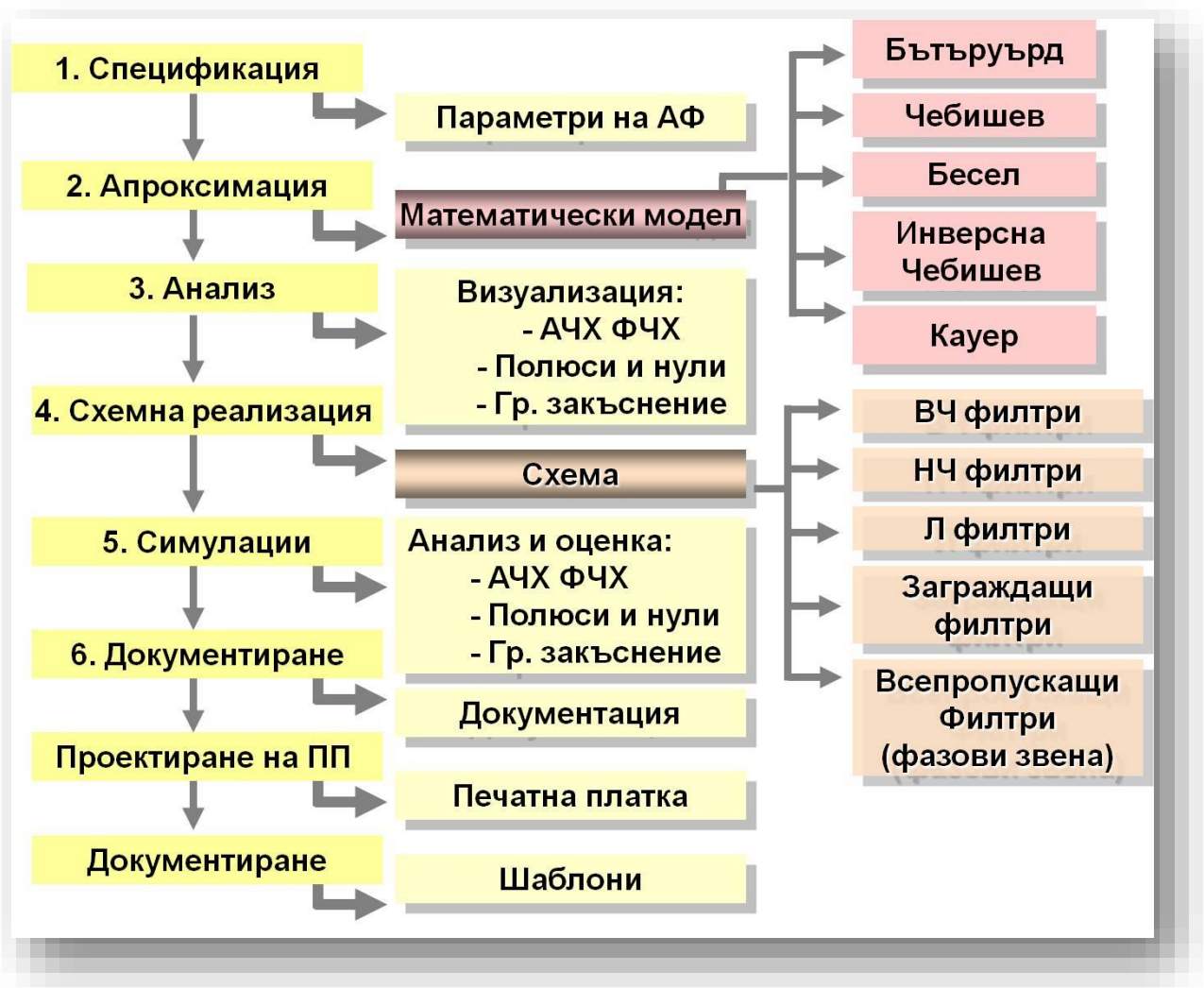


Демонстратор: Синтез на активен нискочестотен филтър - апроксимация и каскадна реализация.

1. Цел:

Целта на демонстратора е да илюстрира методологията за синтез на активни филтри с всички необходими етапи и дейности за анализ, проектиране и оценка на прототипа в средата на *Filter Synthesis*.

Основните етапи и междинните продукти в методологията за автоматизиран синтез на активни филтри, която следваме в работата си е представена на фиг. 1.



Фигура 1 Основни етапи и междинни продукти в методологията за автоматизиран синтез на активни

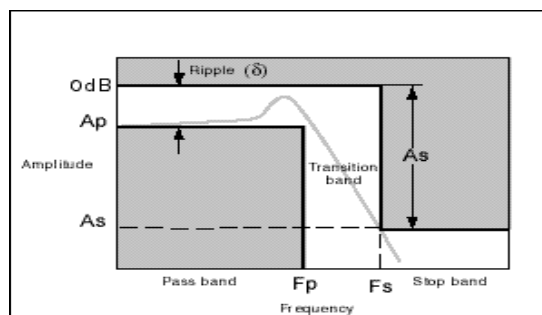
Filter Synthesis е програма за интерактивно проектиране подпомагащо синтеза и анализа на активни и пасивни филтри в средата на *MicroSim Design Lab*. Тя осигурява на потребителя възможности за извършване на серия от многократни проекти, визуализиране и документиране чрез отчети на резултатите и графиките от проектирането, принципните електронни схеми и създаване на интерфейс за симулационни пакети, вкл. PSpice, за допълнителна верификация на проекта.

2. Изследване на апроксимациите по Бътървурт и Чебишев при фиксирана степен на предавателната характеристика

Спецификацията на нискочестотния филтър е дадена в Таблица 1, а означението на параметрите - на фиг. 2.

Таблица 1

№	Параметри	Означение	Стойност
1	Ред на предавателната функция (<i>Order</i>)	n	4
2	Гранична честота в лентата на пропускане (<i>Pass-band cutoff frequency</i>)	f_p	1 kHz
3	Максимално допустима неравномерност на АЧХ в лентата на пропускане за честота f_p (<i>Maximum pass-band ripple</i>)	A_p	2 dB

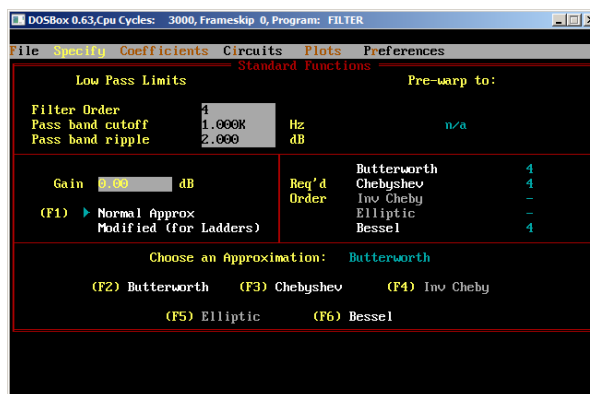


Фигура 2 Параметри на НЧФ

Определянето на математическия модел на дадения **нискочестотен филтър** извършваме в средата на **Filter Synthesis**, използвайки теоретичните методи на **Бътървурт** и **Чебишев**, които водят до полинимен вид на предавателната функция и са широко използвани в инженерната практика.



При фиксирана степен на n на предавателната функция, програмата **Filter Synthesis** позволява получаването на математическия модел на проектираната схема чрез **методите за полиномна апроксимация: на Бътървурт (F2), на Чебишев (I род) (F3) и на Бесел (F6)**. В случая избираме методите на **Бътървурт** и **Чебишев** (Фиг.3).



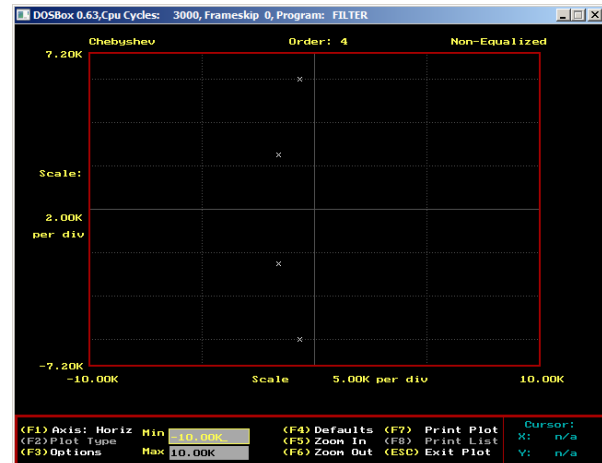
Фигура 3 Екран с параметрите на НЧФ и избор на апроксимация

Математическият модел на НЧФ е функция от 4 ред. Програмата определя:

- коефициентите в числителя и знаменателя пред различните степени на комплексната променлива;
- съвкупността на полюсите (в случая две двойки комплексно-спрегнати полюси) и нулите (в случая те са в безкрайността) - Фиг. 4 и Фиг. 5;
- амплитудно-честотната (АЧХ) и фазово-честотната характеристика (ФЧХ) – Фиг. 6 и Фиг. 7.



