

2.6. Защо класическият метод на възловите потенциали се оказва неудобен за съвременните САПР?
Повишаване на ефективността на симулаторите с използване на модифицирания метод на възловите потенциали.

Възлови уравнения при описание на схемата по **класическия метод чрез възловите потенциали (КМВП):**

$$[Y].[U] = [J]$$

[U] - вектор на възловите потенциали;
[J] – вектор на задаващите токове.

□ **Допустими елементи за КМВП:**

- **R, L, C ;**
- **независим източник на ток J ;**
- **зависим източник на ток, управляван по напрежение (ЗИТУН).**

□ **Недопустими елементи за КМВП:**

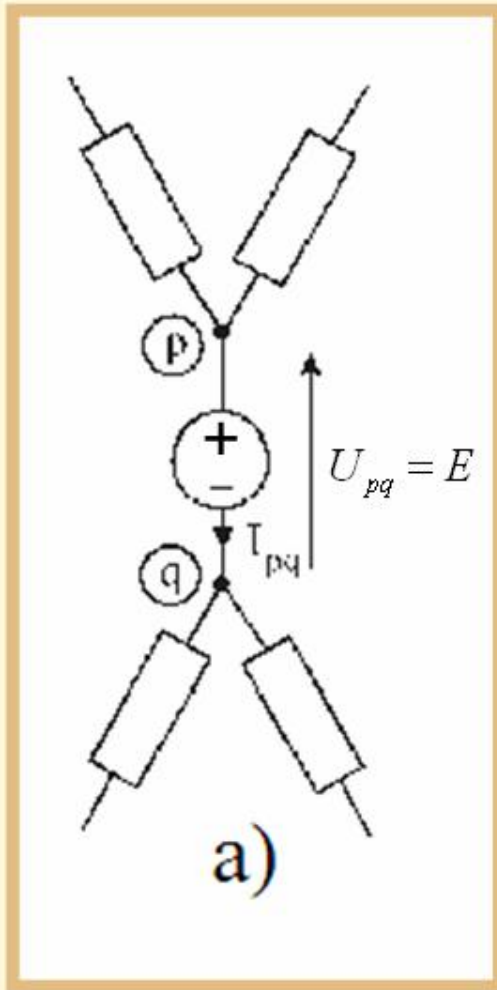
- **Останалите типове зависими източници (ЗИНУН, ЗИНУТ и ЗИТУТ);**
- **Идеален независим източник на напрежение E ;**

Тези елементи не са допустими елементи за КМВП, тъй като не притежават $[Y]$ матрица и не могат да бъдат включени непосредствено в $[Y]$.

- При изграждане на съвременните системи за автоматизирано проектиране (САПР) се използва **модифицираният метод на възловите потенциали – (ММВП) (Modified Nodal Analysis - MNA)**.
- При модифицирания метод на възловите потенциали **за допустимите елементи се използва класическият метод на възловите потенциали**.
- Описанието на недопустимите елементи се извършва **с компонентните им уравнения**, които се добавят към възловите уравнения за допустимите елементи.

- В резултат се получава разширена матрица на възловите проводимости $[Y']$, описваща **ВСИЧКИ ВЪЗМОЖНИ ЕЛЕМЕНТИ**.
- **Предимства на подхода:**
Съчетава **простотата на формиране** на матрицата на проводимостите по класическия МВП за допустимите елементи с **универсалност** на симулатора, тъй като не се налагат ограничения над типовете елементи.

2.6.1. Включване на независим източник на напрежение в [Y']



Компонентно уравнение на елемента:

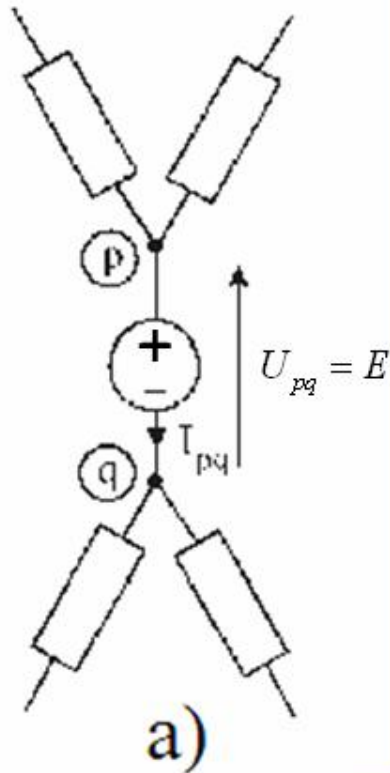
$$U_p - U_q = E$$

Уравнения по първия закон на Кирхоф за възли p и q:

$$\sum_{j=1}^{m_p} y_{pj} U_j + I_{pq} = J_p$$

$$\sum_{j=1}^{m_q} y_{qj} U_j - I_{pq} = J_q$$

2.6.1. Включване на независим източник на напрежение в $[Y']$



	p	...	q	...	n	n+1						
p	$[Y]$					1	U_1	J_1				
⋮										U_p	J_p	
q										-1	U_q	J_q
⋮												
n												
n+1	1		-1			I_{pq}	E					

$$U_p - U_q = E$$

$$\sum_{j=1}^{m_p} y_{pj} U_j + I_{pq} = J_p$$

$$\sum_{j=1}^{m_q} y_{qj} U_j - I_{pq} = J_q$$

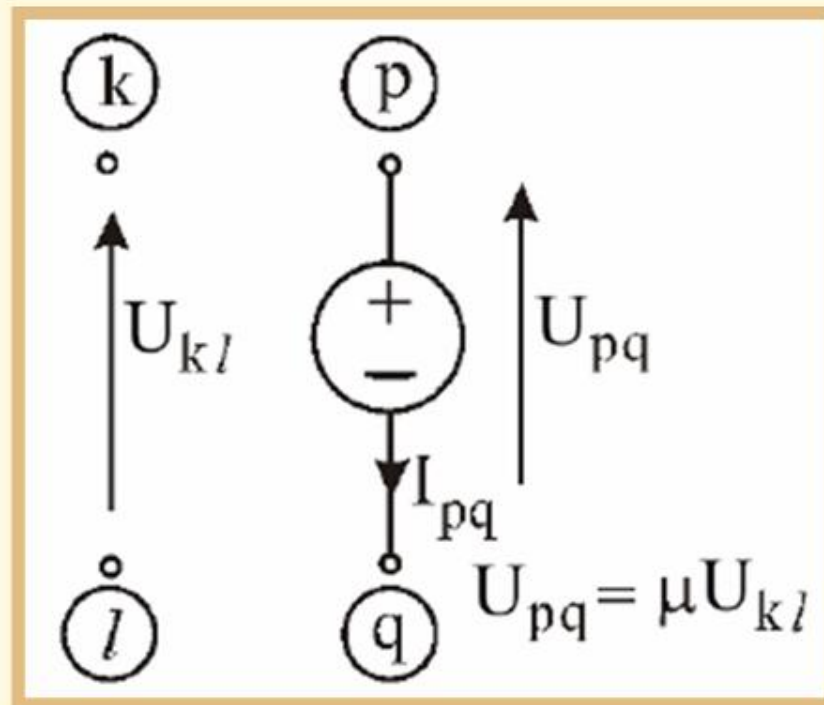
Включването на E води до добавяне към възловите уравнения на едно ново уравнение с нова неизвестна – **тока I_{pq}** през източника.

Разширената система алгебрични уравнения по ММВП има вида:

	p	\dots	q	\dots	n	$n+1$			
p								U_1	J_1
\vdots								U_p	J_p
q								\vdots	\vdots
\vdots								U_q	J_q
n									
$n+1$							1		E

