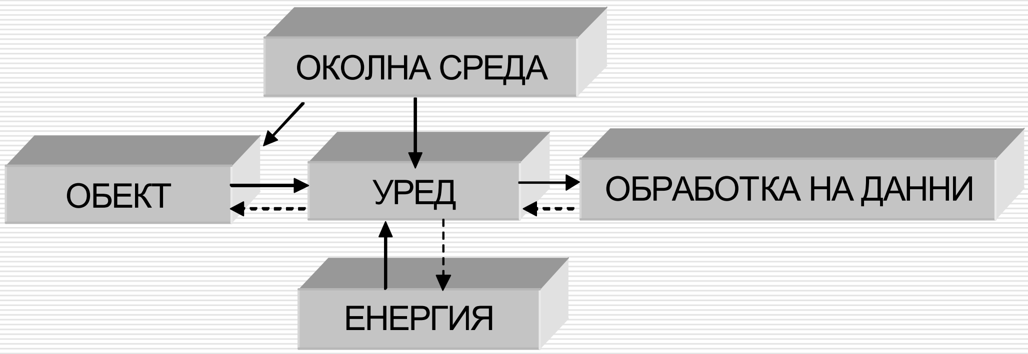
Измервания в електрониката

Съдържание

2.1. Измервателен уред и измервателна среда



2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Измервателен обхват
  - В каква област на изменение може да бъде измерена дадена величина, без да се превишава допустимата грешка при измерването
- Точност (абсолютна)
  - Близостта на получения резултат до действителната/вярната стойност
  - Понятието не е свързано количествена оценка [Patzelt93:50]
  - Да се различава от понятието разделителна способност!

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Коефициент на предаване
  - Характеристична величина, която дава информация за това, как измерваната величина $X_{вход}$ се превръща в измерената стойност $X_{изход}$.
  - Може да се дефинира за всяко линейно предавателно звено.

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Чувствителност E – определение (общ случай)

$$E = \lim_{\Delta X_{вход} \to 0} = \frac{\Delta X_{изход}}{\Delta X_{вход}} = \frac{dX_{изход}}{dX_{вход}}, \frac{\text{Мерна единица на изходния сигнал}}{\text{Мерна единица на входния сигнал}}$$

- Отношението на изменението на изходния сигнал или на показанието на измервателния уред към изменението на входния сигнал или на измерваната величина.

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Чувствителността на измервателен уред се определя от наклона на статичната му характеристика (при нелинейни характеристики е променлива).
- Дава информация за това, с каква стойност ще се промени показанието (изходната величина) при определено изменение на измерваната величина.

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Чувствителност E (аналогови уреди)

$$E = \frac{dl}{dX_{ВХОД}}, \frac{\text{Единица дължина на скалата}}{\text{Мерна единица на входния сигнал}}$$

Пример: $E = 20 mm.mm^{-1}$, не $E = 20$

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Чувствителност E (цифрови уреди)

$$E = \frac{\Delta N}{\Delta X_{вход}}$$

- ΔN – Digit (EMP)
  - 3 1/2 цифри (2 000 стойности) в обхват 2V = 1Digit/1 mV
  - 4 1/2 цифри (20 000) в обхват 2W = 1Digit/100 μW

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Разделителна способност (РС)
  - Най-малкото изменение на измерваната величина, което измервателният уред може да регистрира.
  - Различия при основните видове измервателни средства:
    - за цифрови уреди и АЦП;
    - при европейска и американски източници.

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

За цифрови измервателни уреди:

- Дава се като стойността на най-младшия разряд при измерване на дадена величина в съответния обхват.

Пример:

- 3 1/2 цифри - Общо 2000 стойности
- Обхват 200 mV (199,9 mV)

$$PC = \frac{1}{2000} 200\,\text{mV} = 0{,}1\,\text{mV}$$

"кръгла стойност"!!

