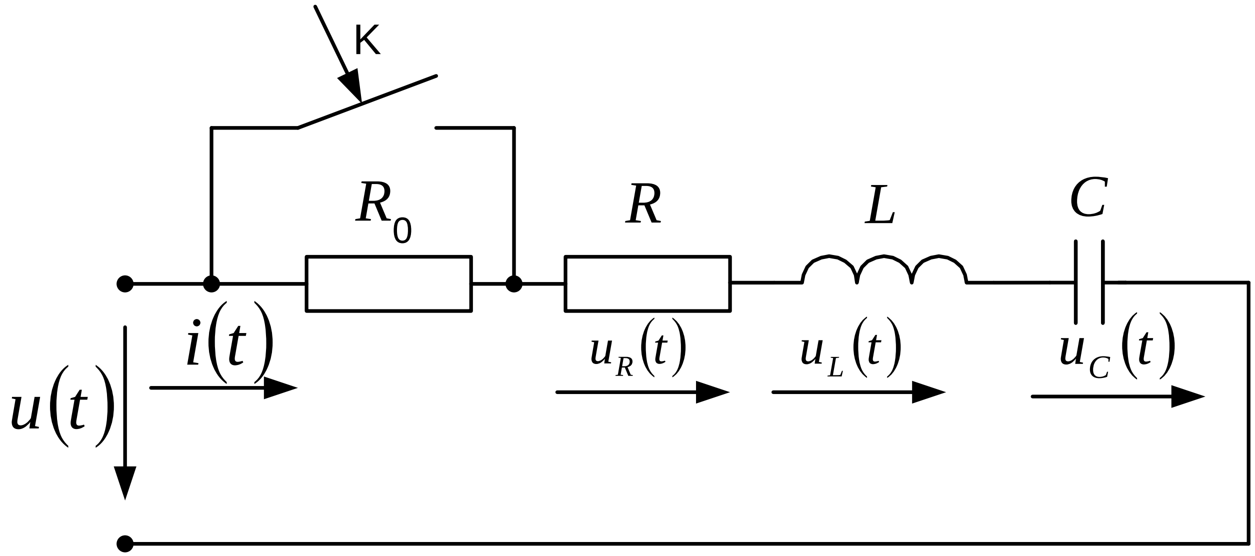
5. Операторна форма на основните закони за електрическите вериги

5.1. Закон на Ом



Фиг. .2

Съгласно 2^{ри} закон на Кирхоф след затваряне на ключа К

$$u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = u(t) \tag{26}$$

или

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + u_c(0) = u(t) \tag{27}$$

За тока във веригата имаме $i(t) \doteqdot I(p)$, съответното напрежение е $u(t) \doteqdot U(p)$.

Използваме свойствата диференциране и интегриране, т.е.

$$\frac{di}{dt} \doteqdot p\,.\,I(p) - i(0)$$

съответно

$$\int_{o}^{t} i(t)dt \doteqdot \frac{1}{p} I(p)$$

и образа на константа

$$u_C(0) \doteqdot \frac{u_C(0)}{p}$$

се получава

(28) $$RI(p) + pLI(p) - Li(0) + \frac{1}{pC} I(p) + \frac{u_c(0)}{p} = U(p)$$

След преработване (28) ще има вида

$$RI(p) + pLI(p) + \frac{1}{pC} I(p) = U(p) + Li(0) - \frac{u_c(0)}{p} \tag{29}$$

или

$$\left(R + pL + \frac{1}{pC}\right) I(p) = U(p) + Li(0) - \frac{u_c(0)}{p} \tag{30}$$

Полага се

$$Z(p) = \left(R + pL + \frac{1}{pC}\right), \tag{31}$$

където

$$Z_L(p) = pL \tag{32}$$

$$Z_C(p) = \frac{1}{pC} \tag{33}$$

Тук $Z(p)$, $Z_L(p)$ и $Z_C(p)$ са съответно *операторно съпротивление на веригата*, *операторно съпротивление на бобината* и *операторно съпротивление на кондензатора*.