Фигура 4 Карта на полюсите и нулите при апроксимация на *Бътървурт*

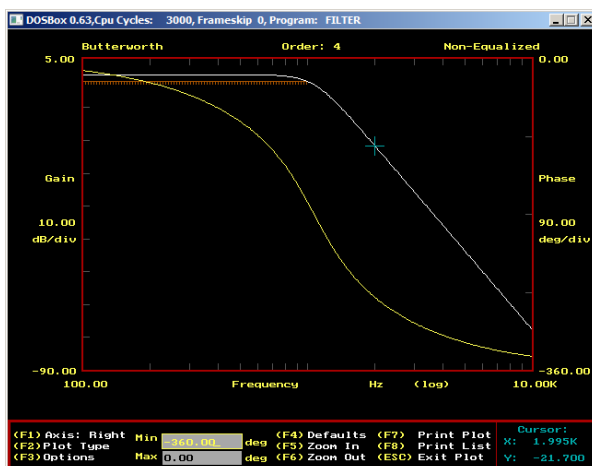


Фигура 5 Карта на полюсите и нулите при апроксимация на *Чебишев*

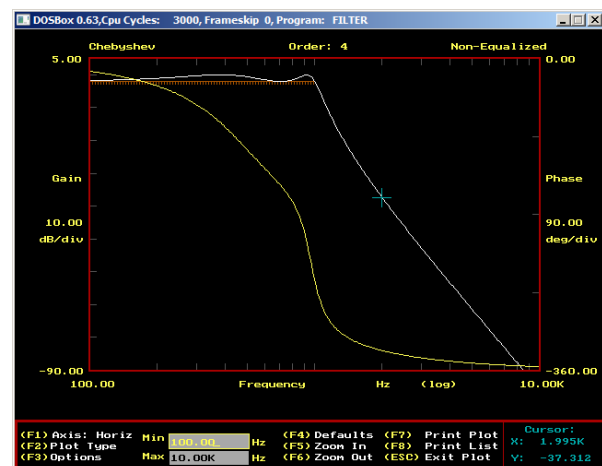


Анализът на получените резулти в графичен вид на Фиг. 4 и Фиг. 5 показва:

- и за двата метода на апроксимация двойките комплексни полюси са разположени в лявата полуравнина (което удовлетворява условията за устойчивост);
- при метода на *Бътървурт* полюсите са по-отдалечени от имажинерната ос, отколкото полюсите при апроксимацията на *Чебишев*.



Фигура 6 АЧХ и ФЧХ при апроксимация на *Бътървурт*



Фигура 7 АЧХ и ФЧХ при апроксимация на *Чебишев*

В Таблица 2 са дадени отчетените стойности от АЧХ и ФЧХ получени при двата метода за апроксимация.

Таблица 2

Метод / Параметър	Бътървурт (Butterworth)		Чебишев (Chebyshev)	
	T(p), dB	φ(f), °	T(p), dB	φ(f), °
1 kHz (f _p)	-2	-165,903	-2	-255,731
1,1 kHz	-3,467	-185,702	-7,961	-290,907
1,2 kHz	-5,506	204,237	-13,622	-307,490
2 kHz	-21,782	-276,047	-37,04	-337,215
5 kHz	-53,588	-327,771	-71,297	-351,670
10 kHz	-77,671	-343,964	-95,645	-355,881



Анализът на получените резулти показва:

- Наклонът на АЧХ е различен. При метода на *Бътървурт* наклонът е $-75,671 \text{ dB/dec}$ ($T(p) = T_{10k}(p) - T_{1k}(p) = -77,671 - (-2) = -75,671 \text{ dB}$), а при метода *Чебишев* е по-голям $-93,645 \text{ dB/dec}$.
- Амплитудно честотната характеристика апроксимирана по метода на *Бътървурт* съвпада с идеалния НЧФ прототип само за честота $\Omega = 0$, след което нейната неравномерност нараства и достига 2 dB за граничната честота в лентата на пропускане. Стръмността на АЧХ в преходната област е малка, зависи от степента на функцията n и е равна на $20 \cdot n \text{ dB/dec}$. (в случая $20 \cdot 4 = 80 \text{ dB/dec} \approx 75,671 \text{ dB/dec}$)
- АЧХ апроксимирана по метода на *Чебишев* има равновълнов характер. В лентата на пропускане съвпада с идеалния НЧФ прототип в повече точки (в случая 2), а не само в една както е при апроксимацията по Бътървурт, което зависи от степента на функцията n (в случая 4).
- Параметрите на апроксимацията по Чебишев ε и n осигуряват две степени на свобода. Това дава възможност да се получи по-стръмна (в сравнение с Бътървурт) АЧХ в преходната област (в случая $-93,645 \text{ dB/dec}$)
- Апроксимацията по метода на Бътървурт има линейна ФЧХ в областта на ниските честоти ($\approx 20^\circ$), докато апроксимацията по Чебишев притежава нелинейна ФЧХ.

3. Апроксимация на НЧФ по изисквания към АЧХ в лентата на пропускане и лентата на задържане. Сравнение на методите на Бътървурт, Чебишев и Кауер.

Спецификацията на нискочестотния филтър е дадена в таблица 3.

Таблица 3

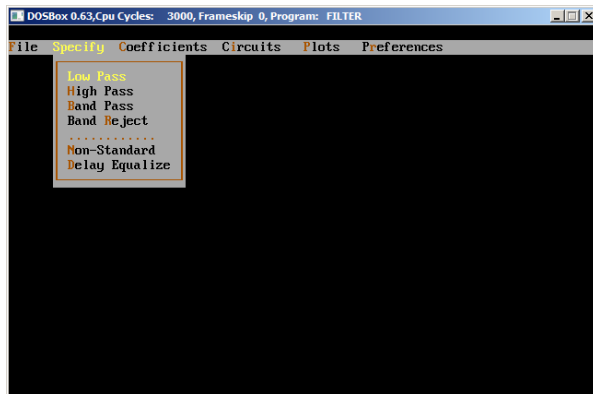
№	Параметри	Означение	Стойност
1	Гранична честота в лентата на пропускане (<i>Pass-band cutoff frequency</i>)	f _p	1 kHz
2	Максимално допустимо затихване (неравномерност) на АЧХ в лентата на пропускане за честота f _p (<i>Maximum pass-band ripple</i>)	A _p	2 dB
3	Гранична честота в лентата на задържане (<i>Stop-band cutoff frequency</i>)	f _s	2 kHz
4	Минимално допустимо затихване на АЧХ в лентата на задържане за честота f _s (<i>Minimum stop-band attenuation for stop-band cutoff frequency</i>)	A _s	30 dB
5	Коефициент на усилване в лентата на пропускане (<i>Gain</i>)	G _o	0 dB

В средата на **Filter Synthesis** извършваме апроксимация по теоретичните методи на Бътървурт, Чебишев и Кауер.

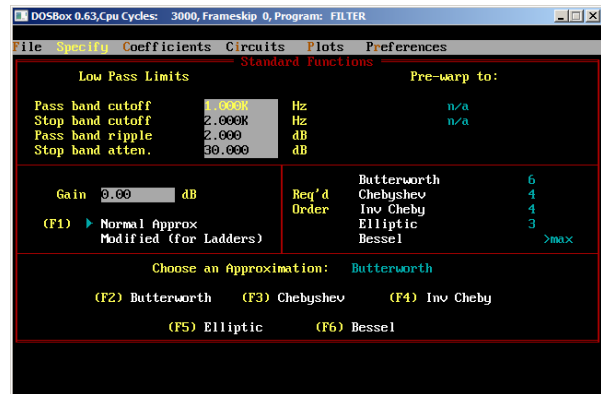


Стартирайте програмата **Filter Synthesis** чрез иконата на **Filter**.

С помощта на стрелките отворете диалоговият прозорец **Specify** и изберете вида на проектирания филтър (фиг. 8). Задайте изискванията към АЧХ посочени в **таблица 3** (фиг. 9).



Фигура 8 Диалогов прозорец за задаване на параметрите на филтъра



Фигура 9 Зададени параметри

Програмата **Filter Synthesis** има богата база от теоретични методи за създаване на математическия модел на проектираната схема, а именно: **методите за полиномна апроксимация на Бътървурт (F2), на Чебишев (I род) (F3) и на Бесел (F6)**, както и методите за **дробно-рационална апроксимация на Кауер (Elliptic) (F5) и инверсната апроксимация на Чебишев (II род) (F4)**. Автоматично получавате информация за реда на предавателната функция (**Req'd Order**) (фиг. 9.), от която можете да определите броя на елементарните функции (звена), на които се разлага предавателната функция (**Таблица 4**).



Анализът на получените резултати показва, че при различните методи за апроксимация, редът на предавателната функция е различен, като при метода **Кауер** той е най-малък ($n=3$), а сред полиномните апроксимации, най-добра е тази по метода на **Чебишев** ($n=4$).