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Разделителна способност АЦП
  - Определя се от разрядността на АЦП или от броя на интервалите, на които може да се раздели измервателния обхват, като всеки интервал съответства на 1 резултат.
    - 12-битов АЦП → PC = $1/2^{12}$ = 1/4096
    - PC = $1/2^{12}$ = 1/4096

2.2. Основни характеристики на измервателните уреди

- Разделителна способност АЦП
  - Дава се и:
    - Като процент $PC_{\%} = \frac{1}{4096} \cdot 100\% = 0{,}0244\%$
    - Като ppm $PC_{ppm} = \frac{1}{4096} \cdot 1000\,000 \text{ ppm} = 244 \text{ ppm}$
    - брой битове n

      (брой интервали при двоично кодиране m = 2^n)

2.3. Основни видове грешки

- Измерванията винаги са съпроводени с грешки
- Действителната стойност x_N принципно е неизвестна

  ⇒ **Основна задача:**

  Максимално доближаване до действителната стойност x_N

$\Delta X = X_{ИЗМЕРЕНО} - X_N$ – абсолютна грешка

$$\delta = \frac{\Delta x}{x_N} \approx \frac{\Delta x}{x_{ИЗМЕРЕНО}}$$ **– относителна грешка**

$$\delta = \frac{\Delta x}{x_{MAX}}$$ **– приведена грешка, X_{MAX} – крайна стойност на обхвата**

2.3. Основни видове грешки

- Точност на аналогови уреди
  - За спецификацията се използва приведена грешка/клас на точност K.
  - В сила са зависимостите

$$\Delta x_g = \frac{K \cdot X_{MAX}}{100} = K\% \cdot X_{MAX}$$

$$\delta x_g = \frac{\Delta x_g}{x_i} = K\% \cdot \frac{X_{MAX}}{x_i} \geq K\%$$

- **Индустриални измервателни уреди: K=1; 1,5; 2,5; 5**
- **Лабораторни измервателни уреди: K=0,05; 0,1; 0,2; 0,5**

2.3. Основни видове грешки

- Точност на цифрови уреди
  - За спецификацията се използва формула, която включва мултипликативна и адитивна съставка:

$$\Delta x = \pm\left(A\% \cdot x_{ИЗМЕРЕНО} + C\right)$$

- Грешката е мултипликативна, когато относителната ѝ стойност е неизменна в целия измервателен обхват.
- Грешката е адитивна, когато абсолютната ѝ стойност е неизменна в целия измервателен обхват.

2.3. Основни видове грешки

- Грешката често се дава и в следния вид:

$$\Delta x = \pm\left(A\% \cdot x_{ИЗМЕРЕНО} + m\,EMP\right)$$

$$\Delta x = \pm\left(A\% \cdot x_{ИЗМЕРЕНО} + m\,LSB\right)$$

$$\Delta x = \pm\left(A\% \cdot x_{ИЗМЕРЕНО} + m\,Digit\right)$$

2.3. Основни видове грешки

$$\Delta x = \pm\left(A\% \cdot x_{ИЗМЕРЕНО} + C\right)$$

- Двете съставки могат да се разглеждат като
  - грешка на коефициента на усилване и
  - грешка на отместването на нулата

± (gain error + offset error)

2.3. Основни видове грешки

- Точност на цифрови уреди
- Показанието на уреда често се дава с брой значещи цифри:
  - Най-често n или n½:
- Например цифров волтметър с 4 значещи цифри:

+4,	3	2	3	V

  - Максимална стойност, която може да се представи:

+9,	9	9	9	V

  - Съответства на обхват 10 V:
  - Чрез преместване позицията на десетичната запетая се получават различни обхвати ..., 1 V, 10 V, 100 V, ...

2.3. Основни видове грешки

- Например цифров волтметър с 3½ значещи цифри:

0	3,	2	3	V

- Максимална стойност, която може да се представи:

+1	9,	9	9	V

- Съответства на обхват 20 V:
- Чрез преместване позицията на десетичната запетая се получават обхвати ..., 2 V, 20 V, 200 V, ...

