Демонстратор: Синтез на активен високочестотен филтър - апроксимация и каскадна реализация.

<mark>1. Це</mark>л:

Целта на демонстратора е да илюстрира методологията за синтез на активни филтри с всички необходими етапи и дейности за анализ, проектиране и оценка на високочестотен филтър в средата на *Filter Synthesis*.

Методологията за автоматизиран синтез на активни филтри, която следваме в работата си е представена на фиг. 1.



Фигура 1 Методология за автоматизиран синтез на активни

Filter Synthesis е програма за интерактивно проектиране подпомагащо синтеза и анализа на активни и пасивни филтри в средата на *MicroSim Design Lab*. Тя осигурява на потребителя възможности за извършване на серия от многократни проекти, визуализиране и документиране чрез отчети на резултатите и графиките от проектирането, принципните електронни схеми и създаване на интерфейс за симулационни пакети, вкл. PSpice, за допълнителна верификация на проекта.

2. Апроксимация на ВЧФ по изисквания към АЧХ в лентата на пропускане и лентата на задържане. Сравнение на методите на Бътъруърт, Чебишев и Кауер.

Спецификацията на високочестотния филтър е дадена в таблица 1.

Таблица 1

N⁰	Параметри	Означение	Стойност
1	Гранична честота в лентата на пропускане (Pass-band cutoff frequency)	f₽	400 Hz
2	Максимално допустимо затихване (неравномерност) на АЧХ в лентата на пропускане за честота f _P (<i>Maximum pass-band ripple</i>)	A _P	1 dB
3	Гранична честота в лентата на задържане (Stop-band cutoff frequency)	fs	250 Hz
4	Минимално допустимо затихване на АЧХ в лентата на задържане за честота ${f f}_{s}$ (Minimum stop-band attenuation for stop-band cutoff frequency)	As	20 dB
5	Коефициент на усилване в лентата на пропускане (Gain)	Go	6 dB



Фигура 2 Параметри на ВЧФ

В средата на *Filter Synthesis* извършваме апроксимация по теоретичните методи на *Бътъруърт, Чебишев и Кауер*.

Стартирайте програмата Filter Synthesis

чрез иконата на Filter



SBox 0.63.Cou Cycle DO ile oefficie ile fficients Circuits Low Pass High Pass Limits -warp to: Band Pass Band Reject n∕a n∕a Non-Standard Delay Equaliz Approx ed (for Ladders) ose an Approximation: Chebus (F2) Butterworth (F3) Chebyshev (F4) Inv Cheby (F5) Elliptic (F6) Bessel

С помощта на стрелките отворете диалоговият прозорец *Specify* и изберете вида на проектирания филтър (фиг. 3). Задайте изискванията към **АЧХ** посочени в **таблица 1** (фиг. 4).

Фигура 3 Диалогов прозорец за задаване на параметрите на филтъра

Фигура 4 Зададени параметри

Програмата *Filter Synthesis* има богата база от теоретични методи за създаване на математическия модел на проектираната схема, а именно: **методите за полиномна** апроксимация на Бътъруърт (*F2*), на Чебишев (I род) (*F3*) и на Бесел (*F6*), както и методите за дробно-рационална апроксимация на Kayep (Elliptic) (*F5*) и инверсната апроксимация на Чебишев (II род) (*F4*). Автоматично получавате информация за реда на предавателната функция (*Req'd Order*) (фиг. 4.), от която можете да определите броя на елементарните функции (звена), на които се разлага предавателната функция (**Таблица 2**).

Анализът на получените резултати показва, че при различните методи за апроксимация, редът на предавателната функция е различен, като при метода *Kayep* той е най-малък (n=3), а сред полиномните апроксимации, най-добра е тази по метода на *Чебишев* (n=4).

Таблица 2

Параметър	Бътъруърт (Butterworth)	Чебишев (Chebyshev)	Kayep (Elliptic, Cauer)
Ред на схемната функция	7	4	3
Брой елементарни функции (звена)	1 звено от 1 ред; З звено от 2 ред	2 звена от 2 ред	1 звено от 1 ред; 1 звено от 2 ред



В литературни източници и други програмни продукти се използват различни означения за коефициентите и параметрите на предавателните функции. Във *Filter Synthesis* комплексната променливата е означена с *s* вместо *p*, коефициентите в числителя – с k_2 , k_1 , k_0 , а коефициентите в знаменателя са изразени чрез полюсната честота ω_0 и полюсния качествен

фактор **Q**, т.е. биквадратната предавателната функция има вида $T(s) = \frac{\kappa_2 \cdot s^2 + \kappa_1 \cdot s^2}{\kappa_2 \cdot s^2 + \kappa_1 \cdot s^2}$

$$\frac{k_2 \cdot s^2 + k_1 \cdot s + k_0}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot s + \omega_0^2}$$

2.1. Апроксимация по метода на Чебишев

За апроксимацията по Чебишев (<F3>) можем да определим параметрите на предавателната функция. С бутона < *Esc* > излезте от активния прозорец *Specify* и отворете диалоговия прозорец *Coefficients* (фиг. 5). От менюто *s Biquads* ще получите информация за реда и стойностите на коефициентите в числителя k_2 , k_1 , k_0 , полюсната честота ω_0 и полюсния качествен фактор Q на предавателните функции на съставните звена (фиг. 6). (С бутона < *Esc* > излезте от активния прозорец).



