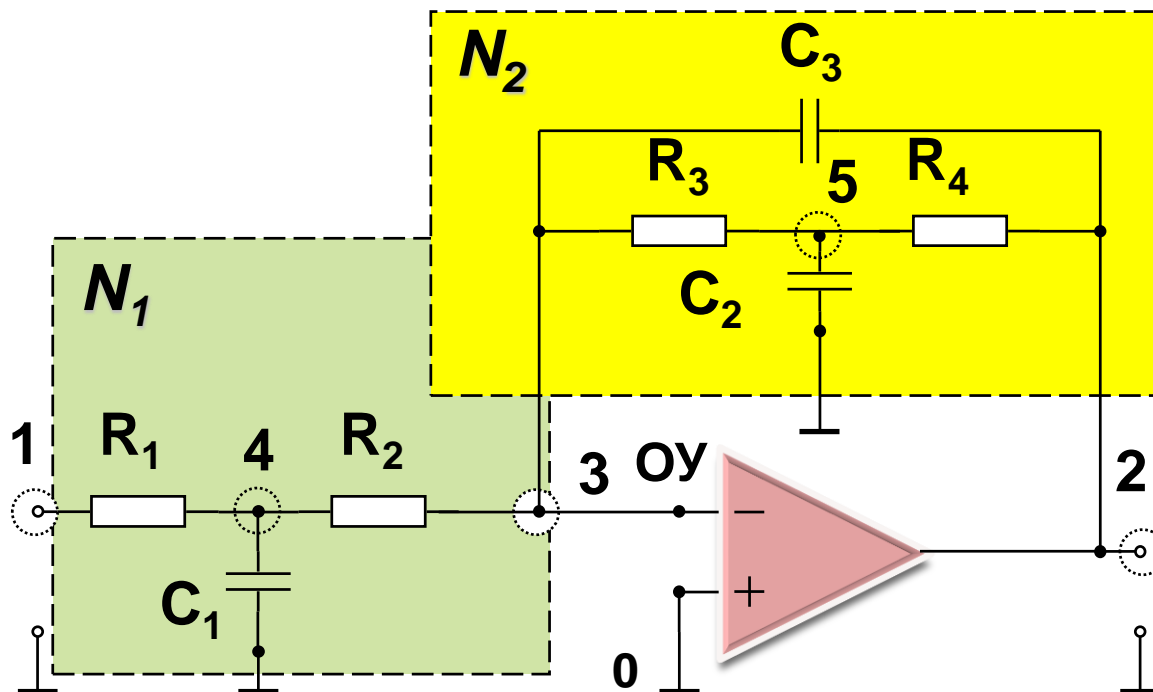
- Вътрешните възли са 4 и 5 .

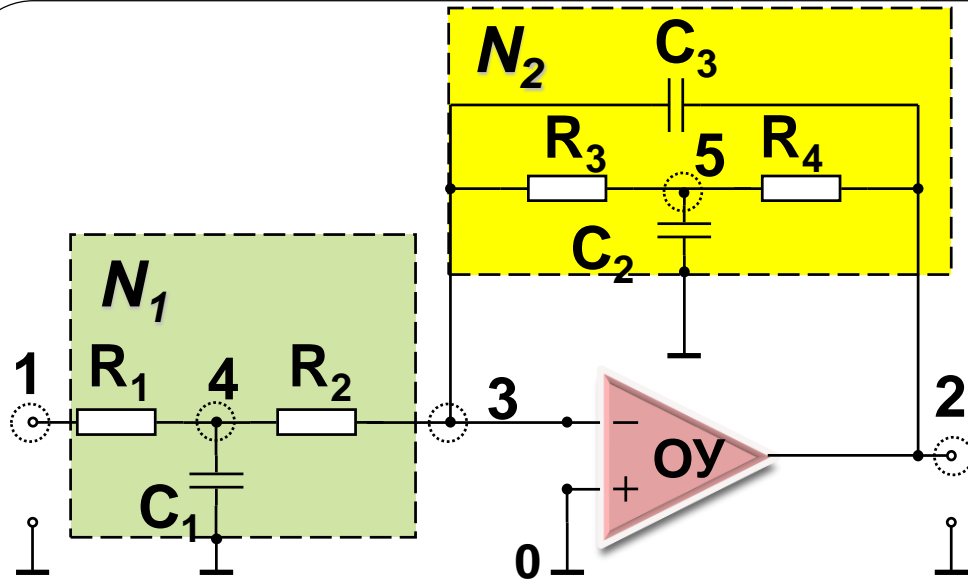
- Вътрешните възли са 4 и 5
- Те могат да бъдат редуцирани по няколко начина:
 - един по един
 - редуциране на схемата до четириполусник