I_{pq}	=	E
----------	---	-----

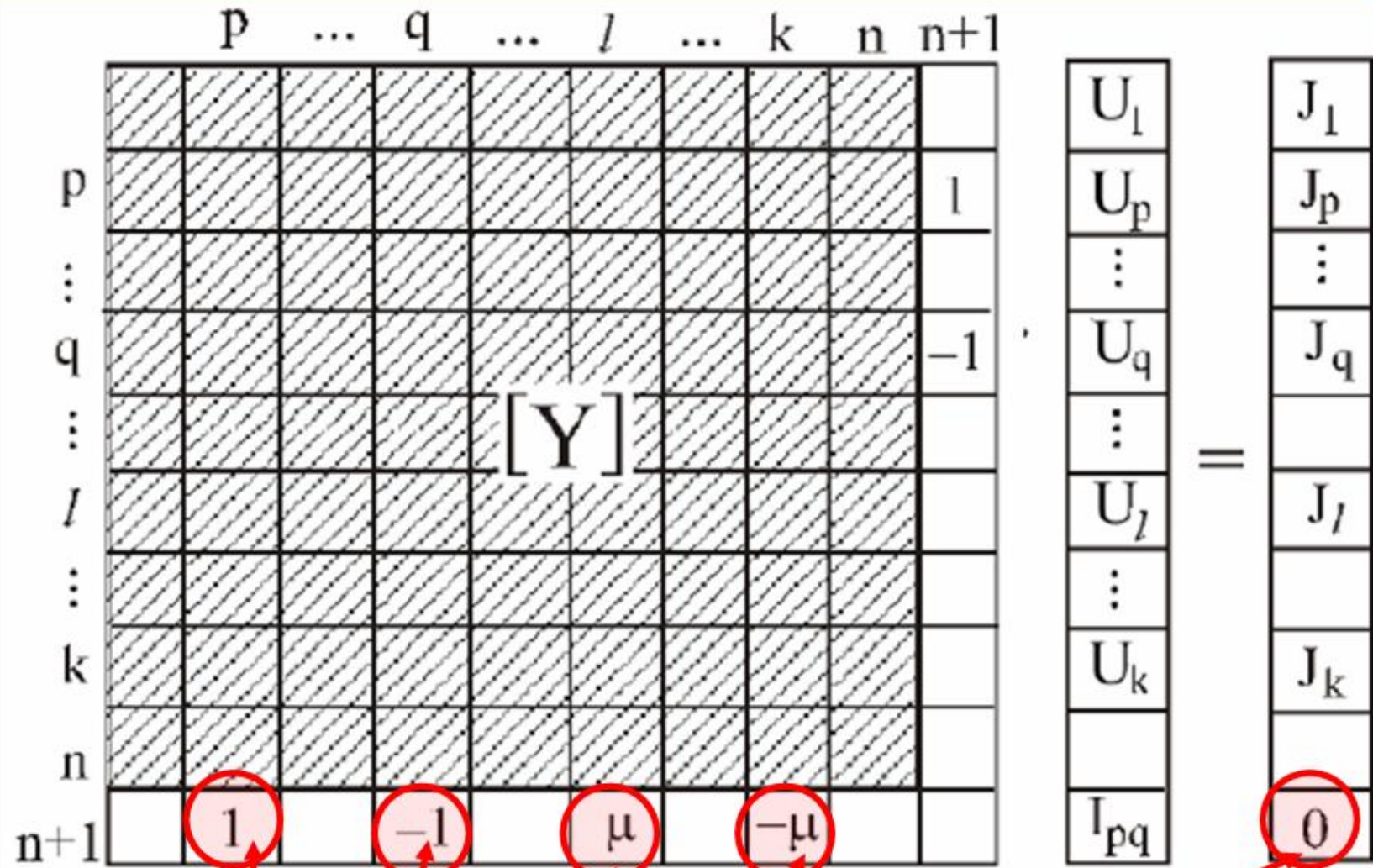
2.6.2. Включване на ЗИНУН в [Y']



Компонентно уравнение на елемента:

$$U_{pq} = \mu U_{kl}$$

$$U_p - U_q - \mu U_k + \mu U_l = 0$$



$$U_p - U_q + \mu U_l - \mu U_k = 0$$

2.7. Особенности при симулация на схеми с голям брой възли: "разреденост" на схемната матрица.

2.7.1. Метод с разредени матрици

Разредени матрици са такива матрици, които съдържат **голям процент нулеви елементи**.