DOSBox	0.63,Cpu Cy	cles: 3000,	Frameskip	0, Progra	m: FILT	ER				_ <u> </u>
File Sp	ecify 0	oefficient	s Circu	its I	lots	Prefe	rences			
Sta	Sta		— Filt	er Coef	ficie	nts —				
No.	Ord	KZ		K1		KO	Ģ		Wo	
1 2	22	1.33 1.33	335 135	0.0000	(0.0000 0.0000	0. 3.	7845 5590	4.754 2.530	7K 4K
(F1)	Insert	(F2) I	elete	(F3)	Edit		(F4) Re-o	rder	
		Stage No.	1				ŒS	C) Exi	t	

Фигура 5 Диалогов прозорец за получаване на коефициентите на елементарните предавателни функции

Фигура 6 Коефициенти на елементарните предавателни функции

Получените резултати показват, че общата предавателна функция от 4 ред се разлага на 2 високочестотни елементарни предавателни функции от 2 ред (в числителя само коефициентът

*k*₂ пред втората степен на комплексната променлива е различен от нула). Полиномите в техните знаменатели са полиноми на Хурвиц (*ω*₀ и *Q* са различни от нула и с еднакъв знак).

От менюто *s Poles&Zeros* ще получим подробна информация за стойностите на реалните и на имагинерните части на *нулите* на предавателната функция на отделните звена (фиг. 7). За да получим стойностите на реалните и имагинерните части на *полюсите* на елементарните предавателни функции (фиг. 8), е необходимо да се натисне 4 пъти стрелката за надясно.

E	DO	SBox	0.63,Cpu	Cycles:	3000,	, Framesk	ip 0, Prog	ram: FIL1	TER					_ 🗆 🗵
F	ile	Spe	ecify	Coeff	icien	ts Cir	cuits	Plots	Prei	ference	s Sci	roll	(L/R	Arrow)
	St No	tg S 5. C	Stg Ird	Ze	s – ero–1	Domain Real	Transf Zero-1	er Func Imag	tion 1 Zero	Roots -2 Real	Zei	<u>-2</u>	Imag	
		1 2	2 2		0.00	00e+0 00e+0	0.00	00e+0 00e+0	0.0 0.0	0000e+0 0000e+0	(0.000 0.000)0e+0)0e+0	
	((F1)	Insert	t Staj	(F2)] je No	Delete . 1_	(F3) Edit		(F4) Ro ESC) I	e-ord Exit	ler	

Фигура 7 Нули на предавателните функции на съставните звена (в случая са разположени в безкрайността).

DOSBo	х 0.63,Сри (Cycles: 3000, Fran	neskip 0, Prog	ram: FILTER			- 🗆 🗡
File S Stg	pecify Stg	Coefficients s - Dom	Circuits Filter Co ain Transf	Plots P efficients er Functio	references n Roots	Scroll (L/R	Arrow)
1 2	2 2	-3.0302e+ -3.5549e+	3 -3.66 2 -2.50	- 1mag P0 -40e+3 – 53e+3 –	3.0302e+3 3.5549e+2	3.6640e+3 2.5053e+3	
(F1) Insert	(F2) Dele Stage No. 🚺	te (F3) Edit	(F4) (ESC	Re-order) Exit	

Фигура 8 Полюси на предавателните функции на съставните звена

🔝 DOS	Box 0.63,Cpt	Cycles: 3000, Fra	ameskip 0, Prog	ram: FILTE	R		_ <u> </u>
File	Specify	Coefficients	Circuits	Plots	Preferences	Scroll	(L/R Arrow)
			= Filter Co	efficien	ts		
		s – Doma i	in Transfer	Function	Polynomials		
		num	Den		nu	m	Den
	s^0	0.00e+0	1.45e+14				
	s^1	0.00e+0	5.49e+10				
	s^2	0.00e+0	3.33e+7				
	s^3	0.00e+0	6.77e+3				
	s^4	1.78e+0	1.00e+0				
-	D						

Фигура 9 коефициенти на предавателната функции, апроксимирана по Чебишев

Получените резултати показват, че нулите на елементарните предавателни функции, апроксимирани по Чебишев, са разположени в началото на координатната система, а комплексно спрегнатите двойки полюси имат отрицателна реална част (изпълнено е условието за устойчивост на схемите).

От менюто *s Polynomial* ще получите информация за стойностите на коефициентите в знаменателя на предавателната функция на пълната предавателна функция (фиг. 9).