Решение 1: Според метода на многополюсните подсхеми, в схемата на НЧ филтър могат да се обособят 2 подсхеми:

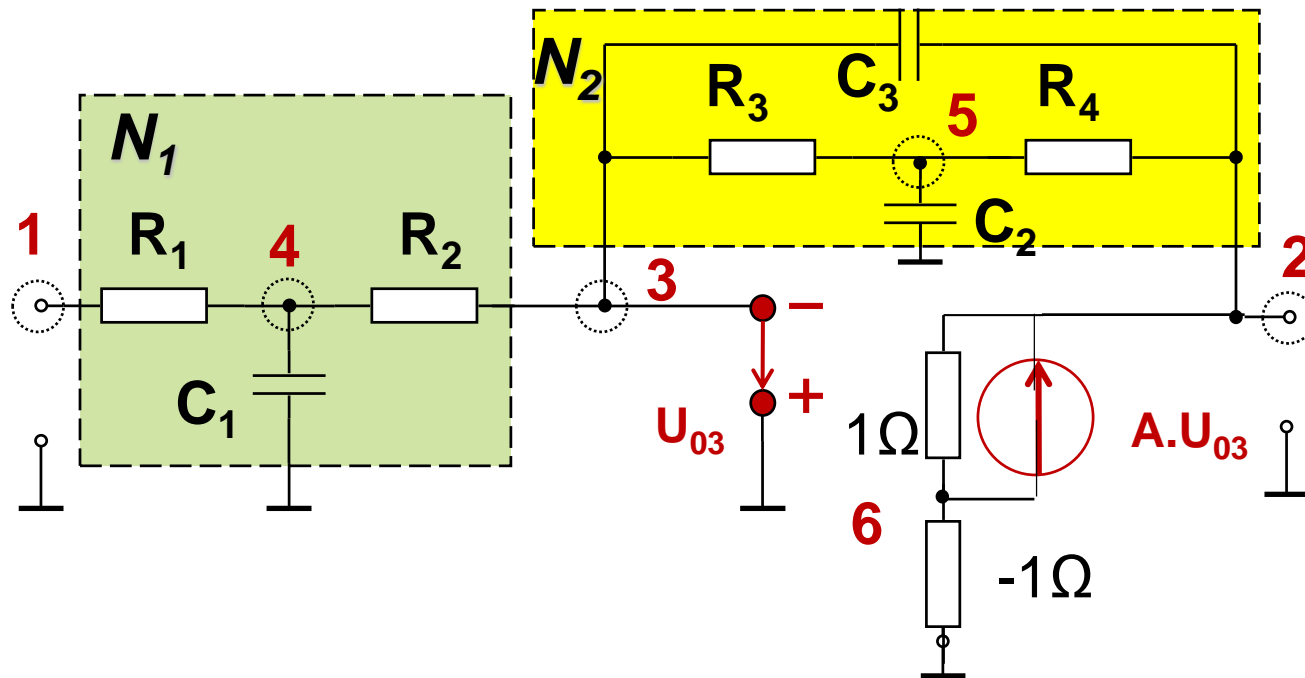
N_1 - пасивен нискочестотен RC-филтър

N_2 - пасивен заграждащ RC-филтър (замостено звено)