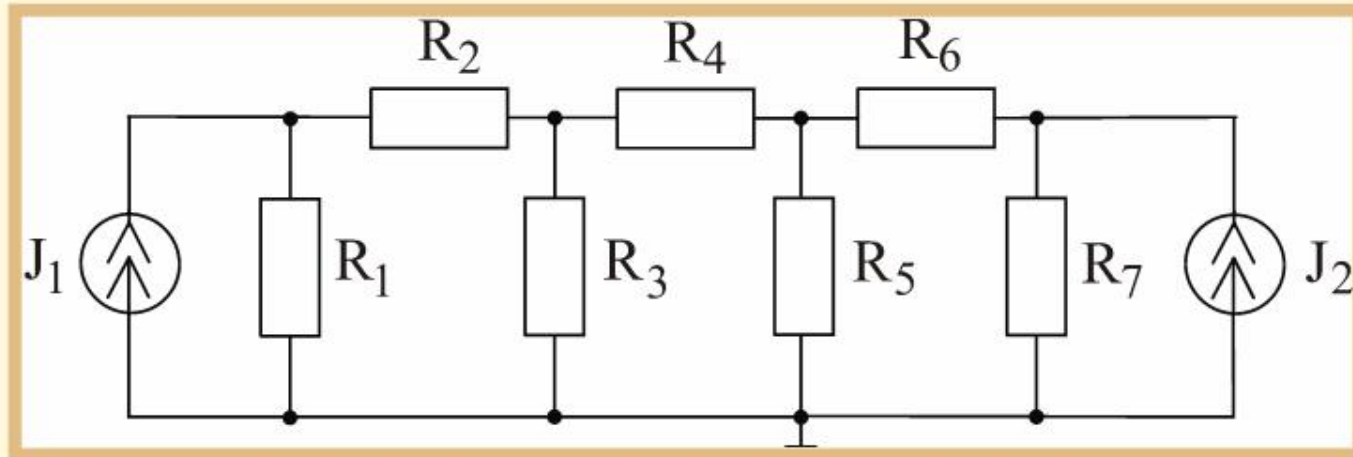
Отчитането на разредеността на схемната матрица позволява значително да се ускори решаването на схемните уравнения.

$$[Y].[U] = [J]$$

Същност на подхода.

Възлови уравнения:

$$[Y] \cdot [U] = [J]$$



$$R_i = 1\Omega, i = 1, 2, \dots, 7, \quad J_1 = J_2 = 1A$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Елементът Y_{ij} на $[Y]$ е ненулев само при наличие на схемен компонент, директно свързан между възли i и j .
- Липсата на директна връзка между възли i и j води до поява на нулев елемент: $Y_{ij} = 0$.
- Процентът на нулевите елементи определя **степената на разреденост** на $[Y]$ матрицата. Разредеността нараства с увеличаване размера на схемата.
- При методите за анализ, отчитащи разредеността на схемната матрица, **нулевите елементи не се съхраняват в паметта** (води до спестяване на памет) и **не се извършват действия** с тях (намалява се времето за изчисления).

Зависимост на степента на разреденост на [Y] от броя възли v на схемата

брой възли	% разреденост	тип матрица
10	50 %	плътна матрица
40	90 %	
100	96 %	разредена матрица
400	99 %	
1000	99.9 %	силно разредена матрица

Зависимост на времето за изчисление от броя възли v на схемата

разреденост	време за изчисление $t_{\text{изч}}$
плътна матрица	v^3
разредена матрица	$v^{1.5}$
силно разредена матрица	$v^{1.1}$

- При алгоритмите за работа с разредени матрици не се извършват аритметичните операции, когато един от аргументите им е 0, тъй като резултатът е предварително известен.
- Използват се следните прости правила:

$$0 * 0 = 0$$

$$0 * a = 0$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + a = a$$

2.7.2. LU-разложение

Методът за решаване на схемните уравнения, който до най-голяма степен съхранява разредеността, е методът на LU-разложението.

$$[A].[X] = [B] \quad (1)$$

[A] е схемната матрица, [X] е векторът на неизвестните величини и [B] е векторът на задаващите източници.