Математическият модел, получен по метода на Чебишев има вида:

$$T(s) = \frac{1,3335.s^2}{s^2 + \frac{4754,7}{0,7845}s + \sqrt{4754,7}} \cdot \frac{1,3335.s^2}{s^2 + \frac{2530,4}{3,559}s + \sqrt{2530,4}} = \frac{1,78.s^4}{1s^4 + 6,77e^3s^3 + 3,33e^7s^2 + 5,49e^{10}s + 1,45e^{14}}$$

Параметър	I звено	II звено
$Q_p = \frac{\omega_p}{2\sigma_p}$	0,7845	3,559
ω_p	68,95	49,3
${f}_p$	10,97	7,85

В диалоговия прозорец *Plots* (фиг. 10) ще получите възможност за графичен анализ, оценка и визуализация на резултатите от етапа апроксимация (Фиг. 11 и Фиг. 12).



Фигура 10 Диалогов прозорец за получаване на резултатите в графичен вид

DOSBox 0.	63,Cpu Cycles:	3000, Frames	kip 0, Program: FILTER		_15
4.306	Chebyshev		Order: 4	Non-Equi	alized
Scale:					
1.00K					
per div					
-4.30K -6	. 20K		Scale 2.00K	per div	6.20K
1) Axis: 2) Plot	Horiz Min Type Nav	-6.20K	(F4) Defaults (F5) Zoon In (F5) Zoon Out	(F7) Print Plot (F8) Print List (F8) Evit Plot	Cursor: X: n/a

Фигура 11 Полюсно-нулевата диаграма по метода на *Чебишев*

Полюсите с по-висок качествен фактор са разположени по-близко до имагинерната ос. Двете нули съвпадат с началото на координатната система.

От менюто **Bode** ще получите **АЧХ** и **ФЧХ** за пълната предавателна функция, както и на елементарните предавателни функции (фиг. 12).



Фигура 12 АЧХ и ФЧХ по метода на Чебишев

За логаритмичен мащаб по абсцисната ос чрез бутона < F2 > изберете log. За да построите **АЧХ** в **dB** чрез бутона < F1 > изберете лява вертикална ос (*Left Vert*), след това чрез бутона < F2 > **dB** (*Gain* - *dB*). За да построите **ФЧХ** в същото работно поле, но на различна ос чрез бутона < F1 > изберете дясна вертикална ос (*Right Vert*), след това чрез бутона < F2 > фаза (*Phase*).

За да построите **АЧХ** в **dB** на съставните звена (фиг. 15, фиг. 16) чрез бутона < *F*1 > изберете дясна вертикална ос (*Right Vert*), след това чрез бутона < *F*2 > премахване **ФЧХ** (*no plot*). Чрез бутона < *F*3 > *format* (фиг. 13), а с бутона < *F*2 > изберете изобразяване на едно звено (*single stage*), след това в полето номер на звено (Stg. №) запишете номера на звеното (фиг. 14). Чрез бутона < *ESC* > автоматично се построява желаната графика. За да изберете подходящ мащаб на оста Y, с бутона < *F*1 > изберете лява вертикална ос (*Left Vert*), след това в полето *MAX* запишете **15** (фиг. 16).



Фигура 13 Диалогов прозорец за избор на звено за изобразяване



Фигура 15 АЧХ на първо звено по метода на Чебишев (0,7845)



Фигура 14 Диалогов прозорец за избор на звено за изобразяване



Фигура 16 АЧХ на второ звено по метода на *Чебишев* (3,559)

Звеното с по-голям качествен фактор (с номер 2) има отскок в АЧХ и по-голям наклон в преходната област.

2.2. Апроксимация по методите на Бътъруърт и Кауер

Върнете се в диалоговият прозорец *Specify* и чрез бутоните < *F*2 > и < *F*5 > изберете последователно апроксимация по методите на *Бътъруърт* и *Кауер* и повторете действията за получаване на резултатите в табличен и графичен вид. Резултатите подредете в таблици и направете коментар на получените харакактеристики.



Фигура 17 Карта на полюсите и нулите по метода на Бътъруърт Фигура 18 Карта на полюсите и нулите по метода на *Чебишев*

(F4) De (F5) Zo (F7) Print Plot (F8) Print List

Чебишев



Фигура 19 Карта на полюсите и нулите по метода на *Кауер*



-20.00 100.00 Prequency Hs (109) 1000.00 F1) Acts: Hight Rin 25000 are (F4) Defaults (F7) Print Plat X-203-86 Her 2000 br (F5) Defaults (F7) Print Plat X-203-86 Her (F5) Joint List X Фигура 20 АЧХ и ФЧХ по метода на *Бътъруърт*

Фигура 21 АЧХ и ФЧХ по метода на Чебишев

Фигура 22 АЧХ и ФЧХ по метода на Кауер

Апроксимация									
Бътъ (Butte	руърт rworth)	Чеб (Cheb	ишев byshev)	Kayep (Elliptic, Cauer)					
f, Hz	T(p), dB	f, Hz	T(p), dB	f, Hz	T(p), dB				
401,17	5,036	401,17	5,082	401,17	5,06				
249,27	-16,909	249,27	-18,634	249,27	-21,69				

От получените резултати в текстови и графичен вид, можем да характеризираме методите за полиномиална апроксимация на *Бътъруърт*, на *Чебишев* и метода на *Кауер* за дробно рационална апроксимация.