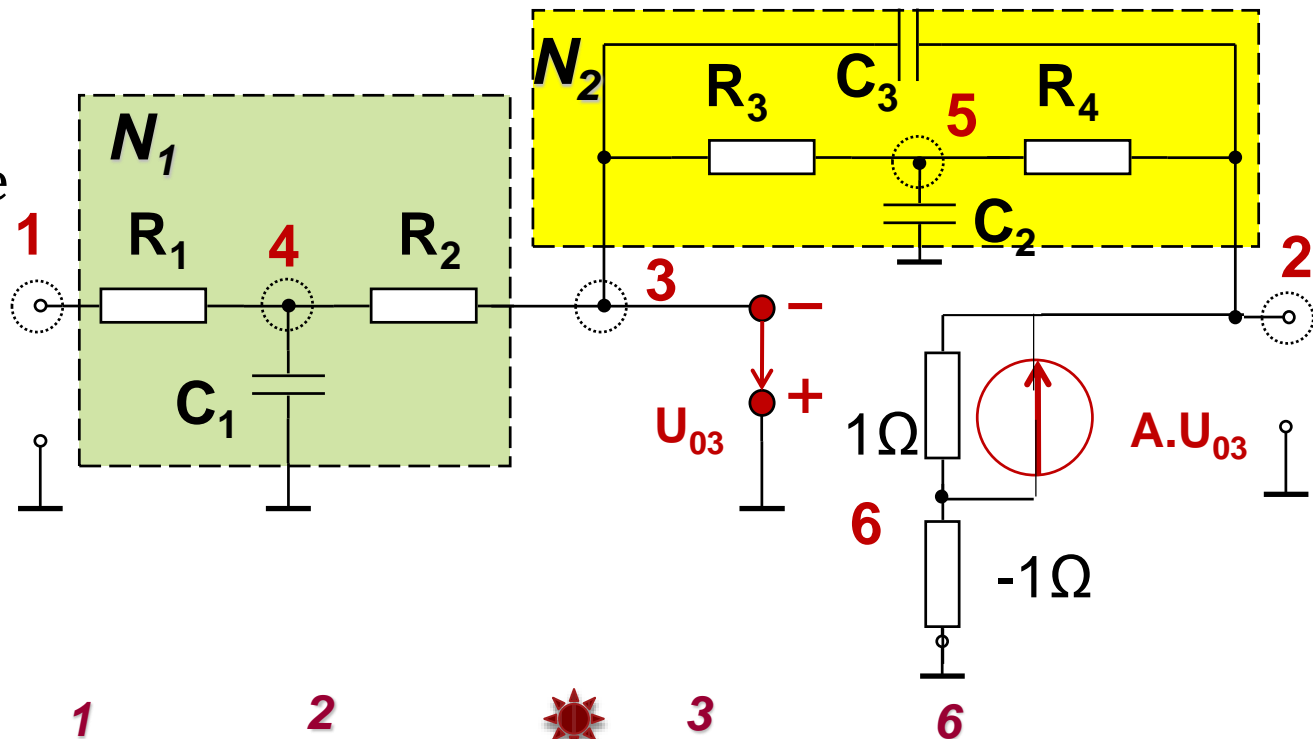




Операционният усилвател ще представим с идеалния макромодел, за да избегнем влиянието на параметрите му върху предавателната характеристика на схемата.