При метода на LU-разложението

$$[A] = [L].[U] \quad (2)$$

[L] - долнотриъгълна ,

[U] - горнотриъгълна .

$$: \begin{bmatrix} l_{11} & 0 \dots & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ \dots & & & \\ l_{n1} & l_{n2} \dots & & l_{nn} \end{bmatrix}; \quad [U] = \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \dots & u_{1n} \\ 0 & 1 & u_{23} \dots & u_{2n} \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Заместваме (2) в (1):

$$[L].[U].[X] = [B] \quad (3)$$

Въвеждаме нов вектор на неизвестни [Z]:

$$[Z] = [U].[X], \quad (4)$$

Заместваме (4) в (3):

$$[L].[Z] = [B] \quad (5)$$

Процедура за решаване:

1) Решава се системата $[L].[Z] = [B]$ с долнотриъгълна матрица $[L]$ чрез **прав ход**.

2) Решава се системата $[U].[X] = [Z]$ с горнотриъгълна матрица $[U]$ чрез **обратен ход** за определяне на $[X]$.

$[L]$ и $[U]$ се съхраняват в паметта в една **обща матрица $[Q]$** :

$$[Q] = [L] + [U] - [1]$$

При какви условия при LU-разложението се съхранява разредеността на схемната матрица (не се появяват нови ненулеви елементи) в процеса на решаване на схемните уравнения?

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; \quad [L] = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix}; \quad [U] = \begin{bmatrix} 1 & u_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [L] \cdot [U] = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{11} \cdot u_{12} \\ l_{21} & l_{21} \cdot u_{12} + l_{22} \end{bmatrix}$$

Оттук: $l_{11} = a_{11}$ (6); $l_{21} = a_{21}$ (7); $u_{12} = a_{12} / l_{11}$ (8); $l_{22} = a_{22} - l_{21} \cdot u_{12}$ (9)

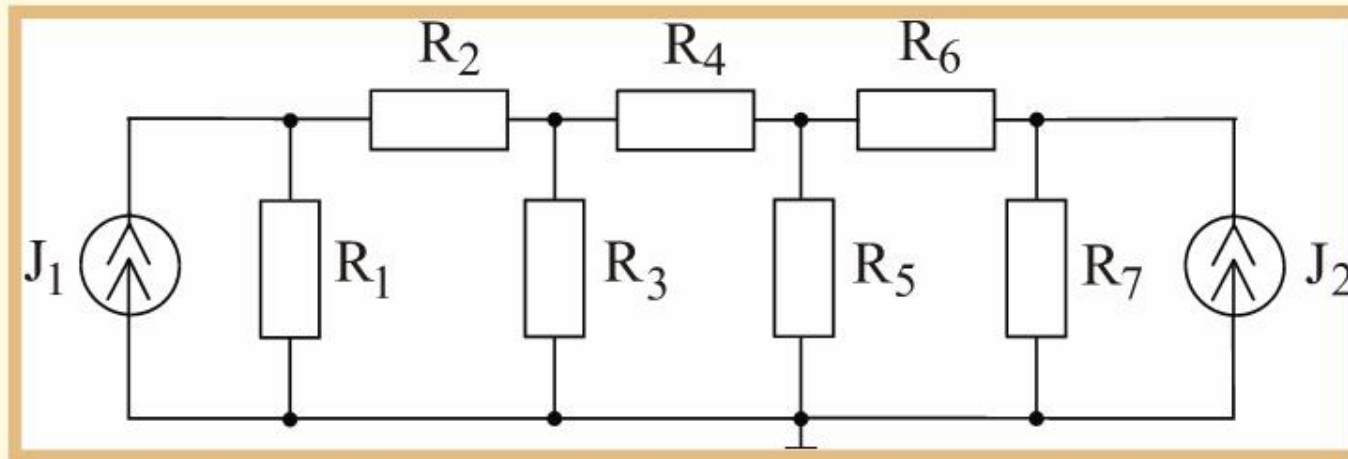
Извод: Единствено при изчислението (9) е възможно да не се съхрани разредеността (при $a_{22} = 0$, ако вторият член е ненулев, се получава)

$$l_{22} \neq 0$$

Ако се запише (9) чрез [Q]: $[Q]^{(0)} = [A]$; $q_{22}^{(1)} = q_{22}^{(0)} - q_{21}^{(0)} q_{12}^{(0)}$