- при метода на Бътъруърт полюсите са разположени равномерно в кръг в лявата полуравнина (което удовлетворява условията за устойчивост), а за звеното от 1 ред, полюсът лежи на абсцисната ос; има две нули в началото на координатната система;
- при метода на Чебишев двете двойки комплексни полюси са разположени равномерно по елипса в лявата полуравнина (което удовлетворява условията за устойчивост); има две нули в началото на координатната система.
- апроксимацията по метода на *Кауер* е дробно-рационална апроксимация с нули, разположени върху имагинерната ос, а за звеното от 1 ред, нулата е разположена в началото на координатната система. Понеже предавателната функция е от 3^{-ти} ред,

7/16

Таблица 4

двойката комплексни полюси са разположени в лявата полуравнина, а третият полюс лежи върху реалната ос в лявата полуравнина.



АЧХ и ФЧХ:

- АЧХ на функцията апроксимирана по метода на Бътъруърт съвпада с идеалния НЧФ прототип само за честота Ω = 0, след което нейната неравномерност нараства.
 Стръмността на АЧХ в преходната област е равна на 20.*n dB/dec*. ФЧХ нараства линейно в областта на ниските честоти;
- Апроксимираната предавателна функция по теоретичния метод на Чебишев има равно вълнова АЧХ, която в лентата на пропускане съвпада с идеалния НЧФ прототип в повече точки, а не само в една както е при апроксимацията по Бътъруърт, което зависи от степента на функцията *n*. Параметрите на апроксимацията по Чебишев *є* и *n* осигуряват две степени на свобода. Това дава възможност апроксимацията да се извърши при удовлетворяване на по-голям брой изисквания, поставени към проектирания филтър;
- Теоретичният метод на Кауер внася качествено нов елемент в апроксимацията предавателна функция има нули за крайни честоти. Физическата интерпретация на този факт са филтри, които осигуряват коефициент на предаване равен на нула за определени реални честоти в лентата на задържане.

3. Каскадна реализация на апроксимираната по метода на Чебишев предавателна функция чрез схемата на Селен-Кий

3.1. Избор на схемна стратегия

Върнете се в диалоговия прозорец *Specify* и чрез бутона < *F*3 > изберете апроксимация по методите на *Чебишев*. В диалоговия прозорец *Circuits* (фиг. 23) изберете стратегия на реализация с активни RC-звена (*RC Biquads*).



Фигура 23 Диалогов прозорец за избор на схемна стратегия за реализация



Фигура 24 Диалогов прозорец за избор на схема за реализация

Програмата Filter Synthesis позволява използването на стратегии и процедури за схемна реализация, които включват активни RC-звена (*RC Biquads*), пасивни LC-многозвенни филтри (LC Ladders), звена с превключваеми кондензатори (*Switched Cap Biquads*), комерсиални филтри (*Commercials*). Групата на активни RC-филтри обхваща повече от 30 типови схеми с операционни усилватели обхванати от честотно-зависими обратни връзки: схеми с многоконтурна отрицателна обратна връзка (*Basic MLF*), лентов филтър на Дилянис (*Delyannis-Friend*), биквадратно звено с многоконтурна отрицателна обратна връзка (*Biquad MLF*), схема на Селен-Кий (*Sallen-Key KRC*), схема на Акерберг-Мосберг (*Akerberg-Mossberg*) и т.н.



Фигура 25 База топологични структури за реализация на нискочестотни филтри

На фиг. 25 е показана базата от топологични структури за реализация на високочестотни звена от първи и втори ред във *Filter Synthesis*. В зависимост от типа елементарна предавателна функция, системата осигурява селективен достъп до схемите, които могат да бъдат използвани (тези, които са маркирани в кафяво, не могат да се използват при реализацията).

Избираме широко използваната в инженерната практика схемна реализация със схемата на Селен-Кий (*Sallen-Key KRC*) (фиг. 24). Тя включва шест пасивни елемента (4 резистора и два кондензатора). Чрез бутона < F1 > може да зададете класа на точност на пасивните елементи. За целта чрез бутона < F2 > задайте **1%** за резисторите, а *с* бутона < F3 > - **5%** за кондензаторите (фиг. 26). За да потвърдите въведеното, натиснете бутона < F1 > (фиг. 27). Чрез бутона < F4 > ще получите схемата със стойностите на 1^{во} звено (фиг. 28). За да получите схемата на 2^{ро} звено натиснете стрелката нагоре или надолу (фиг. 29).