Таблица 1

Параметър	Бътървурт (Butterworth)	Чебишев (Chebyshev)	Кауер (Elliptic, Cauer)
Ред на схемната функция	6	4	3
Брой елементарни функции (звена)	3 звена от 2 ред	2 звена от 2 ред	1 звено от 1 ред; 1 звено от 2 ред

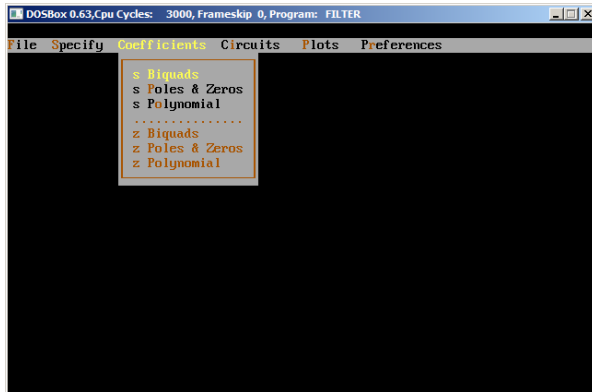


В литературни източници и други програмни продукти се използват различни означения за коефициентите и параметрите на предавателните функции. Във **Filter Synthesis** комплексната променливата се означава с s вместо p , коефициентите в числителя – с k_2, k_1, k_0 , а коефициентите в знаменателя са изразени чрез полюсната честота ω_0 и полюсния качествен

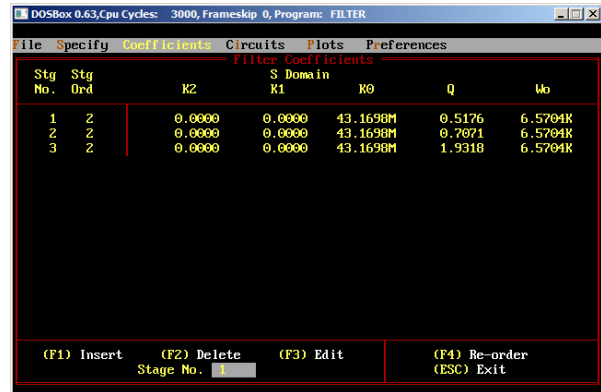
фактор Q , т.е. биквадратната предавателната функция има вида
$$T(s) = \frac{k_2 \cdot s^2 + k_1 \cdot s + k_0}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot s + \omega_0^2}$$
.

3.1. Апроксимация по метода на Бътървурт

За апроксимацията по Бътървурт (<F2>) можем да определим параметрите на предавателната функция. С бутон < Esc > излезте от активния прозорец *Specify* и отворете диалоговия прозорец *Coefficients* (фиг. 10). От менюто *s Biquads* ще получите информация за реда и стойностите на коефициентите в числителя k_2 , k_1 , k_0 , полюсната честота ω_0 и полюсния качествен фактор Q на предавателните функции на съставните звена (фиг. 11). (С бутон < Esc > излезте от активния прозорец).



Фигура 10 Диалогов прозорец за получаване на коефициентите на елементарните предавателни функции

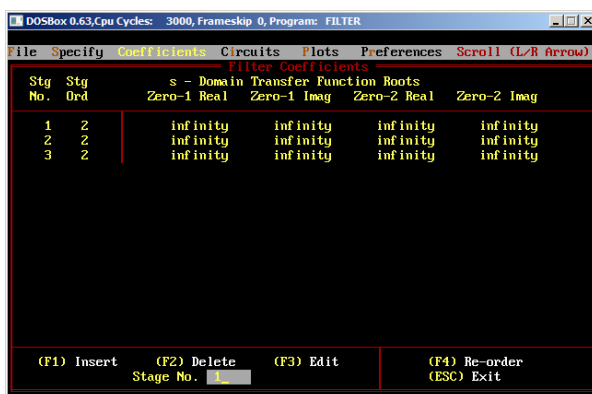


Фигура 11 Коефициенти на елементарните предавателни функции

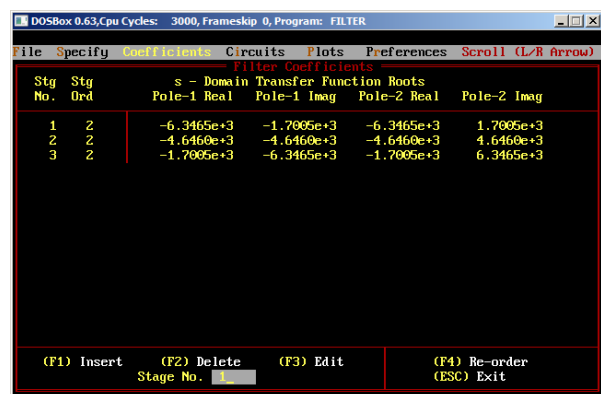


Получените резултати показват, че общата предавателна функция от 6 ред се разлага на 3 нискочестотни елементарни предавателни функции от 2 ред (в числителя има само константа - k_0). Полиномите в техните знаменатели са полиноми на Хурвиц (ω_0 и Q са различни от нула и с еднакъв знак).

От менюто *s Poles&Zeros* ще получим подробна информация за стойностите на реалните и на имагинерните части на нулите на предавателната функция на отделните звена (фиг. 12). За да получим стойностите на реалните и имагинерните части на полюсите на елементарните предавателни функции (фиг. 13), е необходимо да се натисне 4 пъти стрелката за надясно.



Фигура 12 Нули на предавателните функции на съставните звена (в случая са разположени в безкрайността).



Фигура 13 Полюси на предавателните функции на съставните звена



Получените резултати показват, че нулите на нискочестотните елементарни

s	Domain	Transfer Function	Polynomials	
	Num	Den	Num	Den
s ⁰	8.04e+22	8.04e+22		
s ¹	0.00e+0	4.73e+19		
s ²	0.00e+0	1.39e+16		
s ³	0.00e+0	2.59e+12		
s ⁴	0.00e+0	3.22e+8		
s ⁵	0.00e+0	2.54e+4		
s ⁶	0.00e+0	1.00e+0		

предавателни функции, апроксимирани по Бътървурт, са разположени в безкрайността, а комплексно спрегнатите двойки полюси имат отрицателна реална част (изпълнено е условието за устойчивост на схемите).

От менюто *s Polynomial* ще получите информация за стойностите на коефициентите в знаменателя на предавателната функция на пълната предавателна функция (фиг. 14).

Фигура 14 Коефициенти на предавателната функции, апроксимирана по Бътървурт

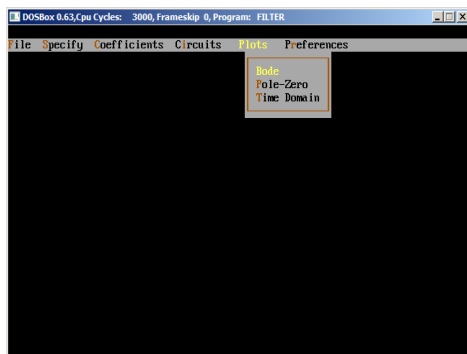
Математическият модел, получен по метода на Бътървурт има вида:

$$T(s) = \frac{43,169e^6}{s^2 + \frac{6,5704e^6}{0,5176}s + \sqrt{6,5704e^6}} \cdot \frac{43,169e^6}{s^2 + \frac{6,5704e^6}{0,7071}s + \sqrt{6,5704e^6}} \cdot \frac{43,169e^6}{s^2 + \frac{6,5704e^6}{1,9318}s + \sqrt{6,5704e^6}} = \frac{8,04e^{22}}{s^6 + 2,54e^4s^5 + 3,22e^8s^4 + 2,59e^{12}s^3 + 1,39e^{16}s^2 + 4,73e^{19}s + 8,04e^{22}}$$

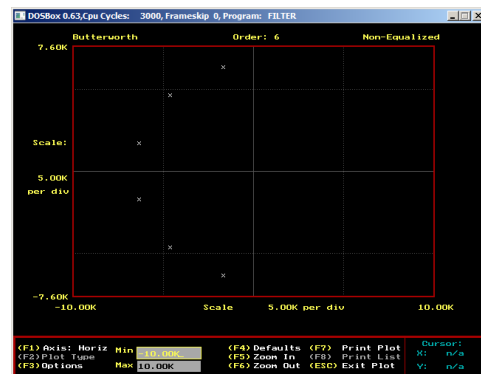
Таблица 4

Параметър	I звено	II звено	III звено
$Q_p = \frac{\omega_p}{2\sigma_p}$	0,5176	0,7071	1,9318
ω_p	2563,28	2563,28	2563,28
f_p	407,96	407,96	407,96

В диалоговия прозорец *Plots* (фиг. 15) ще получите възможност за графичен анализ, оценка и визуализация на резултатите от етапа апроксимация (Фиг. 16 и Фиг. 17).



Фигура 15 Диалогов прозорец за получаване на резултатите в графичен вид



Фигура 16 Полюсно-нулевата диаграма по метода на Бътървурт

Полюсите с по-висок качествен фактор са разположени по-близо до имагинерната ос. От менюто *Bode* ще получите АЧХ и ФЧХ за пълната предавателна функция, както и на на елементарните предавателни функции (фиг. 17).