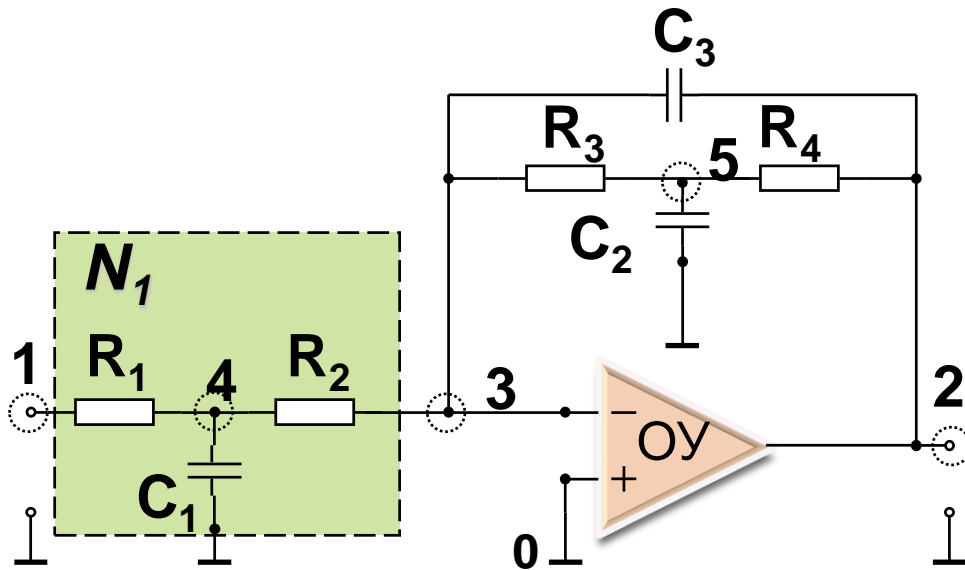
Матрицата на
схемата с
многополюсниците
N1 и N2 е от по-
нисък ред - 4x4:



$$[Y] = (4 \times 4)$$

1	Y'^{N1}_{11}		Y'^{N1}_{13}	
2		$Y'^{N2}_{22} + 1$	$Y'^{N2}_{23} + A$	-1
3	Y'^{N1}_{31}	Y'^{N2}_{32}	$Y'^{N1}_{33} + Y'^{N2}_{33}$	
6		-1	$-A$	

Разглеждаме подсхема N_1 - пасивен нискочестотен RC-филтър с полюси 1, 3 и 4. Съставяме $[Y]^{N_1}$, след което редуцираме възел 4:



$$[Y]^{N_1} = (3 \times 3)$$

	1	3	4
1	$1/R_1$		$-1/R_1$
3		$1/R_2$	$-1/R_2$
4	$-1/R_1$	$-1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2 + pC_1$

	1	3	4
1	$1/R_1$		$-1/R_1$
3		$1/R_2$	$-1/R_2$
4	$-1/R_1$	$-1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2 + pC_1$

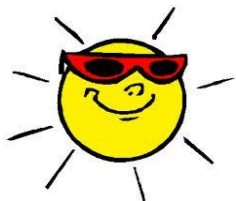
Елементите на редуцираната матрица $[Y]^{N1}$ определяме от зависимостта:

$$Y_{ij}' = Y_{ij} - Y_{i4} Y_{4j} / Y_{44}$$

$$i=1,3; j=1,3$$

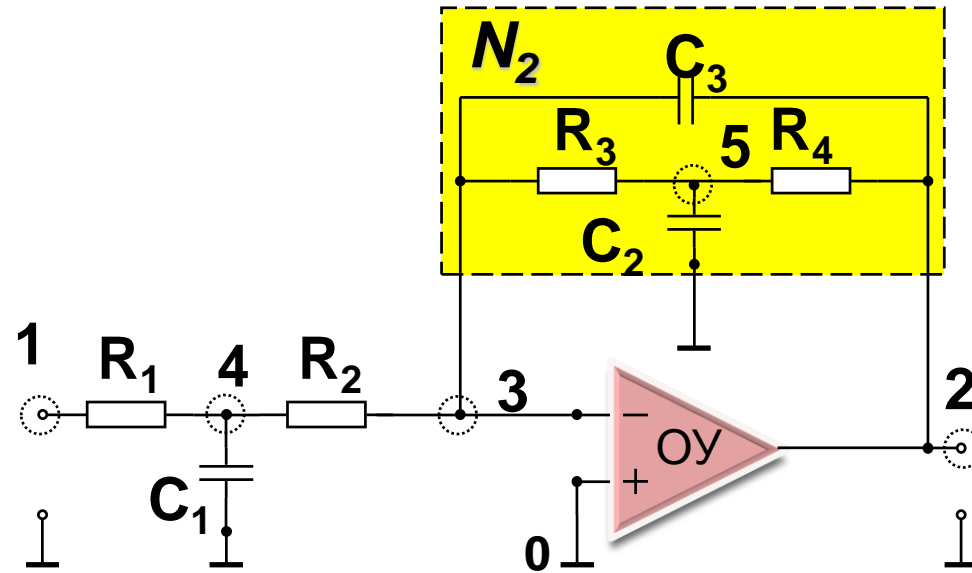
$$Y'^{N1}_{11} = \frac{1}{R_1} - \frac{(-1/R_1)^2}{1/R_1 + 1/R_2 + pC_1}$$