Фигура 26 Диалогов прозорец за избор на класа на точност на пасивните елементи





Фигура 28 Схема с изчислените параметри на първото звено



Фигура 29 Схема с изчислените параметри на второто звено

3.2. Анализ на схемата на Селен-Кий и определяне на параметрите в общ вид

Нека за избраната схема за реализация (Фиг.30) да определим предавателната функция по напрежение в символен вид, функциите на относителната чувствителност на параметрите k_2 , ω_0 и Q по отношение изменението на пасивните елементи. За целта прилагаме метода на възловите напрежения.



Фигура 30 Схема на Селен-Кий



Фигура 31 Структурна схема с многополюсник



Фигура 32 Еквивалентна схема



Фигура 33 Многополюсна подсхема

Матрицата на проводимостите на схемата от Фиг. 32 има вида:

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11}^{N_a} & Y_{12}^{N_a} & Y_{13}^{N_a} & 0 & 0 \\ Y_{21}^{N_a} & Y_{22}^{N_a} + Y_{22}^{N_b} + 1 & Y_{23}^{N_a} - A & Y_{24}^{N_b} + A & -1 \\ Y_{31}^{N_a} & Y_{32}^{N_a} & Y_{33}^{N_a} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{42}^{N_b} & 0 & Y_{44}^{N_b} & 0 \\ 0 & -1 & A & -A & 0 \end{bmatrix}$$

Понеже получената матрица е по голяма от **4х4** (с размерност **5х5**), добре е тя да бъде развита по елементите на 5-ти стълб (стълб или ред с най-малко ненулеви елементи):

$$[Y] = (-1)^{2+5} \cdot (-1) \cdot \begin{bmatrix} Y_{11}^{N_a} & Y_{12}^{N_a} & Y_{13}^{N_a} & 0 \\ Y_{31}^{N_a} & Y_{32}^{N_a} & Y_{33}^{N_a} & 0 \\ 0 & Y_{42}^{N_b} & 0 & Y_{44}^{N_b} \\ 0 & -1 & A & -A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^{N_a} & Y_{12}^{N_a} & Y_{13}^{N_a} & 0 \\ Y_{31}^{N_a} & Y_{32}^{N_a} & Y_{33}^{N_a} & 0 \\ 0 & Y_{42}^{N_b} & 0 & Y_{44}^{N_b} \\ 0 & -1 & A & -A \end{bmatrix}$$

Коефициентът на предаване по напрежение **К**_U при отворена верига е $K_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{aa}}$.

Входният възел е означен с номер 1, а изходният с 2, следователно е необходимо да се определят адюнгираните количества :

$$\Delta_{11} = (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} Y_{32}^{N_a} & Y_{33}^{N_a} & 0 \\ Y_{42}^{N_b} & 0 & Y_{44}^{N_b} \\ -1 & A & -A \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} Y_{32}^{N_a} & & \\ & 0 & \\ & & -A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & 0 \\ Y_{42}^{N_b} & & \\ & A & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{33}^{N_a} & & \\ & -1 & & \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{44}^{N_b} & & \\ & -1 & & \\ \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} & 0 \\ & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ Y_{42}^{N_a} & & \\ & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{33}^{N_a} & & \\ & Y_{44}^{N_b} \\ \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & Y_{33}^{N_a} & & \\ & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & Y_{32}^{N_a} & & \\ & -A \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -1 & \\ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & 0 \\ & -A$$

$$= 0 + 0 + (Y_{33}^{N_a})(Y_{44}^{N_b})(-1) - 0 - (Y_{33}^{N_a})(Y_{42}^{N_b})(-A) - (Y_{32}^{N_a})(Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{42}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_b} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b} + Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A - Y_{33}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{32}^{N_a} \cdot Y_{44}^{N_b})(A) = (-Y_{33}^{N_a} \cdot Y$$

Отчитайки, че коефициента на усилване по напрежение на ОУ е $A \to \infty$, за предавателната функция **К**_U се получава:

$$\begin{split} K_{U} &= \frac{U_{2}}{U_{1}} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} \cdot A}{\left(-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{42}^{N_{b}}\right) A - Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{42}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}} + Y_{33}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}}{-Y_{32}^{N_{a}} \cdot Y_{44}^{N_{b}}} = \frac{Y_{31}^{N_{a}} \cdot$$

Анализът на многополюсната подсхема от (фиг. 33) се извършва по метода с възловите напрежения и редуциране на вътрешния възел 6. Многополюсната подсхема *Na* се описва с матрицата:

$$\begin{bmatrix} Y^{N_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p.C_1 & 0 & 0 & -p.C_1 \\ 0 & \frac{1}{R_1} & 0 & -\frac{1}{R_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_2} + p.C_2 & -p.C_2 \\ -p.C_1 & -\frac{1}{R_1} & -p.C_2 & \frac{1}{R_1} + p.C_1 + p.C_2 \end{bmatrix}.$$

Редуцирайки вътрешния възел 6, за участващите в предавателната функция параметри на многополюсната подсхема **Na** се получава:

;

$$\begin{split} Y_{31}' &= Y_{31} - \frac{Y_{36} \cdot Y_{61}}{Y_{66}} = 0 - \frac{\left(-p \cdot C_{2}\right)\left(-p \cdot C_{1}\right)}{\frac{1}{R_{1}} + p \cdot C_{1} + p \cdot C_{2}} = -\frac{C_{1} \cdot C_{2} \cdot p^{2}}{\left(C_{1} + C_{2}\right) \cdot p + \frac{1}{R_{1}}}; \\ Y_{32}' &= Y_{32} - \frac{Y_{36} \cdot Y_{62}}{Y_{66}} = = 0 - \frac{\left(-p \cdot C_{2}\right)\left(-\frac{1}{R_{1}}\right)}{\frac{1}{R_{1}} + p \cdot C_{1} + p \cdot C_{2}} = -\frac{\frac{C_{2}}{R_{1}} \cdot p}{\left(C_{1} + C_{2}\right) \cdot p + \frac{1}{R_{1}}}; \\ &= Y_{33} - \frac{Y_{36} \cdot Y_{63}}{Y_{66}} = \frac{1}{R_{2}} + p \cdot C_{2} - \frac{\left(-p \cdot C_{2}\right)\left(-p \cdot C_{2}\right)}{\frac{1}{R_{1}} + p \cdot C_{1} + p \cdot C_{2}} = \frac{C_{1} \cdot C_{2} \cdot p^{2} + \left(\frac{C_{2}}{R_{1}} + \frac{C_{1}}{R_{2}} + \frac{C_{2}}{R_{2}}\right) \cdot p + \frac{1}{R_{1} \cdot R_{2}}}{\left(C_{1} + C_{2}\right) \cdot p + \frac{1}{R_{1}}}. \end{split}$$

Тогава за предавателната функция по напрежение на схемата се получава:

$$K_{U} = -\frac{p^{2}\left(1 + \frac{R_{4}}{R_{3}}\right)}{p^{2} + \left[\frac{1}{R_{2}C_{1}} + \frac{1}{R_{2}C_{2}} + \frac{1}{R_{2}C_{1}}\left(-\frac{R_{4}}{R_{3}}\right)\right] \cdot p + \frac{1}{R_{1}R_{2}C_{1}C_{2}}} = \frac{k_{2} \cdot p^{2}}{p^{2} + \frac{\omega_{0}}{Q} \cdot p + \omega_{0}^{2}}$$

От сравнението на лявата и дясната част на горното уравнение следва:

$$\begin{split} k_2 &= 1 + \frac{R_4}{R_3}; \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}; \\ \frac{1}{Q} &= \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \left(\sqrt{\frac{C_1}{C_2}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \right) - \frac{R_4}{R_3} \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}. \end{split}$$

Определянето на функцията на относителната чувствителност на коефициента k_2 , на ω_0 и на Q се извършва чрез диференциране на съответните изрази спрямо параметрите на елементите R_i и C_i .

Функциите на относителната чувствителност на коефициента k_2 се получават:

$$S_{R_{1}}^{k_{2}} = \frac{\partial k_{2}}{\partial R_{1}} \cdot \frac{R_{1}}{k_{2}} = \frac{\partial \left(1 + \frac{R_{4}}{R_{3}}\right)}{\partial R_{1}} \frac{R_{1}}{1 + \frac{R_{4}}{R_{3}}} = 0$$

 Y'_{33}

Аналогично: $S_{R_2}^{k_2} = 0;$ $S_{R_3}^{k_0} = -\frac{R_4}{R_3 + R_4};$ $S_{R_4}^{k_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_4};$ $S_{C_1}^{k_2} = 0;$ $S_{C_2}^{k_2} = 0.$

Функциите на относителната чувствителност на $\, \varpi_{\! 0} \,$ се получават:

$$S_{R_1}^{\omega_0} = S_{R_2}^{\omega_0} = S_{C_1}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -0,5; \ S_{R_3}^{\omega_0} = S_{R_4}^{\omega_0} = 0.$$

Функциите на относителната чувствителност на Q са:

$$\begin{split} S^{\mathcal{Q}}_{R_{1}} &= -\frac{1}{2} + Q \bigg(\sqrt{\frac{R_{2}C_{1}}{R_{1}C_{2}}} + \sqrt{\frac{R_{2}C_{2}}{R_{1}C_{1}}} \bigg); \ S^{\mathcal{Q}}_{R_{2}} &= -S^{\mathcal{Q}}_{R_{1}}; \\ S^{\mathcal{Q}}_{R_{2}} &= -\frac{Q}{2} \bigg(\frac{1}{R_{1}} \sqrt{\frac{R_{2}R_{3}C_{2}}{C_{1}}} - \sqrt{\frac{R_{3}C_{2}}{R_{2}C_{1}}} + \sqrt{\frac{R_{2}C_{2}}{R_{3}C_{5}}} \bigg); \\ S^{\mathcal{Q}}_{R_{3}} &= -Q \frac{R_{4}}{R_{3}} \sqrt{\frac{R_{1}C_{1}}{R_{2}C_{2}}}; \ S^{\mathcal{Q}}_{R_{3}} &= -S^{\mathcal{Q}}_{R_{4}} \\ S^{\mathcal{Q}}_{1+\frac{R_{4}}{R_{3}}} &= Q \bigg(1 + \frac{R_{4}}{R_{3}} \bigg) \sqrt{\frac{R_{2}C_{2}}{R_{1}C_{1}}} \,. \end{split}$$

Оказва се, че функциите на чувствителността на честотата ω_0 към изменението на част от пасивните елементи има стойност 0, а към изменението на останалите е със стойност - 0,5. Това означава, че при изменение на съответния елемент с 2% граничната честота се променя с 1% и то в противоположна посока (знак "минус").