2.3. Основни видове грешки

- При някои уреди първата позиция може да има стойности не само 0 и 1, но и 0, 1, 2 или 0, 1, 2, 3.
- В тези случаи се получават измервателни обхвати...,3, 30, 300,... или ..., 4, 40, 400,...
- Индикацията на такива уреди понякога се означава като n ¾ значещи цифри .

2.3. Основни видове грешки

- Пример:

Цифров мултимер, обхват 2V,

Грешка = ± (0,03% $U_{ИЗМЕРЕНО}$+ 0,01% $U_{ОБХВАТ}$)

•За входен(измерван) сигнал 0,5V

Грешка = ± (0,03% · 0,5V + 0,01%· 2,0V)

= ± (0.00015V + 0,00020V) = ± 350 µV

Измерената стойност трябва да е в границите от 0,49965V до 0,50035V.

•За входен сигнал 1,5V се получава

Грешка = ± (0,00045V + 0,00020V) = ± 650 µV

2.3. Основни видове грешки

Задача:

- Цифров волтметър, работещ в обхват 2V (1,999 V) допуска интегрална абсолютна грешка

$$\pm(0{,}03\% \cdot U_{ИЗМЕРЕНО} + 0{,}01\% \cdot U_{ОБХВАТ})$$

  - Изчислете относителната стойност на допустимата интегрална грешка за следните точки от скалата: 0,2 V, 0,5 V, 1V, 1,5 и 1,9 V.
  - В обща координатна система изобразете графично зависимостите на абсолютните и на относителните стойности на грешката от стойностите на измерваната величина.

2.4. Измервателни преобразуватели

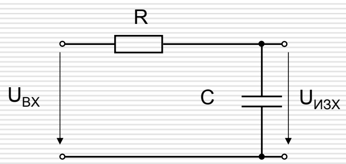
- Линейни преобразуватели

$$X_0 = \frac{Y_0}{K} \approx \frac{Y_0}{K_N}$$

$$\delta_M = \frac{K - K_N}{K_N}$$

$$\delta_{АД} = \frac{X_0}{X}$$

2.5. Динамични грешки



$$G(j\omega)=\frac{U_{изх}}{U_{вх}}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{1+j\omega RC}=\frac{1}{1+j\omega T}$$

За честотата на среза f_C е валидно:

$$\omega_C T=2\pi f_C T=1$$

Оттук $T=\frac{1}{2\pi f_C}$.

$$G(f)=\frac{f_C}{jf+f_C},\ |G|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_C}\right)^2}}$$

2.5. Динамични грешки

При наличие на коефициент на усилване G_0

$$G(f)=G_0\frac{f_C}{jf+f_C},\ |G|=G_0\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_C}\right)^2}}$$

Амплитудна грешка:

$$\delta_A=\frac{|G|-|G_0|}{|G_0|}$$

Фаза:

$$\varphi(\omega)=\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}\right)_{Числител}-\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}\right)_{Знаменател}=-\arctan\omega T=-\arctan\frac{2\pi f}{2\pi f_C}=-\arctan\frac{f}{f_C}$$

2.6. Систематични грешки

- **Причините за систематичните грешки са известни**
- **Може да се определи големината и знака на грешката ΔX, а оттук и действителната стойност X_N**

$$x_N = x - \Delta x$$

Δx — Абсолютна грешка

$$\delta = \frac{\Delta x}{x_N} \approx \frac{\Delta x}{x}$$

— Относителна грешка

2.6. Систематични грешки

- Нарастване на систематичните грешки
  - Често дадена величина y не може да се измери директно, но е известна функция на величини x_i , които могат да се измерят с грешки Δx_i:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots x_n).$$

  - Грешките Δx_i водят до обща грешка Δy , която трябва да се изчисли.
  - С Δy се означава разликата между "неправилната" и "правилната" функционална стойност:

$$\Delta y = y - y_N,$$

$$\Delta y = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2 \ldots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

2.6. Систематични грешки

- Нарастване на систематичните грешки
  - Развитие в ред на Тейлър:

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i \text{ за } \Delta x_i \ll x_i$$

  - В това уравнение отделните грешки Δx_i трябва да се заместят със съответния знак и да се коригира функционалната стойност y : $y_N = y - \Delta y$.