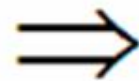
В общия случай: $q_{ij}^{(1)} = q_{ij}^{(0)} - q_{i1}^{(0)} q_{1j}^{(0)} \quad i, j = 2, 3, \dots, n$

		1	...	j	...	n
[Q]	1			*		
	...					
	i	*		q_{ij}		
	...					
	n					



$$R_i = 1\Omega, i = 1, 2, \dots, 7, \quad J_1 = J_2 = 1A$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$



$$[Y_s] = \begin{bmatrix} x & x & 0 & 0 \\ x & x & x & 0 \\ 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x \end{bmatrix}$$

$[Y]$ - матрица на възловите
проводимости

$[Y_s]$ - структурна
матрица

Нека $[Y_{s1}]$ и $[Y_{s2}]$ са структурни матрици от вида:

$$[Y_{s1}] = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & x & x \\ x & x & x & x & x \end{bmatrix}$$

$$[Y_{s2}] = \begin{bmatrix} x & x & x & x & x \\ x & x & 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & x & 0 & 0 \\ x & 0 & 0 & x & 0 \\ x & 0 & 0 & 0 & x \end{bmatrix}$$

След прилагане на процедурата за LU-разложение върху $[Y_{s1}]$ и $[Y_{s2}]$ се получават $[Q_1]$ и $[Q_2]$:

	1	...	j	...	n
1			*		
...					
i	*		q_{ij}		
...					
n					

$[Q]$

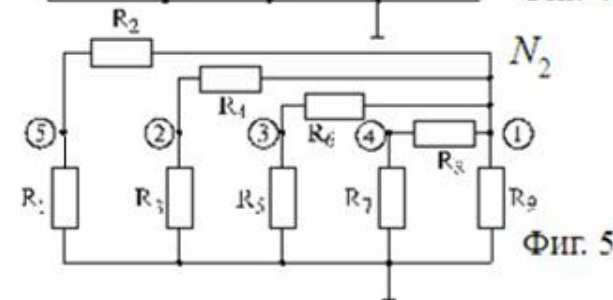
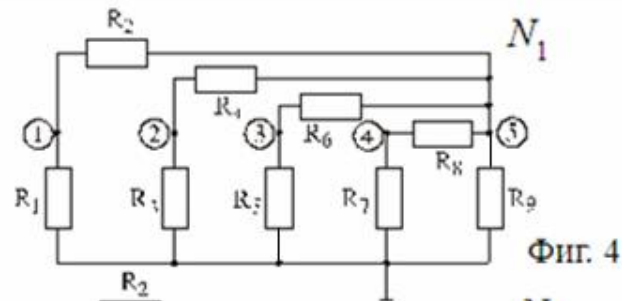
$$[Q_1] = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & x & x \\ x & x & x & x & x \end{bmatrix}$$

$$[Q_2] = \begin{bmatrix} x & x & x & x & x \\ x & x & (x) & (x) & (x) \\ x & (x) & x & (x) & (x) \\ x & (x) & (x) & x & (x) \\ x & (x) & (x) & (x) & x \end{bmatrix}$$

Структурните матрици $[Y_{s1}]$ и $[Y_{s2}]$ съответстват на матриците на възлови проводимости $[Y_1]$ и $[Y_2]$, съставени за схемите N_1 и N_2 , показани на фиг. 4 и фиг. 5.

$$[Y_{s1}] = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & x & x \\ x & x & x & x & x \end{bmatrix}$$

$$[Y_{s2}] = \begin{bmatrix} x & x & x & x & x \\ x & x & 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & x & 0 & 0 \\ x & 0 & 0 & x & 0 \\ x & 0 & 0 & 0 & x \end{bmatrix}$$



По отношение на структурата, схемите N_1 и N_2 са еднакви. Разликата е единствено в номерацията на възлите. Оттук следва, че е достатъчно да се разменят номерата на възли с номера 1 и 5 в схема N_2 , за да се получи матрицата $[Q_1]$, която съхранява разредеността си по време на LU-разложението.

Това съответства на оптимално пренареждане на схемните уравнения чрез оптимално преномериране на възлите, при което се генерират минимален брой нови ненулеви елементи и се ускорява симулацията.