Отрицателната обратна връзка (R₃ и R₄) позволява регулиране на усилването и на качествения фактор на звената, но води до увеличаване на чувствителността на схемната функция от параметрите на елементите.

3.3. Изчисляване на чувствителността в средата на Filter Synthesis

Чрез бутона < F3 > ще получите функциите на относителната чувствителност на 1^{во} звено (фиг. 34). За да получите и за 2^{ро} звено натиснете стрелката нагоре или надолу (фиг. 35).

🔣 DOSBox 0.63,Cp	u Cycles: 3000, Fran	eskip 0, Progran	n: FILTER			DOSBox 0.63,Cpt	u Cycles: 3000, Fran	neskip 0, Program	n: FILTER		<u>_0×</u>
File Specify	Coefficients	Circuits P	lots Prefe	erences		File Specify	Coefficients	Circuits P	lots Prefe	erences	
	Sa.		vity Stage No. 1	1			Sa.	Sensiti	vity Stage No. 3	2	
	S(K2)	S(K1)	S(KO)	S(Q)	S(Wo)		S(K2)	S(K1)	S(KO)	ំ នល្ខ	S(Wo)
R1	0.0000	0.0000	0.0000	-0.9105	-0.5000	R1	0.0000	0.0000	0.0000	-9.4529	-0.5000
RZ	0.0000	0.0000	0.0000	0.9107	-0.5000	RZ	0.0000	0.0000	0.0000	9.4707	-0.5000
R3	-0.2494	0.0000	0.0000	-0.4106	0.0000	R3	-0.2533	0.0000	0.0000	-8.9533	0.0000
R4	0.2495	0.0000	0.0000	0.4106	0.0000	R4	0.2533	0.0000	0.0000	8.9703	0.0000
C1	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0064	-0.5000	C1	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0283	-0.5000
CZ	0.0000	0.0000	0.0000	0.0064	-0.5000	CZ	0.0000	0.0000	0.0000	0.0283	-0.5000
Stage No.	1			(F1) Print	(ESC) Exit	Stage No.	2_			(F1) Print	(ESC) Exit

Фигура 34 Функции на чувствителността на първо звено



Получените резултати съвпадат с получените чрез числен анализ, което потвърждава направените изводи.

4. Верификация на проекта в средата на Design Lab

4.1. Създаване на модел на филтъра, представен като подсхема в PSpice

За да извършим PSpice симулации с цел оценка на честотните характеристики и параметри на проектирания активен ВЧ филтър, е необходимо да създадем файл с описание на връзките и елементите на филтъра *Netlist* (.cir) представен като подсхема. За целта използваме вградените функции на програмата *Filter Synthesis.* От диалоговия прозорец *File* изберете *Netlist* и запишете във вашата работна директория създадения файл (фиг. 36). За начертаването на схемата на опитната постановка използвайте структурната схема от фиг. 37.



Фигура 36 Диалогов прозорец за създаване на Netlist



За да дефинирате подсхемата на активния филтър извършете следното:

- от символната библиотека *Filter.slb* извикайте елемента за нискочестотен филтър с име High _Pass и го свържете като четириполюсник с общ извод между входа и изхода (фиг. 37);
- от символната библиотека *Special.slb* извикайте елемента с име Library и го разположете на произволно място в работната страница (фиг. 37);
- задайте атрибутите на елемента LIBRARY името, разширението и мястото на съхранение на файла съдържащ модела на синтезирания активен филтър (фиг. 38);
- изберете елемента High _Pass (да е оцветен в червено) и от от менюто Edit изберете Model (фиг. 39).
- от прозореца Edit Model (фиг. 40) изберете Change Model Referemce ...;
- в диалоговия прозорец *Enter New Model Name*: запишете името на файла съдържащ модела на синтезирания активен филтър (фиг. 41);



Фигура 39 Избор на меню Model

Фигура 41 Задаване на името на модел

Ако кликнете два пъти върху името на файла съдържащ модела на синтезирания активен филтър записан в елемента **LIBRARY** ще получите описанието на филтъра като подсхема (таблица 5).