За да зададете логаритмичен мащаб по абсцисната ос чрез бутона < F2 > изберете log. За да се построи АЧХ в dB чрез бутона < F1 > изберете лява вертикална ос (Left Vert), след това чрез бутона < F2 > dB (Gain - dB). За да построите ФЧХ в същото работно поле, но на различна ос чрез бутона < F1 > изберете дясна вертикална ос (Right Vert), след това чрез бутона < F2 > фаза (Phase).

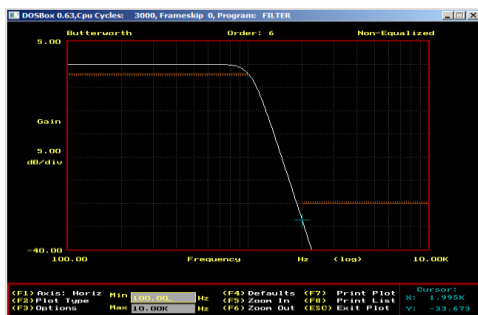


Фигура 17 АЧХ и ФЧХ по метода на Бътървурт

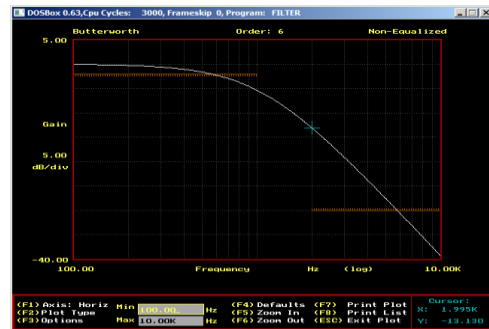
Извод: Предавателната характеристика получена по теоретичния метод на Бътървурт се характеризира с: максимално плоска АЧХ в лентата на пропускане, която съвпада с идеалния НЧФ прототип само за честота $\Omega = 0$ и монотонно намалява с нарастване на честотата до 2 dB за $f=1\text{kHz}$; стръмност на АЧХ в преходната област е равна на $20.n \text{ dB/dec}$; ФЧХ нараства линейно в областта на ниските честоти.

За да построите АЧХ в dB на съставните звена (фиг. 19, фиг. 20, фиг. 21) чрез бутона < F1 > изберете дясна вертикална ос (Right Vert), след това чрез бутона < F2 > премахване ФЧХ (no plot). Чрез бутона < F3 > format, а с бутона < F2 > изберете изобразяване на едно звено (single stage), след това в полето номер на звено (Stg. No) запишете номера на звеното (фиг. 18). Чрез бутона < ESC > автоматично се построява желаната графика. За да изберете подходящ мащаб на оста Y, с бутона < F1 > изберете лява вертикална ос (Left Vert), след това в полето MAX запишете 10 (фиг. 21).

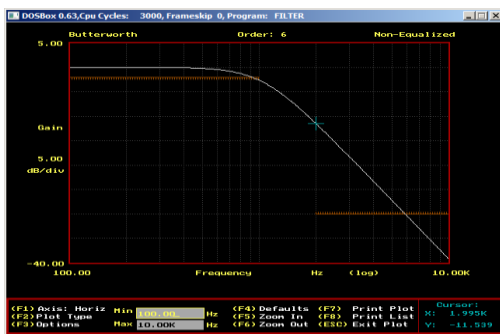
За да построите АЧХ в dB на съставните звена (фиг. 19, фиг. 20, фиг. 21) чрез бутона < F1 > изберете дясна вертикална ос (Right Vert), след



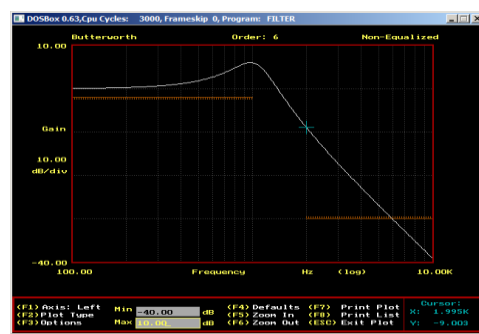
Фигура 18 Диалогов прозорец за избор на звено за изобразяване



Фигура 19 АЧХ на първо звено по метода на Бътървурт ($Q=0,5176$)



Фигура 20 АЧХ на второ звено по метода на Бътървурт ($Q=0,7071$)



Фигура 21 АЧХ на трето звено по метода на Бътървурт ($Q=1,9318$)



Звеното с най-голям качествен фактор (с най-голям номер) има отскок в АЧХ и най-голям наклон в преходната област.

3.2. Апроксимация по методите на Чебишев и Кауер

Върнете се в диалоговият прозорец *Specify* и чрез бутоните < F3 > и < F5 > изберете последователно апроксимация по методите на *Чебишев* и *Кауер* и повторете действията за получаване на резултатите в табличен и графичен вид. Резултатите подредете в таблици и направете коментар на получените характеристики.

Бътървурт



Фигура 22 Карта на полюсите и нулите по метода на Бътървурт

Чебишев

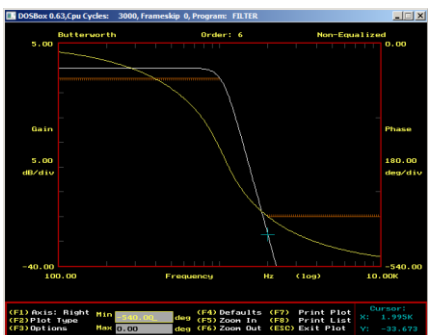


Фигура 23 Карта на полюсите и нулите по метода на Чебишев

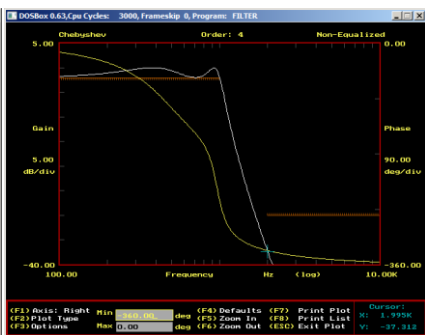
Кауер



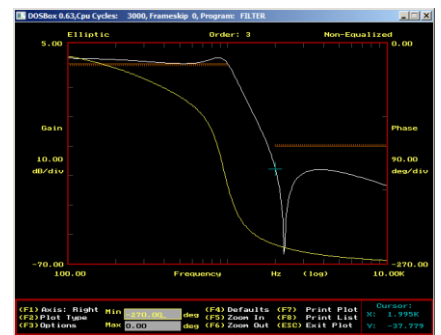
Фигура 24 Карта на полюсите и нулите по метода на Кауер



Фигура 25 АЧХ и ФЧХ по метода на Бътървурт



Фигура 26 АЧХ и ФЧХ по метода на Чебишев



Фигура 27 АЧХ и ФЧХ по метода на Кауер

Таблица 5

Апроксимация					
Бътървурт (Butterworth)		Чебишев (Chebyshev)		Кауер (Elliptic, Cauer)	
f, Hz	T(p), dB	f, Hz	T(p), dB	f, Hz	T(p), dB
1к	-2	1к	-2	1к	-2
1,995к	-33,673	1,995к	-37,312	1,995к	-37,779

От получените резултати в текстови и графичен вид, може да се определят особеностите на методите за полиномиална апроксимация на *Бътървурт*, на *Чебишев* и метода на *Кауер* за дробно рационална апроксимация.



Полюси и нули:

- при метода на *Бътървурт* полюсите са разположени равномерно в кръг в лявата полуравнина (което удовлетворява условията за устойчивост); няма реални нули;

- при метода на *Чебишев* двете двойки комплексни полюси са разположени равномерно по елипса в лявата полуравнина (което удовлетворява условията за устойчивост); няма реални нули.
- апроксимацията по метода на *Кауер* е дробно-рационална апроксимация с нули, разположени върху имагинерната ос. Понеже предавателната функция е от 3^{ти} ред, двойката комплексни полюси са разположени в лявата полуравнина, а третият полюс лежи върху реалната ос в лявата полуравнина.