Пример

- За консуматор на ел. енергия са направени измервания със следните относителни грешки:

$$\frac{\Delta U}{U} = -0{,}011; \quad \frac{\Delta I}{I} = 0{,}02; \quad \frac{\Delta R}{R} = -0{,}031.$$

- Да се изчисли относителната грешка на консумираната мощност.

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = U^2 R^{-1}.$$

Пример- решение

$$\frac{\Delta P}{P} = 2\frac{\Delta U}{U} - 1\frac{\Delta R}{R} = 2(-0{,}011) - (-0{,}031) = +0{,}009.$$

- Измерена е мощност с 0,9% по-голяма от действителната.
- Измерената стойност може да се коригира съответно.

2.6. Случайни грешки

- Предизвикват се от изменения, които не могат да измерят:

  (напр. измервателен уред, околна среда)
- Стойността и знакът не могат се определят

Решение – оценка на грешката чрез използване на статистически методи:

- Повтаряне на n измервания: $x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n$

  Изчисляване на средна стойност:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

2.6. Случайни грешки

- Средна стойност и стандартно отклонение

Средна стойност на случайна величина x:

$$\bar{x} = x_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \quad \text{за } N \to \infty,$$

Където N – брой на измерванията.

x_N се означава като действителната стойност, която има следните свойства:

$$\sum (x_i - x_W) = 0,$$

$$\sum (x_i - x_W)^2 = \text{Minimum}.$$

2.6. Случайни грешки

- Мярка за разсейването на измерените стойности около действителната стойност е дисперсията:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} (x_i - x_N)^2 \text{ за } N \to \infty.$$

- Положителният квадратен корен на дисперсията се означава като Стандартно отклонение σ.

2.6. Случайни грешки

- На практика N<∞:

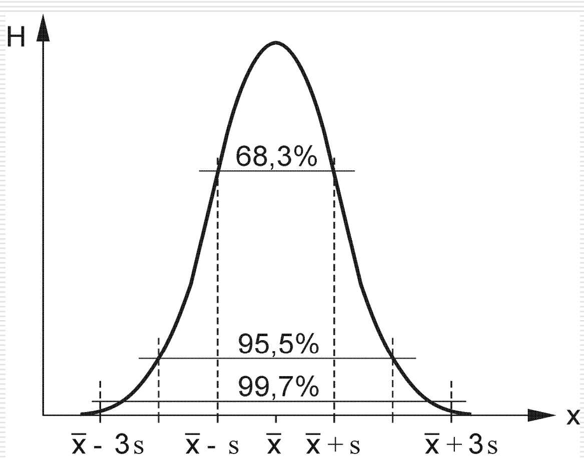
$$\overline{x} = \hat{x}_W = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \quad \text{за } N \to \infty,$$

$$s^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{x}_W)^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2.$$

- Положителният квадратен корен s:

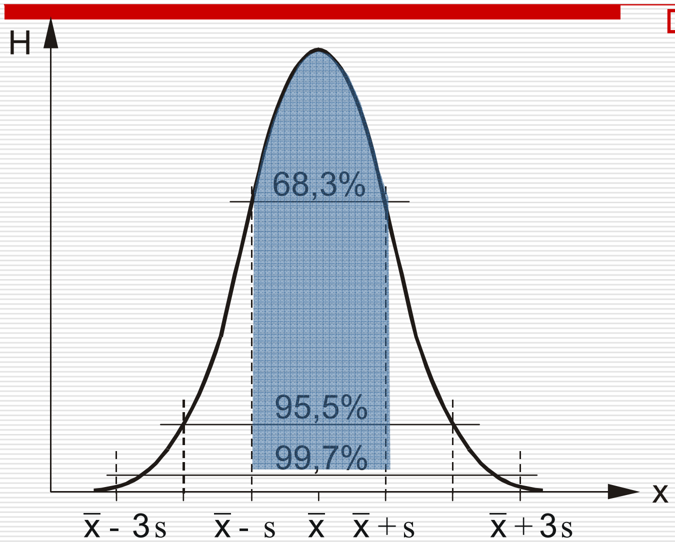
$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{N-1}}$$

2.6. Случайни грешки



- В случай, че са извършени достатъчен брой независими едно от друго измервания, то измерените стойности са разпределени нормално.

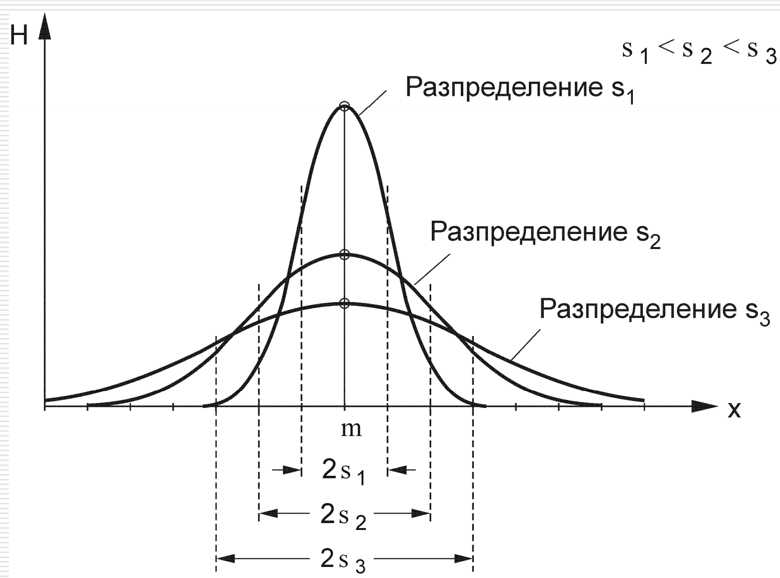
2.6. Случайни грешки



- 68,3 % се намират в областта

$\overline{x} \pm s$,

2.6. Случайни грешки



2.6. Случайни грешки

- Нарастване на случайните грешки

  Отново разглеждаме величината y, която се изчислява въз основа на величините $x_1, x_2,...,x_n$, които могат да се измерят:

  $$y = f(x_1, x_2,...x_n).$$

- Тъй като са налице случайни грешки се извършва многократно измерване на величините $x_1, x_2,...,x_n$, след което се изчисляват съответните средни стойности и стандартни отклонения.

- Стойностите за y са също случайно разпределени. Задачата е да се намери алгоритъм за изчисляване на средната стойност и на стандартното отклонение на разпределението.

2.6. Случайни грешки

a) Изчисляване на средната стойност въз основа на средните стойности на измерваните величини:

$$\overline{y} = f(\overline{x}_1, \overline{x}_2,...\overline{x}_n).$$

b) Изчисляване на стандартното отклонение въз основа на стандартните отклонения на измерваните величини

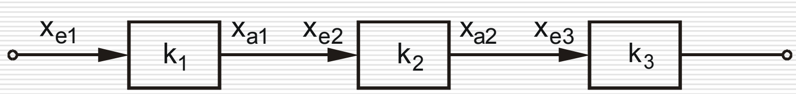
$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 s_i^2}.$$