Таблица 5

* ********* FILTER SUBCKTS *******	Изисквания към АЧХ на филтъра
* Filter Designer 6.3 - MicroSim Corp.	
* Design File Name: D:\St\23a\Lu8\st\Ch.cir	
* Order: 4	
* Data type: Continous	
* Function: High Pass	
* Approximation: Chebyshev	
* Specification: Pass band cutoff: 400.0000 Hz	
* Stop band cutoff: 250.0000 Hz	
* Pass band ripple: 1.0000 dB	
* Stop band atten.: 20.0000 dB	
* Gain: 6.0000 dB	
* Circuit Implementation: Sallen - Key	
.SUBCKT Ch IN OUT AGND	Описание на подсхемата: име (Ch) входен възел (IN) изходен възел (OUT) маса (AGND)
RIN IN 1 1	Входно съпротивление на подсхемата
X1 1 2 AGND SKKRCHP/STG	Описание на първото звено
+ PARAMS: C1VAL= 5.600e-9 C2VAL= 10.000e-9	
+ R1V/AL - 2 /300+/ R2V/AL - 3 3200+/	
· NIVAL- 2.450014 NZVAL- 5.520014	
+ R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 6.980e+3	
+ R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 6.980e+3 X2 2 3 AGND SKKRCHP/STG	Описание на второто звено
+ R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 5.520e+4 + R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 6.980e+3 X2 2 3 AGND SKKRCHP/STG + PARAMS: C1VAL= 5.600e-10 C2VAL= 10.000e-9	Описание на второто звено
+ R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 5.520e+4 + R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 6.980e+3 X2 2 3 AGND SKKRCHP/STG + PARAMS: C1VAL= 5.600e-10 C2VAL= 10.000e-9 + R1VAL= 1.000e+5 R2VAL= 2.800e+5	Описание на второто звено
+ R3VAL= 2.430c+4 R4VAL= 3.520c+4 + R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 6.980e+3 X2 2 3 AGND SKKRCHP/STG + PARAMS: C1VAL= 5.600e-10 C2VAL= 10.000e-9 + R1VAL= 1.000e+5 R2VAL= 2.800e+5 + R3VAL= 3.920e+4 R4VAL= 1.330e+4	Описание на второто звено
+ R3VAL= 2.430c+4 R2VAL= 3.520c+4 + R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 6.980e+3 X2 2 3 AGND SKKRCHP/STG	Описание на второто звено Изходно съпротивление на подсхемата
+ R3VAL= 2.430C+4 R2VAL= 3.52C+4 + R3VAL= 2.100e+4 R4VAL= 6.980e+3 X2 2 3 AGND SKKRCHP/STG - - - + PARAMS: C1VAL= 5.600e-10 C2VAL= 10.000e-9 + R1VAL= 1.000e+5 R2VAL= 2.800e+5 + R3VAL= 3.920e+4 R4VAL= 1.330e+4 ROUT 3 OUT 1 ROUTGND OUT AGND 1E12	Описание на второто звено Изходно съпротивление на подсхемата Изходно съпротивление филтъра

В общия случай, каскадната структура на филтъра е представена на Фиг. 42. В конкретния проект подсхемата съдържа само две съставни звена.



Фигура 42 Каскадна структура на филтъра

Схемата на проектирания филтър има вида от Фиг. 43, а стойностите на елементите са дадени в Таблица 6.



Фигура 43 Схема на проектирания филтър

Таблица 6

Стойности на елементите								
Параметри Ізвено ІІзвено								
R1, kΩ	24,3	100						
R2, kΩ	33,2	280						
R3, kΩ	21	39,2						
R4, kΩ	6,98	13,3						
C1, pF	5,6	560						
C2, pF	10	10						

4.2. Подготовка и извършване на PSpice симулации

На входа на схемата поставете променливотоков независим източник на напрежение VAC и задайте атрибутите му: име Vin и ACMAG 10mV, както е показано на фиг. 44.

Специфицирайте параметрите на честотния анализ AC sweep.

Честотният диапазона за изследване ще зададете, ако за начална стойност (*Start value*) запишете **100**, а за крайна стойност (*End value*) **10**К. Полученият честотен диапазон е голям, което предполага използването на декаден (*Decade*) мащаб (тип) на развивката (*AC Sweep type*), при което изчисленията е добре да се извършват за не повече от **100** точки в декада (*Pts/Decade*) (фиг. 45). Стартирайте симулациите. В графичния постпроцесор (програмен осцилоскоп) *Probe* в едно работно поле, но на различни оси постройте **АЧХ** и **ФЧХ** (фиг. 46).



В едно работно поле, постройте АЧХ на целия филтър и на отделните съставни звена (фиг. 47).



Фигура 47 АЧХ на целия филтър и на отделните звена

Таблица 7

	Апроксимация		Реализация		
Параметър	T _{anp} (ƒ), dB	Т _{апр} (ƒ), пъти	T(ƒ), dB	T(ƒ), пъти	δ,%
fp	5,082	1,7951	5,6178	2,0301	10,54
fs	-18,634	0,117	-18,212	0,1308	-2,26

Забележка: δ* = [(T(ƒ),пъти - Т_{апр}, пъти) / Т_{апр}, пъти].100 %