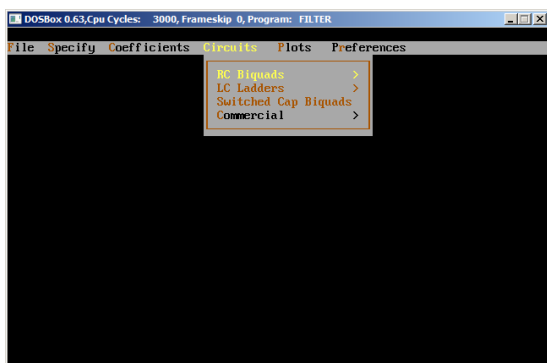
АЧХ и ФЧХ:

- АЧХ на функцията апроксимирана по метода на *Бътървурт* съвпада с идеалния НЧФ прототип само за честота $\Omega = 0$, след което нейната неравномерност нараства. Стръмността на АЧХ в преходната област е равна на $20.n \text{ dB/dec}$. ФЧХ нараства линейно в областта на ниските честоти;
- Апроксимираната предавателна функция по теоретичния метод на *Чебишев* има равно вълнова АЧХ, която в лентата на пропускане съвпада с идеалния НЧФ прототип в повече точки, а не само в една както е при апроксимацията по *Бътървурт*, което зависи от степента на функцията n . Параметрите на апроксимацията по *Чебишев* ε и n осигуряват две степени на свобода. Това дава възможност апроксимацията да се извърши при удовлетворяване на по-голям брой изисквания, поставени към проектирания филтър;
- Теоретичният метод на *Кауер* внася качествено нов елемент в апроксимацията. Докато нискочестотните предавателни функции апроксимирани по методите на *Бътървурт* и *Чебишев*, се характеризират с нули в безкрайността (числителят е константа), предложената от *Кауер* предавателна функция има нули за крайни честоти. Физическата интерпретация на този факт са филтри, които осигуряват коефициент на предаване равен на нула за определени реални честоти в лентата на задържане;

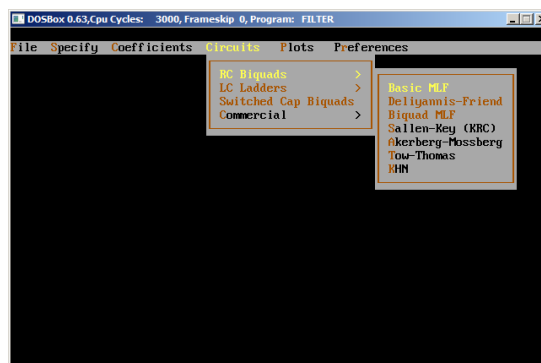
4. Каскадна реализация на апроксимираната по метода на *Чебишев* предавателна функция чрез схемата с *МООВ*

4.1. Избор на схемна стратегия

Върнете се в диалоговия прозорец *Specify* и чрез бутона < F3 > изберете апроксимация по методите на *Чебишев*. В диалоговия прозорец *Circuits* (фиг. 28) изберете стратегия на реализация с активни RC-звена (*RC Biquads*).



Фигура 28 Диалогов прозорец за избор на схемна стратегия за реализация

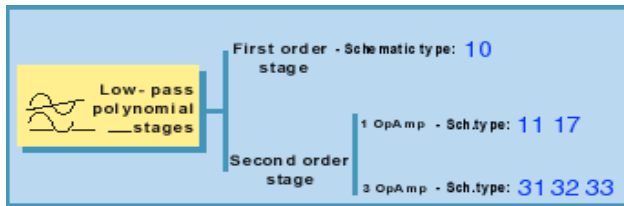


Фигура 29 Диалогов прозорец за избор на схема за реализация



Програмата *Filter Synthesis* позволява използването на стратегии и процедури за схемна реализация, които включват активни RC-звена (*RC Biquads*), пасивни LC-многозвенни филтри (*LC Ladders*), звена с превключваеми кондензатори (*Switched Cap Biquads*), комерсиални филтри

(*Commercials*). Групата на активни RC-филтри обхваща повече от 30 типови схеми с операционни усилватели обхванати от честотно-зависими обратни връзки: схеми с многоконтурна отрицателна обратна връзка (*Basic MLF*), лентов филтър на Дилянис (*Delyannis-Friend*), биквадратно звено с

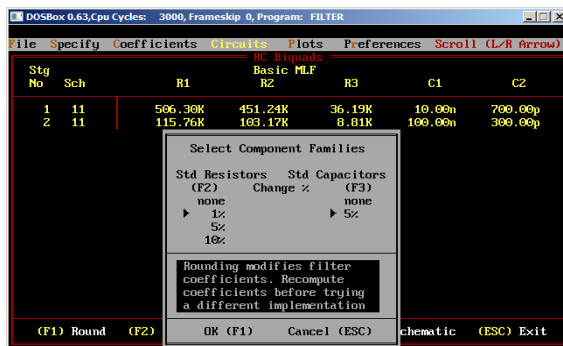


Фигура 30 База топологични структури за реализация на нискочестотни филтри

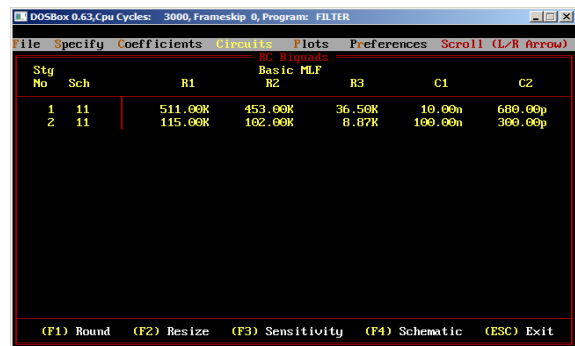
многоконтурна отрицателна обратна връзка (*Biquad MLF*), схема на Селен-Кий (*Sallen-Key KRC*), схема на Акерберг-Мосберг (*Akerberg-Mossberg*) и т.н.

На фиг. 30 е показана базата от топологични структури за реализация на нискочестотни филтри във *Filter Synthesis*. В зависимост от математическия модел на проектирания филтър (в случая

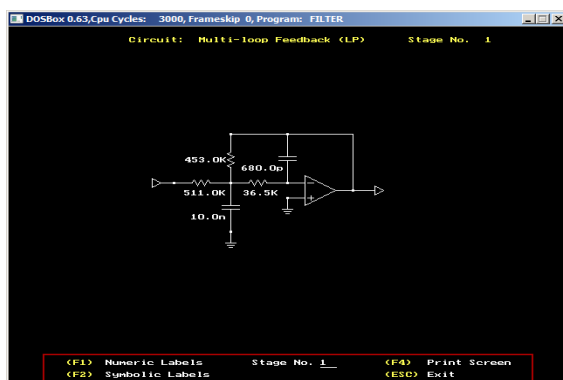
предавателна характеристика от 2 степен, апроксимирана по Чебишев), системата осигурява селективен достъп до схемите (тези, които са маркирани в кафяво, не могат да се използват при реализацията). Избираме схемна реализация с многоконтурна отрицателна обратна връзка (*Basic MLF*), която има най-малък брой елементи (фиг. 29). Тя включва пет пасивни елемента (3 резистора и два кондензатора). Чрез бутона < F1 > може да зададете класа на точност на пасивните елементи. За целта чрез бутона < F2 > задайте 1% за резисторите, а с бутона < F3 > - 5% за кондензаторите (фиг. 31). За да потвърдите въведеното, натиснете бутона < F1 > (фиг. 33). Чрез бутона < F4 > ще получите схемата със стойностите на 1⁸⁰ звено (фиг. 33). За да получите схемата на 2⁸⁰ звено натиснете стрелката нагоре или надолу (фиг. 34).



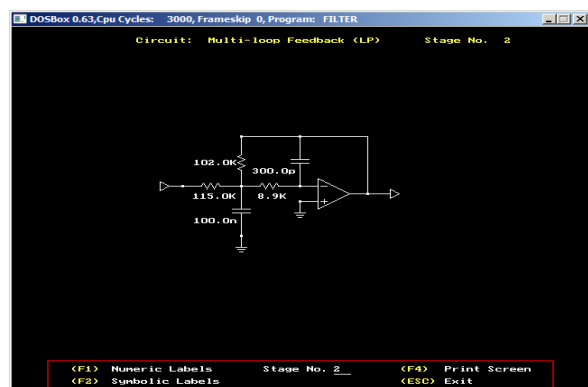
Фигура 31 Диалогов прозорец за избор на класа на точност на пасивните елементи



Фигура 32 Стойности на схемните параметри



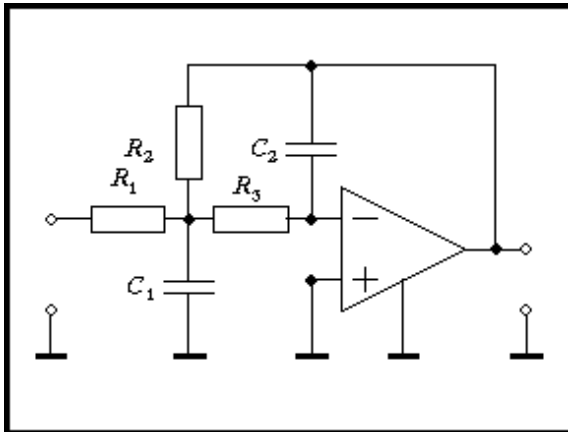
Фигура 33 Схема с изчислените параметри на първото звено



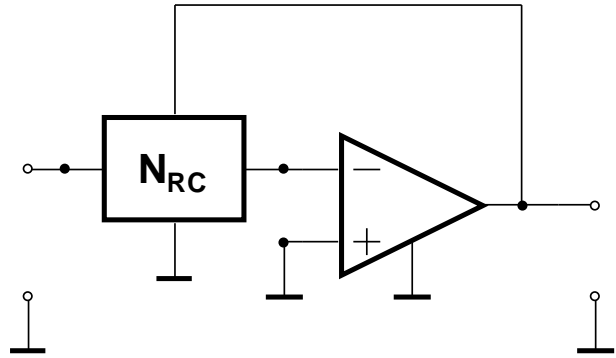
Фигура 34 Схема с изчислените параметри на второто звено

4.2. Анализ на схемата с МООВ и определяне на параметрите в общ вид

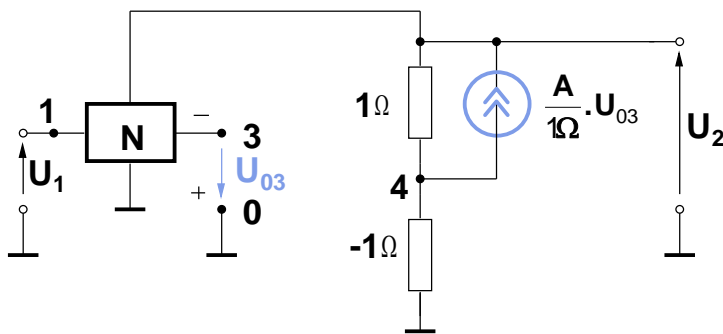
Нека за избраната схема за реализация (Фиг.35) да определим предавателната функция по напрежение в символен вид, функциите на относителната чувствителност на параметрите k_0 , ω_0 и Q по отношение изменението на пасивните елементи. За целта прилагаме метода на възловите напрежения.