2.6. Случайни грешки - обобщение

	Формула	Забележка
Стандартно отклонение $N \to \infty$	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - x_W)^2}$	
Стандартно отклонение $N < \infty$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}{N-1}}$	
Грешка на средната стойност	$\Delta\overline{x} = \frac{s}{\sqrt{N}}$	
Закон за нарастване/ Разпространение на грешките	$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i\right)^2}$	Геометрично събиране на частни диференциали

Към 2.7: Структури на измервателни средтства

- Верижна структура



$$x_{a2} = k_2 x_{e2},$$

$$x_{a1} = k_1 x_{e1},$$

$$x_{a3} = k_3 x_{e3}.$$

$$x_{a1} = x_{e2},\ x_{a2} = x_{e3},$$

$$x_{a3} = k_3 k_2 k_1 x_{e1}.$$

Към 2.7: Структури на измервателни средства

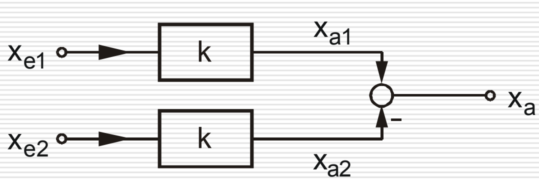
- При верижната структура коефициентите на предаване се умножават.

$$K = k_1 k_2 \ldots k_n .$$

$$\frac{\Delta K}{K} = \sqrt{\left(\frac{\Delta k_1}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k_2}{k_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\Delta k_n}{k_n}\right)^2}$$

Към 2.7: Структури на измервателни средства

- Паралелна структура
  - Поне 2 величини се измерват едновременно или последователно с една и съща чувствителност **k**.



$$x_{a2} = kx_{e2},$$

$$x_{a1} = kx_{e1},$$

$$x_a = x_{a1} - x_{a2} = k(x_{e1} - x_{e2}).$$

Към 2.7: Структури на измервателни средства

- Приложение:
  - Потискане на нулата;
  - Корекция на смущаващи въздействия;
  - Диференциални измервателни структури.

Към 2.7: Структури на измервателни средства

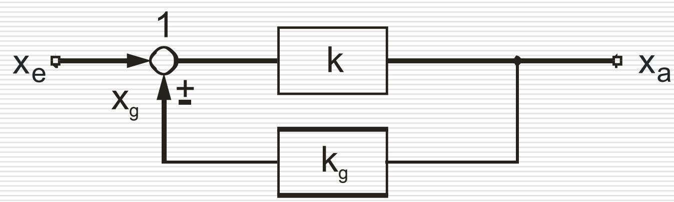
- Пример (Корекция на смущаващи въздействия):
  - x_{e1}: Изменение на съпротивлението, предизвикано от температурни изменения - ΔR_T (смущение) и поради деформация – ΔR_σ (полезен сигнал).
  - x_{e2}: Изменение на съпротивлението, предизвикано от температурни изменения - ΔR_T.
  - R_0 – Базова стойност на съпротивлението.

$$x_a = x_{a1} - x_{a2} = k(R_0 + \Delta R_T + \Delta R_\sigma) - k(R_0 + \Delta R_T) = k\Delta R_\sigma .$$

Към 2.7: Структури на измервателни средства

- Структури с отрицателна обратна връзка
  - Обратна връзка от изхода към входа.
  - Събиране или изваждане от входния сигнал.

$$x_g = k_g x_a$$



Към 2.7: Структури на измервателни средства

- Отрицателна обратна връзка:

$$x_a = k_1(x_e - x_g) = k_1(x_e - k_g x_a),$$

$$x_a = \frac{k_1}{1 + k_1 k_g} x_e.$$

- Чувствителност – зависи основно от параметрите на обратната връзка

$$E = \frac{dx_a}{dx_e} = \frac{k_1}{1 + k_1 k_g} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + k_g} \approx \frac{1}{k_g} \text{ за } k_1 \to \infty.$$