.....



Продължете самостоятелно процедурата и определете в символен вид останалите параметри на многополюсника N1.

Разглеждаме подсхема N_2 - пасивен заграждащ RC-филтър с полюси 2, 3 и 5. Съставяме неговата матрица $[Y]^{N_2}$, след което редуцираме възел 5:



$$[Y]^{N_2} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 5 \end{array} \end{array}$$

	2	3	5
2	$1/R_4 + pC_3$	$-pC_3$	$-1/R_4$
3	$-pC_3$	$1/R_3 + pC_3$	$-1/R_3$
5	$-1/R_4$	$-1/R_3$	$1/R_3 + 1/R_4 + pC_2$

	2	3	5
2	$1/R_4 + pC_3$	$-pC_3$	$-1/R_4$
3	$-pC_3$	$1/R_3 + pC_3$	$-1/R_3$
5	$-1/R_4$	$-1/R_3$	$1/R_3 + 1/R_4 + pC_2$

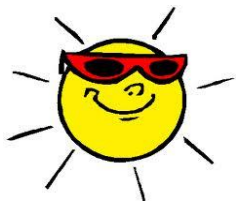
Елементите на редуцираната матрица $[Y]^{N2}$ се определят от зависимостта:

$$Y'_{ij} = Y_{ij} - Y_{i5} Y_{5j} / Y_{55}$$

$i=2,3 ; j=2,3$

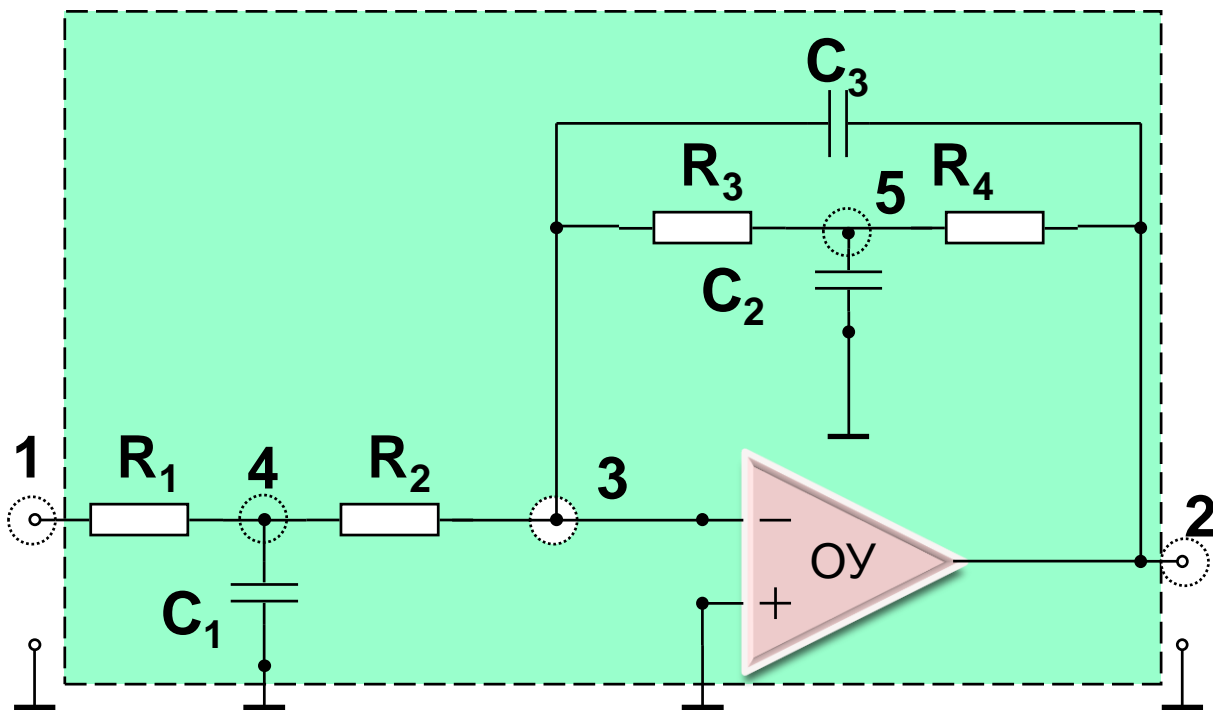
$$Y'^{N2}_{22} = \frac{1}{R_4} + pC_3 - \frac{(-1/R_4)^2}{1/R_3 + 1/R_4 + pC_2}$$