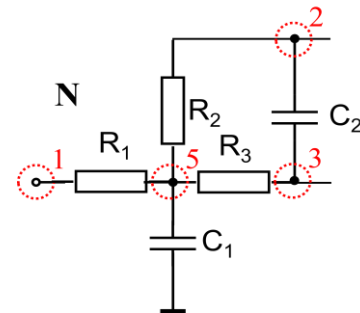
Фигура 35 Схема с МООВ



Фигура 36 Структурна схема с многополюсник



Фигура 37 Еквивалентна схема



Фигура 38 Многополюсна подсхема

Матрицата на проводимостите на схемата от Фиг. 37 има вида:

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11}^N & Y_{12}^N & Y_{13}^N & 0 \\ Y_{21}^N & Y_{22}^N + 1 & Y_{23}^N + A & -1 \\ Y_{31}^N & Y_{32}^N & Y_{33}^N & 0 \\ 0 & -1 & -A & 0 \end{bmatrix}$$

Коефициентът на предаване по напрежение K_U при отворена верига е $K_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{aa}}$.

Входният възел е означен с номер 1, а изходният с 2, следователно е необходимо да се определят адюнгираните количества :

$$\Delta_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{bmatrix} Y_{22}^N + 1 & Y_{23}^N + 1 & -1 \\ Y_{32}^N & Y_{33}^N & 0 \\ -1 & -A & 0 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{ccc} Y_{22}^N + 1 & & \\ & Y_{33}^N & \\ & & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{ccc} Y_{32}^N & & \\ & -A & \\ & & -1 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{ccc} & & Y_{23}^N + 1 \\ -1 & & \\ & & 0 \end{array} \right] \\ - \left[\begin{array}{ccc} & & -1 \\ & Y_{33}^N & \\ -1 & & \end{array} \right] - \left[\begin{array}{ccc} & & Y_{32}^N \\ Y_{23}^N + 1 & & \\ & & 0 \end{array} \right] - \left[\begin{array}{ccc} & & Y_{22}^N + 1 \\ & & \\ & & 0 \end{array} \right] \\ - \left[\begin{array}{ccc} & & \\ & & -A \end{array} \right] \end{array} \right\} =$$

$$= 0 + (Y_{32}^N)(-1)(-A) + 0 - (Y_{33}^N)(-1)(-1) - 0 - 0 = Y_{32}^N \cdot A - Y_{33}^N$$

$$\Delta_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{bmatrix} Y_{21}^N & Y_{23}^N + A & -1 \\ Y_{31}^N & Y_{33}^N & 0 \\ 0 & -A & 0 \end{bmatrix} = - \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{ccc} Y_{21}^N & & \\ & Y_{33}^N & \\ & & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{ccc} & & -1 \\ & & -A \\ & & 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{ccc} & & Y_{23}^N + A \\ 0 & & \\ & & 0 \end{array} \right] \\ - \left[\begin{array}{ccc} & & -1 \\ & Y_{33}^N & \\ 0 & & \end{array} \right] - \left[\begin{array}{ccc} & & Y_{23}^N + A \\ & & \\ & & 0 \end{array} \right] - \left[\begin{array}{ccc} & & Y_{21}^N \\ & & \\ & & 0 \end{array} \right] \\ - \left[\begin{array}{ccc} & & \\ & & -A \end{array} \right] \end{array} \right\} =$$

$$= -[0 + (Y_{31}^N)(-1)(-A) + 0 - 0 - 0 - 0] = -Y_{31}^N \cdot A$$

$$\Delta_{11} = Y_{32}^N \cdot A - Y_{33}^N; \quad \Delta_{12} = -Y_{31}^N \cdot A.$$

Отчитайки, че коефициентът на усилване по напрежение на ОУ е $A \rightarrow \infty$, за предавателната функция K_U се получава:

$$K_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{-Y_{31}^N \cdot A}{Y_{32}^N \cdot A - Y_{33}^N} = - \frac{Y_{31}^N}{Y_{32}^N - \frac{Y_{33}^N}{A}} \Big|_{A \rightarrow \infty} = - \frac{Y_{31}^N}{Y_{32}^N}.$$

Анализът на многополюсната подсхема от (фиг 38) се извършва по метода с възловите напрежения и редуциране на вътрешния възел 5. Многополюсната подсхема N се описва с матрицата:

$$[Y^N] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{R_1} \\ 0 & \frac{1}{R_2} + p \cdot C_2 & -p \cdot C_2 & -\frac{1}{R_2} \\ 0 & -p \cdot C_2 & \frac{1}{R_3} + p \cdot C_2 & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + p \cdot C_1 \end{bmatrix}.$$

Редуцирайки вътрешния възел 5, за участващите в предавателната функция параметри на многополюсната подсхема N се получава:

$$Y'_{31} = Y_{31} - \frac{Y_{35} \cdot Y_{51}}{Y_{55}} = 0 - \frac{\left(-\frac{1}{R_3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{R_1}\right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + p \cdot C_1} = -\frac{\frac{1}{R_1 \cdot R_3}}{C_1 \cdot p + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}$$

$$Y'_{32} = Y_{32} - \frac{Y_{35} \cdot Y_{52}}{Y_{55}} = -p \cdot C_2 - \frac{\left(-\frac{1}{R_3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{R_2}\right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + p \cdot C_1} = -\frac{C_1 \cdot C_2 \cdot p^2 + \left(\frac{C_2}{R_1} + \frac{C_2}{R_2} + \frac{C_2}{R_3}\right) \cdot p + \frac{1}{R_2 \cdot R_3}}{C_1 \cdot p + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}$$

Тогава за предавателната функция по напрежение на схемата с МООВ се получава:

$$K_U = -\frac{Y'_{31}}{Y'_{32}} = -\frac{-\frac{\frac{1}{R_1 \cdot R_3}}{C_1 \cdot p + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}}{-\frac{C_1 \cdot C_2 \cdot p^2 + \left(\frac{C_2}{R_1} + \frac{C_2}{R_2} + \frac{C_2}{R_3}\right) \cdot p + \frac{1}{R_2 \cdot R_3}}{C_1 \cdot p + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}} =$$

$$= -\frac{\frac{1}{R_1 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2}}{p^2 + \left(\frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_3 \cdot C_1}\right) \cdot p + \frac{1}{R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2}} = \frac{k_0}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot p + \omega_0^2}$$

От сравнението на лявата и дясната част на горното уравнение следва:

$$k_0 = \frac{-1}{R_1 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2};$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2}};$$

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \left(\sqrt{\frac{R_3}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_3}} \right) + \sqrt{\frac{C_2 R_3 R_2}{C_1 R_1^2}}.$$

Определянето на функцията на относителната чувствителност на коефициента k_0 , на ω_0 и на Q се извършва чрез диференциране на съответните изрази спрямо параметрите на елементите R_i и C_i .

Функциите на относителната чувствителност на коефициента k_0 се получават:

$$S_{R_1}^{k_0} = \frac{\partial k_0}{\partial R_1} \cdot \frac{R_1}{k_0} = \frac{\partial \left(\frac{-1}{R_1 \cdot R_3 \cdot C_1 \cdot C_2} \right)}{\partial R_1} \cdot \frac{R_1}{-1} = -\frac{1}{R_3 \cdot C_1 \cdot C_2} \frac{\partial \left(\frac{1}{R_1} \right)}{\partial R_1} \left(-R_1^2 R_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \right) = \left(-\frac{1}{R_1^2} \right) R_1^2 = -1$$

Аналогично: $S_{R_2}^{k_0} = 0$; $S_{R_3}^{k_0} = -1$; $S_{C_1}^{k_0} = -1$; $S_{C_2}^{k_0} = -1$.