При нулеви начални условия $Li(0) = 0$ и $\frac{u_c(0)}{p} = 0$ се получава

Закон на Ом в операторна форма

$$Z(p)\,I(p) = U(p) \tag{34}$$

При ненулеви начални условия $Li(0) \neq 0$ и $\frac{u_c(0)}{p} \neq 0$ се получава

Обобщен Закон на Ом в операторна форма

$$I(p) = \frac{U(p) + Li(0) - \dfrac{u_c(0)}{p}}{Z(p)} \tag{35}$$

5.2. Първи закон на Кирхоф

За даден възел от електрическата верига в произволен момент от времето t първият закон на Кирхоф има вида

$$\sum_{k-1}^{n} i_k(t) = 0$$

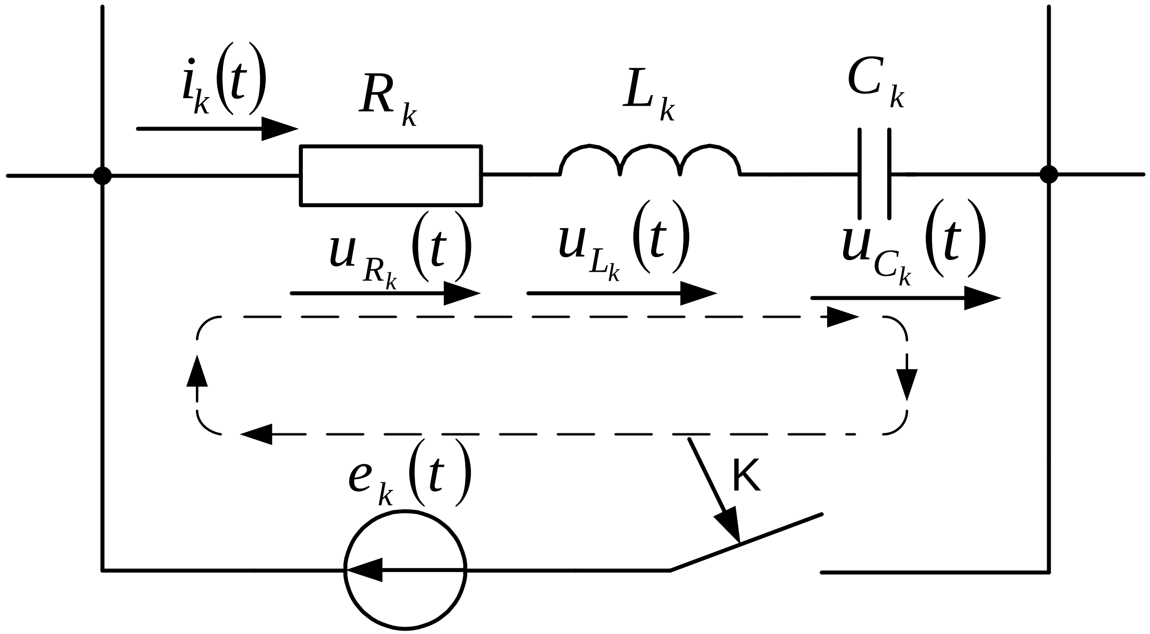
Ако за всеки клон $i_k(t) \risingdotseq I_k(p)$, съгласно свойството линейност се получава

$$\sum_{k-1}^{n} i_k(t) \risingdotseq \sum_{k-1}^{n} I_k(p) \tag{36}$$

Следователно първият закон на Кирхоф е в сила за операторните образи на токовете

$$\sum_{k-1}^{n} I_k(p) = 0 \tag{37}$$

5.3. Втори закон на Кирхоф



Фиг. .3

Съгласно 2^{ри} закон на Кирхоф след затваряне на ключа К във веригата ще имаме

$$R_k i_k(t) + L_k \frac{di_k(t)}{dt} + \frac{1}{C_k}\int_0^t i_k(t)dt + u_{c_k}(0) = e_k(t) \tag{38}$$

За тока в клона k имаме $i_k(t) \doteqdot I_k(p)$,

съответното е.д.н. е $\mathrm{e}_\text{к}(t) \doteqdot \mathrm{E}_\text{к}(p)$.