.....



Продължете самостоятелно процедурата и определете в символен вид останалите параметри на многополюсника N2.

Решение 2: Схемата може да се разгледа направо като четириполюсник с два външни полюса: $a = 1; b = 2$ и три вътрешни възела: **3, 4 и 5.**



[Y]
(6x6)

$J_3=0$
 $J_4=0$
 $J_5=0$

[Y]' =
(2x2)

y_{11}	y_{12}
y_{21}	y_{22}

=

	1	2
1	$\Delta_{22} / \Delta_{11,22}$	$-\Delta_{21} / \Delta_{11,22}$
2	$-\Delta_{12} / \Delta_{11,22}$	$\Delta_{11} / \Delta_{11,22}$

$[Y] =$
(6x6)

	1	2	3	4	5	6
1	$1/R_1$			$-1/R_1$		
2		$1/R_4 + pC_3 + 1$	$-pC_3 + A$		$-1/R_4$	-1
3		$-pC_3$	$1/R_2 + 1/R_3 + pC_3$	$-1/R_2$	$-1/R_3$	
4	$-1/R_1$		$-1/R_2$	$1/R_1 + 1/R_2 + pC_1$		
5		$-1/R_4$	$-1/R_3$		$1/R_3 + 1/R_4 + pC_2$	
6		-1	$-A$			

За определяне на четириполусните параметри и предавателните характеристики на схемата, първо е необходимо да определим съответните адюнгирани количества на матрицата $[Y]$, които след това да заместим в следните зависимости:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline y_{11} & y_{12} \\ \hline y_{21} & y_{22} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \Delta_{22} / \Delta_{11,22} & -\Delta_{21} / \Delta_{11,22} \\ \hline -\Delta_{12} / \Delta_{11,22} & \Delta_{11} / \Delta_{11,22} \\ \hline \end{array}$$

$$K_U = \Delta_{12} / (\Delta_{11} + \Delta_{11,22} Y_T)$$

$$Y_{6x} = (\Delta + \Delta_{22} Y_T) / (\Delta_{11} + \Delta_{11,22} Y_T)$$

$$K_I = -\Delta_{12} Y_T / (\Delta + \Delta_{22} Y_T)$$

$$Y_{u3x} = (\Delta + \Delta_{11} Y_\Gamma) / (\Delta_{22} + \Delta_{11,22} Y_\Gamma)$$

Изводи

- Умелото използване на зависимостите за
 - *многополюсна подсхема с един вътрешен възел*
и
 - **многополюсна подсхема с два външни възела**
- позволява чрез представяне на части от схемата като подсхеми да се намали размерът на матрицата и да се улесни поределянето на нейните параметри



ttodorov@tu-sofia.bg