Функциите на относителната чувствителност на ω_0 се получават:

$$S_{R_1}^{\omega_0} = 0; S_{R_2}^{\omega_0} = S_{R_3}^{\omega_0} = S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -0,5.$$

Функциите на относителната чувствителност на Q са:

$$S_{R_1}^Q = Q \left(\frac{1}{R_1} \right) \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_2}{C_1}};$$

$$S_{R_2}^Q = -\frac{Q}{2} \left(\frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_2}{C_1}} - \sqrt{\frac{R_3 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_3 C_5}} \right);$$

$$S_{R_3}^Q = -\frac{Q}{2} \left(\frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2 R_3 C_2}{C_1}} + \sqrt{\frac{R_3 C_2}{R_2 C_1}} - \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_3 C_5}} \right);$$

$$S_{C_1}^Q = 0,5; S_{C_2}^Q = -0,5.$$

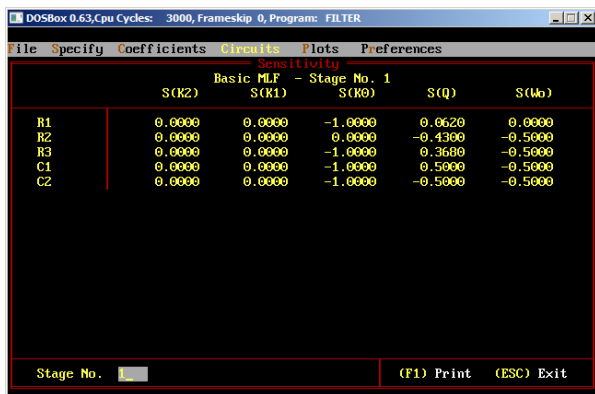
Оказва се, че функциите на чувствителността на честотата ω_0 към изменението на част от пасивните елементи има стойност 0, а към изменението на останалите е със стойност -0,5. Това означава, че при изменение на съответния елемент с 2% граничната честота се променя с 1% и то в противоположна посока (знак "минус"). Функциите на чувствителността на полюсния качествен фактор към пасивните елементи имат абсолютни стойности по-малки от единица, т. е. $|S_{R_1}^Q| < 1$, $|S_{R_2}^Q| < 0,5$, $|S_{R_3}^Q| < 0,5$.



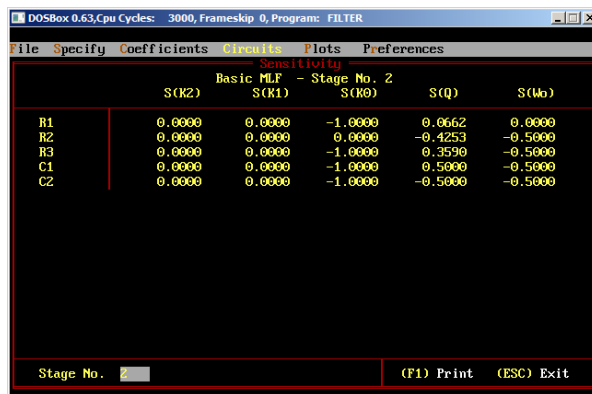
От получените резултати следва, че едно от основните предимства на филтрите с многоконтурна отрицателна обратна връзка с един ОУ, се състои в ниската чувствителност на Q и ω_0 от изменението на пасивните елементи.

4.3. Изчисляване на чувствителността в средата на *Filter Synthesis*

Чрез бутона < F3 > ще получите функциите на относителната чувствителност на 1^{во} звено (фиг. 39). За да получите и за 2^{во} звено натиснете стрелката нагоре или надолу (фиг. 40).



Фигура 39 Функции на чувствителността на първо звено



Фигура 40 Функции на чувствителността на второ звено

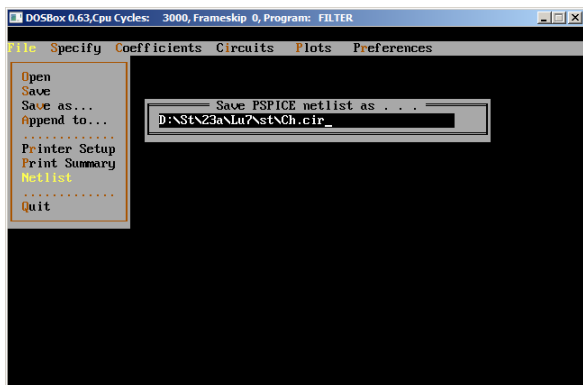


Получените резултати съвпадат с получените чрез числен анализ, което потвърждава направените изводи.

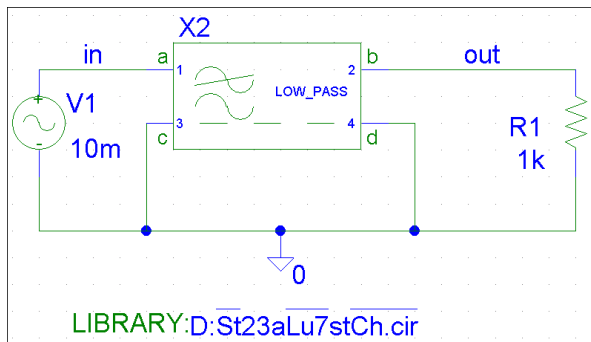
5. Верификация на проекта в средата на Design Lab

5.1. Създаване на модел на филтъра, представен като подсхема в PSpice

За да извършим PSpice симулации с цел оценка на честотните характеристики и параметри на проектирания активен филтър, е необходимо да създадем файл с описание на връзките и елементите на филтъра **Netlist (.cir)** представен като подсхема. За целта използваме вградените функции на програмата **Filter Synthesis**. От диалоговия прозорец **File** изберете **Netlist** и запишете във вашата работна директория създадения файл (фиг. 41). За начертаването на схемата на опитната постановка използвайте структурната схема от фиг. 42.



Фигура 41 Диалогов прозорец за създаване на Netlist

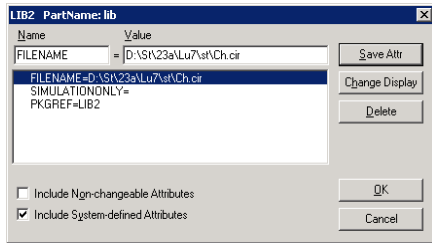


Фигура 42 Схема за симулационно тестване на АЧХ и ФЧХ

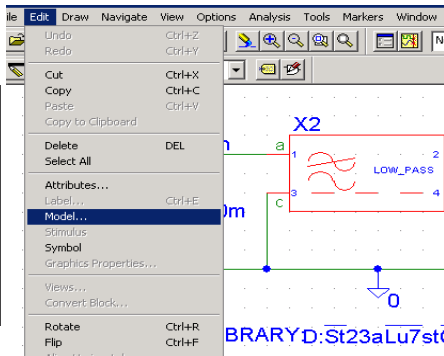
За да дефинирате подсхемата на активния филтър извършете следното:

- от символната библиотека **Filter.slb** извикайте елемента за нискочестотен филтър с име **Low_Pass** и го свържете като четириполюсник с общ извод между входа и изхода (фиг. 42);
- от символната библиотека **Special.slb** извикайте елемента с име **Library** и го разположете на произволно място в работната страница (фиг. 42);
- задайте атрибутите на елемента **LIBRARY** – името, разширението и мястото на съхранение на файла съдържащ модела на синтезирания активен филтър (фиг. 43);

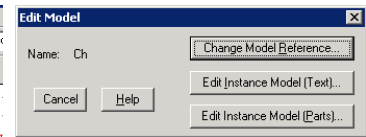
- изберете елемента **Low_Pass** (да е оцветен в червено) и от от менюто *Edit* изберете **Model** (фиг. 44).
- от прозореца **Edit Model** (фиг. 45) изберете **Change Model Reference ...**;
- в диалоговия прозорец **Enter New Model Name**: запишете името на файла съдържащ модела на синтезирания активен филтър (фиг. 46);



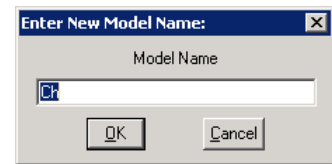
Фигура 43 Атрибути на елемента LIBRARY



Фигура 44 Избор на меню Model



Фигура 45 Прозорец Edit Model



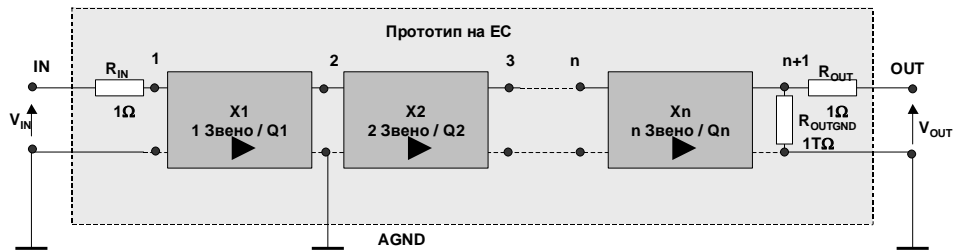
Фигура 46 Задаване на името на модел

Ако кликнете два пъти върху името на файла съдържащ модела на синтезирания активен филтър записан в елемента **LIBRARY** ще получите описанието на филтъра като подсхема (таблица 6).