Използваме свойствата диференциране и интегриране, т.е.

$$\frac{di_k}{dt} \doteqdot p \,.\, I_k(p) - i_k(0)$$

съответно

$$\int_o^t i_k(t)dt \doteqdot \frac{1}{p} I_k(p)$$

и образа на константа

$$u_{C_k}(0) \doteqdot \frac{u_{C_k}(0)}{p}$$

Получава се

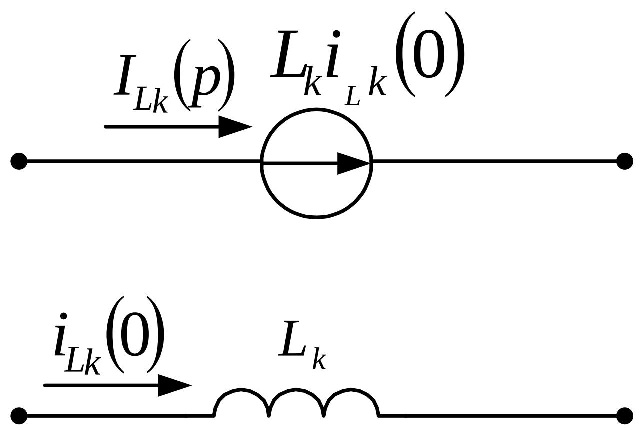
(39) $$R_\text{к} I_\text{к}(p) + pL_\text{к} I_\text{к}(p) - L_\text{к} i_\text{к}(0) + \frac{1}{pC_\text{к}} I_\text{к}(p) + \frac{u_{c_\text{к}}(0)}{p} = \mathrm{E}_\text{к}(p)$$

След преработване (39) ще има вида

(40) $$\left(R_\text{к} + pL_\text{к} + \frac{1}{pC_\text{к}}\right) I_\text{к}(p) = \mathrm{E}_\text{к}(p) + L_\text{к} i_\text{к}(0) - \frac{u_{c_\text{к}}(0)}{p}$$

В (40) $L_к i_к(0)$ и $\frac{u_{C_к}(0)}{p}$ са вътрешни операторни напрежения, отразяващи независимите начални условия.

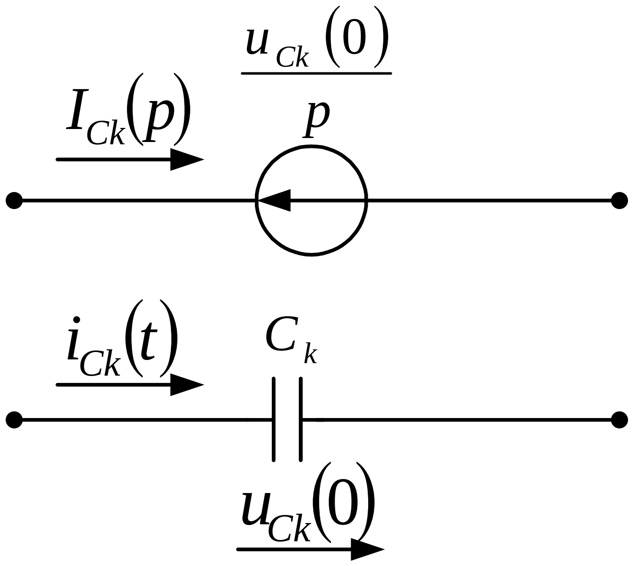
Те могат да бъдат представени като източници на източници на е.д.н. (фиг. 4 и фиг. 5).



Фиг. .4

Източникът $L_к i_к(0)$ отчита запасите от магнитна енергия в индуктивния елемент (бобината) в момента на комутацията.

<u>Посоката на източника</u> $L_к i_к(0)$ <u>съвпада с посоката на тока</u> $I_к(p)$ <u>в индуктивния елемент</u> <u>в момента на комутация</u>.



Фиг. 5

Източникът $\frac{u_{C_к}(0)}{p}$ отчита запасите от електрическа енергия в капацитивния елемент (кондензатора) в момента на комутацията.

Посоката на източника $\frac{u_{C_к}(0)}{p}$ е обратна на посоката на тока $I_{C_k}(p)$ в капацитивния елемент в момента на комутация.

Ако контурът се състои от „n” броя клонове се получава

$$\sum_{k=1}^{n} Z_k\,(p)\,I_{\text{к}}(p) = \sum_{k=1}^{n}\ \mathrm{E}_{\text{к}}(p) + \sum_{k=1}^{n} L_{\text{к}} i_{\text{к}}(0)\ - \sum_{k=1}^{n} \frac{u_{c_{\text{к}}}(0)}{p} \tag{41}$$

Равенство (41) изразява *втория закон на Кирхоф в операторна форма*.