Таблица 6

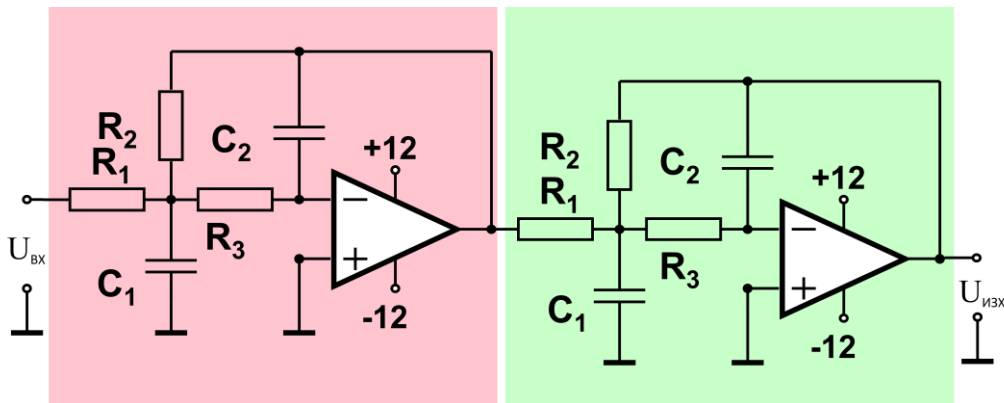
***** FILTER SUBCKTS *****	Изисквания към АЧХ на филтъра
* Filter Designer 6.3 - MicroSim Corp.	
* Design File Name: D:\St\23a\Lu7\st\Ch.cir	
* Order: 4	
* Data type: Continuous	
* Function: Low Pass	
* Approximation: Chebyshev	
* Specification: Pass band cutoff: 1.0000K Hz	
* Stop band cutoff: 2.0000K Hz	
* Pass band ripple: 2.0000 dB	
* Stop band atten.: 30.0000 dB	
* Gain: 0.0000 dB	
* Circuit Implementation: Basic MLF	
.SUBCKT Ch IN OUT AGND	Описание на подсхемата: име (Ch) входен възел (IN) изходен възел (OUT) маса (AGND)
RIN IN 1 1	Входно съпротивление на подсхемата
X1 1 2 AGND MLFLP/STG	Описание на първото звено
+ PARAMS: C1VAL= 10.000e-9 C2VAL= 6.800e-10	
+ R1VAL= 5.110e+5 R2VAL= 4.530e+5	
+ R3VAL= 3.650e+4	
X2 2 3 AGND MLFLP/STG	Описание на второто звено
+ PARAMS: C1VAL= 10.000e-8 C2VAL= 3.000e-10	
+ R1VAL= 1.150e+5 R2VAL= 1.020e+5	
+ R3VAL= 8.870e+3	
ROUT 3 OUT 1	Изходно съпротивление на подсхемата
ROUTGND OUT AGND 1E12	Изходно съпротивление филтъра
.ENDS	Край на подсхемата

В общия случай, каскадната структура на филтъра е представена на Фиг. 47. В конкретния проект подсхемата съдържа само две съставни звена.



Фигура 47 Каскадна структура на филтъра

Схемата на проектирания филтър има вида от Фиг. 48, а стойностите на елементите са дадени в Таблица 7.



Фигура 48 Схема на проектирания филтър

Таблица 7

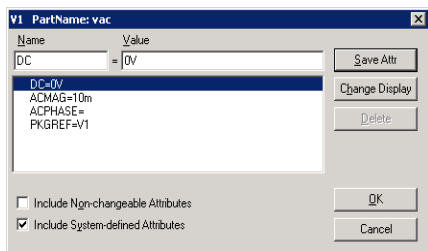
Стойности на елементите		
Параметри	I звено	II звено
R1, kΩ	511	115
R2, kΩ	453	102
R3, kΩ	36,5	8,87
C1, pF	10	100
C2, pF	680	300

5.2. Подготовка и извършване на PSpice симулации

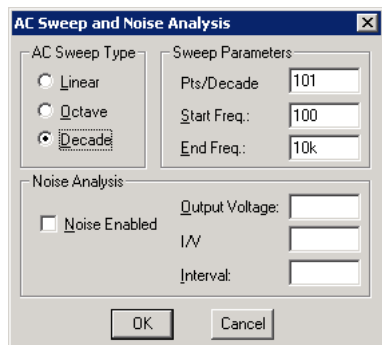
На входа на схемата поставете променливотоков независим източник на напрежение **VAC** и задайте атрибутите му: име **Vin** и **ACMAG 10mV**, както е показано на фиг. 49.

Специфицирайте параметрите на честотния анализ **AC sweep**.

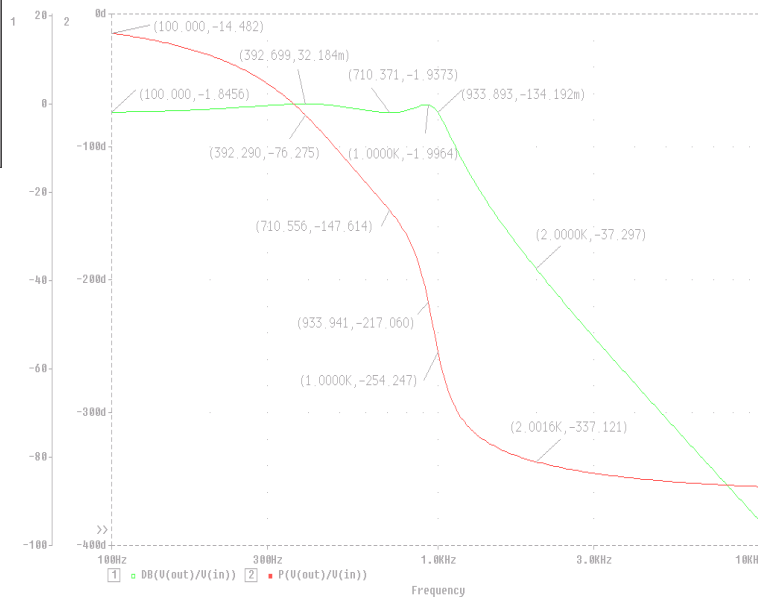
Честотният диапазон за изследване ще зададете, ако за начална стойност (**Start value**) запишете **100**, а за крайна стойност (**End value**) **10K**. Полученият честотен диапазон е голям, което предполага използването на декаден (**Decade**) мащаб (тип) на развивката (**AC Sweep type**), при което изчисленията е добре да се извършват за не повече от **100** точки в декада (**Pts/Decade**) (фиг. 51). Стартирайте симулациите. В графичния постпроцесор (програмен осцилоскоп) **Probe** в едно работно поле, но на различни оси постройте **AЧХ** и **ФЧХ** (фиг. 50).



Фигура 49 Атрибути на входния сигнал

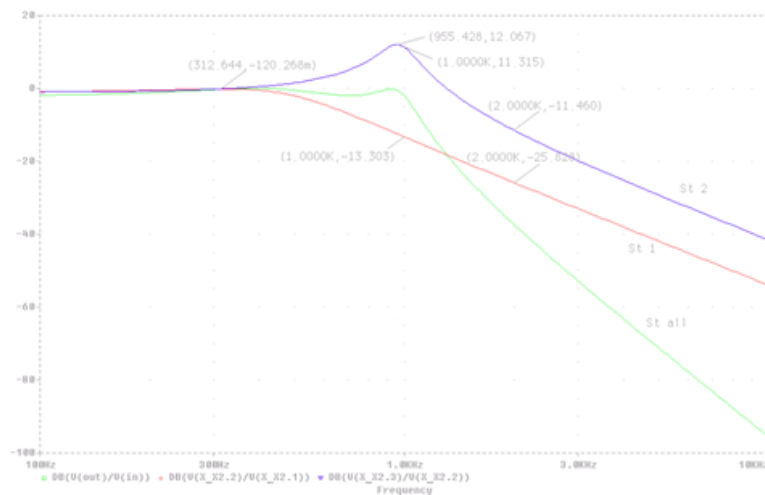


Фигура 51
Параметри на честотния анализ



Фигура 50
АЧХ и ФЧХ на проектираният филтър

В едно работно поле, постройте АЧХ на целия филтър и на отделните съставни звена (фиг. 52).



Фигура 52 АЧХ на целия филтър и на отделните звена

Таблица 8

Параметър	Апроксимация		Реализация		δ, %
	$T_{\text{анр}}(f)$, dB	$T_{\text{анр}}(f)$, пъти	$T(f)$, dB	$T(f)$, пъти	
fp	-2	0,7943	-1,9964	0,7947	0,04
fs	-37,407	0,0135	-37,297	0,0137	1,27

Забележка: $\delta^* = [(T(f), \text{пѐти} - T_{\text{анр}}, \text{пѐти}) / T_{\text{анр}}, \text{пѐти}] \cdot 100 \%$